

«بسمه تعالی»

جای مهر

اداره آموزش و پرورش منطقه ۴ تهران



امتحانات: پایانی اول

دبیرستان نمونه دولتی ابوعلی سینا متوسطه دوم

نام و نام خانوادگی:

تاریخ امتحان: ۱۴۰۰/۱۰/۱۱

رشته: ریاضی/تجربی

پایه: دهم

امتحان: ریاضی

کلاس:

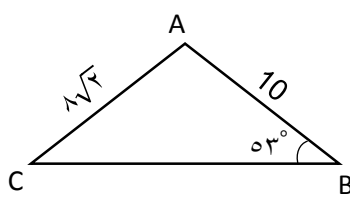
مدت زمان: ۱۲۰ دقیقه

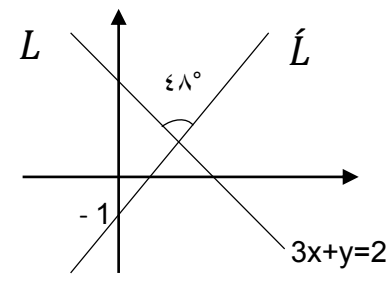
شماره صندلی:

تعداد صفحات: ۴

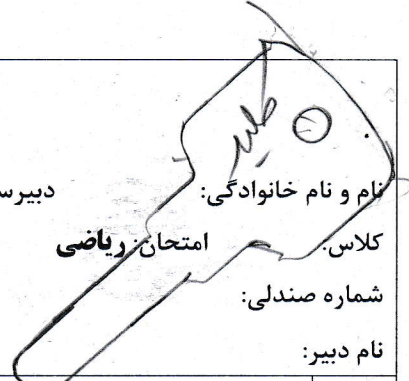
نام دبیر:

بارم	فرزندان خوبم با یاد خدا و ذکر صلوات بر پیامبر مهربانی‌ها و خاندان مطهرش به سوالات زیر با دقت پاسخ دهید.	ردیف
۰/۷۵	اگر $a \in \left[\frac{2m+1}{3}, +\infty \right) \cap \left(-\infty, \frac{m-1}{2} \right]$ باشد، حاصل $m + a$ را بیابید.	۱
۱	فرض کنید $A = (-2, 7)$ و $B = (0, 8)$ و $C = (-7, 4)$ مجموعه‌ی $A - (B - C)$ را به صورت یک بازه بنویسید.	۲
۰/۷۵	اگر U مجموعه مرجع و A و B دو زیر مجموعه‌ی آن باشند و $n(U) = 200$ و $n(A) = 50$ و $n(B) = 130$ و $n(A \cap B) = 30$ مطلوب است: $n(A' \cap B') =$	۳
۱	برای دنباله درجه‌ی دو زیر، یک الگوی هندسی نظیر کنید و به کمک آن جمله عمومی دنباله را بیابید. ۵, ۸, ۱۳, ۲۰, ۲۹, ...	۴
۱	اگر اعداد ۴ و $m - 1$ و $m + 2$ به ترتیب جملات اول تا سوم یک دنباله حسابی باشند چندمین جمله این دنباله برابر ۸۰۲ است؟	۵

۱	<p>جمله‌ی هفتم یک دنباله هندسی ۲۷ برابر جمله چهارم آن است، جمله سیزدهم آن چند برابر جمله نهم است؟</p>	۶
۱/۲۵	<p>مساحت شکل مقابل را بدست آورید. $\sin 53^\circ \approx 0.8$</p> 	۷
۱/۲۵	<p>اگر $\tan \alpha = -\frac{2}{3}$ و α در ناحیه چهارم مثلثاتی باشد، سایر نسبت‌های مثلثاتی را بدست آورید.</p>	۸
۰/۷۵	<p>تساوی مقابل را ثابت کنید.</p> $\frac{1+\tan^2 \alpha}{1+\cot^2 \alpha} \times \cot^2 \alpha = 1$	۹
۱	<p>اگر $-30^\circ < \alpha < 30^\circ$، حدود m را چنان بیابید که $\cos 2\alpha = \frac{2m-1}{3}$ باشد.</p>	۱۰

۱	 <p>اگر $\tan 108^\circ \approx -3$ باشد معادله خط \hat{L} را بدست آورید.</p>	۱۱
۲/۲۵	<p>حاصل عبارتهای زیر را بدست آورید.</p> $\sqrt[3]{\sqrt{3}-1} \times \sqrt[6]{4+2\sqrt{3}} =$ $\sqrt[5]{3^4 \sqrt{3^2 \sqrt{3}}} =$ $164^{\frac{5}{6}} \div (0/25)^{-\frac{2}{3}} =$	۱۲
۱/۲۵ ۰/۷۵	<p>الف) عبارت مقابل را تجزیه کنید.</p> $۱) a^2 - 2ab + a^2b - 2b^2 =$ $۲) 2x^2 + 3x - 2 =$ <p>ب) مخرج کسر زیر را گویا کنید.</p> $\frac{1}{\sqrt[3]{4} - \sqrt[3]{6} + \sqrt[3]{9}} =$	۱۳
۱ ۱	<p>سوالات زیر را به روش خواسته شده حل کنید.</p> $9x^2 + 3x - 2 = 0 \quad (\text{روش مربع کامل})$ $5x(x-1) = 2x+1 \quad (\text{روش فرمول کلی})$	۱۴

۱	مقدار m را چنان بیابید که معادله $x^2 + (m + 2)x + 2m = 0$ دارای یک ریشه مضاعف باشد.	۱۵
۱	سهمی به معادله $y = x^2 - 4x + 3$ را رسم کنید. سهمی ماکسیمم یا مینیمم دارد؟ مقدار آن چقدر می باشد.	۱۶
۱	معادله سهمی را بنویسید که محور عرضها را در نقطه‌ای به عرض -1 و محور طولها را در نقاطی به طول 1 و 2 قطع کند.	۱۷
۲۰	امضا و تاریخ	نمره با عدد



جمله‌ی هفتم یک دنباله هندسی ۲۷ برابر جمله چهارم آن است. جمله سیزدهم آن چند برابر جمله نهم است؟

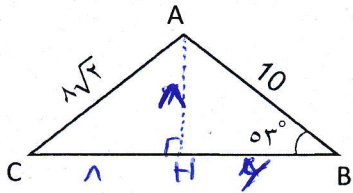
۶

$$a_7 = 27 a_4 \Rightarrow a_1 q^6 = 27 a_1 q^3 \rightarrow q^3 = 27 \rightarrow \boxed{q = 3}$$

$$\frac{a_{12}}{a_9} = \frac{a_1 q^{11}}{a_1 q^8} = q^3 = \boxed{27}$$

مساحت شکل مقابل را بدست آورید. $\sin 53^\circ \approx 0.8$

۷



$$\cos 53^\circ = \frac{BH}{10} \Rightarrow \frac{4}{5} = \frac{BH}{10} \Rightarrow BH = 8$$

$$AH^2 = 10^2 - 8^2 = 36 \rightarrow AH = 6$$

$$CH^2 = (12)^2 - 6^2 = 144 - 36 = 108 \rightarrow CH = \sqrt{108} = 6\sqrt{3}$$

$$S_{ABC} = \frac{1 \times 12}{2} = \boxed{6}$$

اگر $\tan \alpha = -\frac{2}{3}$ در ناحیه چهارم مثلثاتی باشد، سایر نسبت‌های مثلثاتی را بدست آورید.

۸

$$\cot \alpha = -\frac{3}{2} \quad 1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \Rightarrow 1 + \frac{4}{9} = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \Rightarrow \frac{13}{9} = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \rightarrow$$

$$\cos^2 \alpha = \frac{9}{13} \rightarrow \cos \alpha = \pm \frac{3}{\sqrt{13}} \xrightarrow{\text{در ناحیه چهارم}} \cos \alpha = + \frac{3\sqrt{13}}{13}$$

$$\sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha = 1 - \frac{9}{13} \Rightarrow \sin^2 \alpha = \frac{4}{13} \rightarrow \sin \alpha = \pm \frac{2}{\sqrt{13}} \xrightarrow{\text{در ناحیه چهارم}} \sin \alpha = -\frac{2\sqrt{13}}{13}$$

تساوی مقابل را ثابت کنید.

۹

$$\frac{1 + \tan^2 \alpha}{1 + \cot^2 \alpha} \times \cot^2 \alpha = 1$$

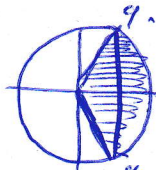
$$\text{چون } \frac{1}{\cos^2 \alpha} \times \cot^2 \alpha = \frac{\sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} \times \frac{\cos^2 \alpha}{\sin^2 \alpha} = 1$$

پایان

اگر $30^\circ < \alpha < 60^\circ$ ، حدود m را چنان بیابید که $\cos 2\alpha = \frac{2m-1}{3}$ باشد.

۱۰

$$-30^\circ < \alpha < 30^\circ \rightarrow -60^\circ < 2\alpha < 60^\circ \Rightarrow$$

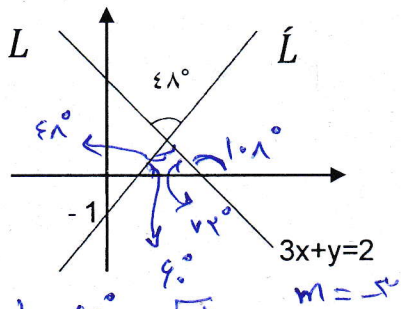


$$\frac{1}{2} < \cos 2\alpha < 1 \Rightarrow$$

$$\frac{1}{2} < \frac{2m-1}{3} < 1 \xrightarrow{\times 3} \frac{3}{2} < 2m-1 < 3 \Rightarrow \frac{5}{2} < 2m < 4 \Rightarrow \frac{5}{4} < m < 2$$

اگر $\tan 10.8^\circ \approx -3$ باشد معادله خط \hat{L} را بدست آورید.

۱۱



$$m' = \tan 49^\circ = \sqrt{3}$$

$$\boxed{y = \sqrt{3}x - 1}$$

حاصل عبارت‌های زیر را بدست آورید.

۱۲

$$\sqrt[3]{\sqrt{3}-1} \times \sqrt[3]{4+2\sqrt{3}} = \sqrt[3]{(\sqrt{3}-1)^3} \times \sqrt[3]{(2+\sqrt{3})^3} = \sqrt[3]{(2+\sqrt{3})^3} \times \sqrt[3]{(2-\sqrt{3})^3} = \sqrt[3]{(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})} = \sqrt[3]{4-3} = \sqrt[3]{1} = 1$$

$$\sqrt[5]{3^2 \sqrt{3^3 \sqrt{3}}} = \sqrt[5]{\frac{3^2 \cdot 3^{\frac{3}{2}} \cdot 3^{\frac{1}{2}}}{3^{\frac{1}{2}}}} = \sqrt[5]{\frac{3^2 \cdot 3^2}{3^{\frac{1}{2}}}} = \sqrt[5]{\frac{3^4}{3^{\frac{1}{2}}}} = \sqrt[5]{3^{\frac{8}{2} - \frac{1}{2}}} = \sqrt[5]{3^{\frac{15}{2}}} = \sqrt[5]{\frac{3^3 \cdot 3^6}{2}} = \sqrt[5]{\frac{27 \cdot 729}{2}} = \sqrt[5]{\frac{19683}{2}}$$

$$16^{\frac{5}{4}} \div (0.125)^{-\frac{2}{3}} = 2^5 \div \left(\frac{1}{2^3}\right)^{-\frac{2}{3}} = 2^5 \div (2^2)^{\frac{2}{3}} = 2^5 \div 2^{\frac{4}{3}} = 2^{5 - \frac{4}{3}} = 2^{\frac{11}{3}} = \sqrt[3]{2^{11}}$$

الف) عبارت مقابل را تجزیه کنید.

۱۳

۱/۲۵

$$1) a^r - 2ab + a^r b - 2b^r = a^r(a+b) - 2b(a+b) = (a+b)(a^r - 2b)$$

$$2) 2x^2 + 3x - 2 = (2x-1)(x+2)$$

ب) مخرج کسر زیر را گویا کنید.

۰/۷۵

$$\frac{1}{\sqrt{4} - \sqrt{6} + \sqrt{9}} \times \frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{\sqrt{2} + \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{2 + 3} = \frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{5}$$

سوالات زیر را به روش خواسته شده حل کنید.

۱۴

$$9x^2 + 3x - 2 = 0 \quad (\text{روش مربع کامل})$$

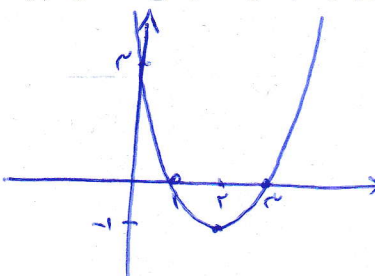
$$x^2 + \frac{1}{3}x + \frac{1}{36} = \frac{2}{9} + \frac{1}{36} \Rightarrow \left(x + \frac{1}{6}\right)^2 = \frac{9}{36} + \frac{1}{36} \Rightarrow x + \frac{1}{6} = \pm \frac{1}{6} \rightarrow$$

$$\begin{cases} x = -\frac{1}{6} + \frac{1}{6} \rightarrow x = \frac{0}{6} \rightarrow x = \frac{0}{6} \\ x = -\frac{1}{6} - \frac{1}{6} \rightarrow x = -\frac{2}{6} \rightarrow x = -\frac{1}{3} \end{cases}$$

$$\Delta x(x-1) = 2x+1 \quad (\text{روش فرمول کلی})$$

$$0x^2 - 0x = 2x+1 \rightarrow 0x^2 - 2x - 1 = 0 \rightarrow \Delta = 4 + 4 = 8 > 0$$

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{8}}{0} = \frac{2 \pm 2\sqrt{2}}{0}$$

	<p>مقدار m را چنان بیابید که معادله $x^2 + (m+2)x + 2m = 0$ دارای یک ریشه مضاعف باشد.</p> $\Delta = 0 \rightarrow (m+2)^2 - 4(2m) = 0 \Rightarrow m^2 + 4m + 4 - 8m = 0 \rightarrow$ $m^2 - 4m + 4 = 0 \rightarrow (m-2)^2 = 0 \rightarrow m = 2$	۱۵
	<p>سهمی به معادله $y = x^2 - 4x + 3$ را رسم کنید. سهمی ماکسیمم یا مینیمم دارد؟ مقدار آن چقدر می باشد.</p> <div style="display: flex; align-items: center;"> <div style="margin-right: 20px;"> $-\frac{b}{2a} = \frac{4}{2} = 2$ <p>مینیمم دارد</p> $MIN = -1$ </div>  </div>	۱۶
	<p>معادله سهمی را بنویسید که محور عرضها را در نقطه‌ای به عرض -1 و محور طولها را در نقاطی به طول 1 و 2 قطع کند.</p> $c = -1$ $x_1 = 1, x_2 = 2 \Rightarrow -\frac{b}{2a} = \frac{1+2}{2} \Rightarrow -\frac{b}{2a} = \frac{3}{2} \rightarrow b = -3a$ $y = ax^2 + bx + c \rightarrow y = ax^2 - 3ax - 1 \xrightarrow{(1,0)} 0 = a - 3a - 1$ $\rightarrow 2a = -1 \rightarrow a = -\frac{1}{2} \Rightarrow y = -\frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{2}x - 1$	۱۷
۲۰	نمره با عدد با حروف	امضا و تاریخ