



اداره کل آموزش و پرورش مازندران
اداره آموزش و پرورش شهرستان آمل
دبیرستان نمونه دولتی پسرانه آمل

نام و نام خانوادگی:	پایه: دهم رشته: ریاضی و فیزیک نوبت: اول
سنوالات امتحانی درس: ریاضیات (1)	نام دبیر:
تاریخ امتحان: 1401/10/03	ساعت شروع امتحان: ۸
	مدت امتحان: 100 دقیقه

ردیف	شرح سوال	صفحه: یک
۱	جمله های درست و نادرست را مشخص کنید: الف) اگر $0 < a < 1$ باشد آنگاه $\sqrt[3]{a} < \sqrt{a}$ (ب) $\sqrt[3]{-4}$ یک عبارت تعریف نشده است. پ) مجموعه اعداد گویا بین 0 و 2 مجموعه نامتناهی است. (ت) $\sin 25 = \cos 75$	۱
۲	جاهای خالی را با یک عدد یا کلمه مناسب کامل کنید: الف) $A \cup A' = \dots$ و $A \cap A' = \dots$. ب) عبارت $\sqrt[4]{ab}$ وقتی با معنی است که a, b هر دو یا باشند. ($a, b \neq 0$)	۱
۳	الف) اگر A و B دو مجموعه جدا از هم باشند آنگاه متمم عبارت $(A - B) \cup (B - A)$ کدام است؟ ۱) تهی ۲) $A \cup B$ ۳) $A' \cap B'$ ۴) $A \cup B$	۰.۵
۴	اگر $A_n = \left\{ x \in \mathbb{R} \mid \frac{-2}{n} < x \leq \frac{n-2}{n} \right\}$ باشد، آنگاه $A_4 \cap A_6 =$ بصورت بازه بنویسید؟	۱
۵	در یک دنباله $a_1 = 3$ و $n \geq 2$ داریم $a_n = 2a_{n-1} - 2$ ، حاصل اختلاف جمله ی ششم و پنجم چند است؟	۱
۶	در یک دنباله حسابی مجموع جملات پنجم و ششم برابر ۱۰ و مجموع جملات هشتم و نهم برابر ۲- است جمله ی اول این دنباله را بیابید؟	۱.۲۵
۷	در یک دنباله هندسی جمله ی دوم عدد 6 و جمله ی پنجم عدد $18\sqrt{3}$ است جمله نهم دنباله چند برابر جمله ی سوم آن است؟	۱.۲۵
۸	چهار عدد مثبت، جملات متوالی یک دنباله هندسی اند، مجموع دو عدد کوچکتر برابر ۲۰ و مجموع دو عدد بزرگتر ۴۵ است، این ۴ عدد را مشخص نمایید؟	۱.۵
۹	در یک مثلث متساوی الساقین اندازه هر ساق ۶ و مساحت آن برابر ۹ است بزرگترین زاویه مثلث را بیابید؟	۱

۱	الف) اگر $\sin \alpha - \cos \alpha = \frac{1}{2}$ باشد آنگاه حاصل $\sin \alpha \cdot \cos \alpha = ?$ را بدست آورید؟	۱۰
۱.۵	ب) اگر $\tan \alpha = \frac{3}{4}$ و α در ربع سوم مثلثاتی باشد، حاصل $\sin \alpha + \cot \alpha$ را بدست آورید؟	
۱	الف) اگر $30 \leq \alpha \leq 120$ و $\sin \alpha = \frac{1-3m}{4}$ باشد آنگاه حدود m را بصورت بازه بنویسید	۱۱
۱	ب) درستی رابطه زیر را بررسی کنید:	
۱	$\tan^2 \alpha - \sin^2 \alpha = \tan^2 \alpha \cdot \sin^2 \alpha$	
۱.۵	الف) حاصل را بیابید:	۱۲
۱	$\sqrt{4-2\sqrt{2}} \times \sqrt[4]{6+4\sqrt{2}} =$	
۱	ب) عبارت مقابل را تجزیه کنید:	
۱	$(x^2 - 5x)^2 - 36 =$	
۱	مخرج کسر مقابل را گویا کنید:	۱۳
۱	$\frac{1}{\sqrt[4]{3}-\sqrt{2}}$	
۱	الف) به کمک اتحادها حل کنید:	۱۴
۱.۵	$(2x - 3y)^2 - (2x + 3y)^2 =$	
۱.۵	ب) اگر $x + \frac{1}{x} = 2$ باشد حاصل عبارت $x^2 + \frac{1}{x^2}$ را بدست آورید؟	
	موفق و پیروز باشید	

۱- الف) حرکت (ب) حرکت (پ) حرکت (ت) حرکت

۲- الف) $A \cup A' = U$, $A \cap A' = \emptyset$
 ب) مثبت یا منفی

۳- نکته (۳) : B, A دو مجموعه هم‌پوشانی

$$\begin{cases} B - A = B \\ A - B = A \end{cases} \rightarrow (A - B) \cup (B - A) = A \cup B$$

 معنی $\rightarrow (A \cup B)' = A' \cap B'$

۴- $A_f = \left\{ x \in \mathbb{R} \mid -\frac{r}{f} < x \leq \frac{f-r}{f} \right\} = \left\{ x \in \mathbb{R} \mid -\frac{1}{f} < x \leq \frac{1}{f} \right\}$

$A_y = \left\{ x \in \mathbb{R} \mid -\frac{r}{y} < x \leq \frac{y-r}{y} \right\} = \left\{ x \in \mathbb{R} \mid -\frac{1}{f} < x \leq \frac{1}{f} \right\}$

$\rightarrow A_f \cap A_y = \left\{ x \in \mathbb{R} \mid -\frac{1}{f} < x \leq \frac{1}{f} \right\} = \left(-\frac{1}{f}, \frac{1}{f}\right]$

۵- $a_n = r a_{n-1} - r \rightarrow a_2 = r a_1 - r = f \rightarrow a_3 = r a_2 - r = 1r - r = 0$

$\rightarrow a_4 = r a_3 - r = 1r - r = 0$

$\rightarrow a_2 = r \times 1 - r = 1r$

$a_4 = r a_3 - r \rightarrow a_4 = r \times 1r - r = 2r - r = rf$

$\rightarrow a_4 - a_2 = 2r - 1r = 1r$

۶- $a_n = a_1 + (n-1)d$

$a_2 + a_4 = a_1 + d + a_1 + 3d = 1r \rightarrow 2a_1 + 4d = 1r$

$a_3 + a_5 = a_1 + 2d + a_1 + 4d = -r \rightarrow 2a_1 + 6d = -r$

$\rightarrow \begin{cases} 2a_1 + 4d = 1r \\ -2a_1 - 6d = -r \end{cases} \xrightarrow{+} -2d = 1r \rightarrow d = -\frac{r}{2}$
 $\rightarrow 2a_1 - 1r = 1r \rightarrow a_1 = 1r$

۷- $t_n = t_1 r^{n-1}$, $t_2 = t_1 r = 4$, $t_5 = t_1 r^4 = 14\sqrt{r}$

$\rightarrow \frac{t_5}{t_2} = \frac{t_1 r^4}{t_1 r} = r^3 = \frac{14\sqrt{r}}{4} = 3\sqrt{r} \rightarrow r = \sqrt{r}$

$\rightarrow t_1 r = 4 \rightarrow t_1 \times \sqrt{r} = 4 \rightarrow t_1 = \frac{4}{\sqrt{r}} = 2\sqrt{r}$

$\rightarrow t_9 = t_1 r^8 = 2\sqrt{r} \times (\sqrt{r})^8 = 142\sqrt{r}$

۸- a_1, a_2, a_3, a_4

$a_1 + a_2 = r \rightarrow a_1 + a_1 r = r \rightarrow a_1(1+r) = r \rightarrow 1+r = \frac{r}{a_1}$

$a_3 + a_4 = 4r \rightarrow a_1 r^2 + a_1 r^3 = 4r \rightarrow a_1 r^2(1+r) = 4r$

$$\rightarrow a_1 r^r \left(\frac{r_0}{a_1} \right) = r_0 \rightarrow r^r = \frac{r_0}{r_0} \rightarrow r = \sqrt{\frac{r_0}{r_0}} = \sqrt{\frac{r}{r}} = \frac{r}{r}$$

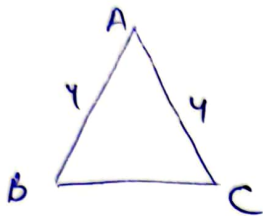
$$\rightarrow a_1 x \left(1 + \frac{r}{r} \right) = r_0 \rightarrow a_1 x \frac{2}{r} = r_0 \rightarrow a_1 = r_0 x \frac{r}{2} = \Lambda$$

$$\rightarrow a_r = a_1 r = \Lambda x \frac{r}{r} = \Lambda r$$

$$a_r = a_1 r^r = \Lambda x \frac{r}{r} = \Lambda r$$

$$a_r = a_1 r^{r^2} = \Lambda x \frac{r^2}{r} = \Lambda r^2$$

→ $\Lambda, \Lambda r, \Lambda r^2, \dots$



$$S_{ABC}^A = 9$$

$$S_{ABC}^A = \frac{1}{2} \times AB \times AC \times \sin A = \frac{1}{2} \times r \times r \times \sin A$$

$$\rightarrow 9 = \frac{1}{2} \times r \times r \times \sin A \rightarrow \sin A = \frac{1}{r} \rightarrow A = \cos^{-1} \left(\frac{1}{r} \right)$$

$$\rightarrow B = C = \frac{180^\circ - A}{2} = 90^\circ - \frac{A}{2}$$

$$\sin A = \frac{1}{r} \rightarrow A = \cos^{-1} \left(\frac{1}{r} \right) \rightarrow B = C = 90^\circ - \frac{A}{2}$$

نمایی که بیشترین زاویه است: $\frac{180^\circ - A}{2}$ خواهد بود.

$$\sin \alpha - \cos \alpha = \frac{1}{r} \xrightarrow{\text{مربع کردن}} (\sin \alpha - \cos \alpha)^2 = \left(\frac{1}{r} \right)^2 \quad (10 - \text{الف})$$

$$\rightarrow \underbrace{\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha}_1 - 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha = \frac{1}{r^2} \rightarrow 1 - 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha = \frac{1}{r^2}$$

$$\Rightarrow 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha = \frac{r^2 - 1}{r^2} \rightarrow \sin \alpha \cdot \cos \alpha = \frac{r^2 - 1}{2r^2}$$

$$1 + \tan^2 \theta = \frac{1}{\cos^2 \theta} \quad (11 - \text{ب})$$

$$1 + \left(\frac{r^2 - 1}{r^2} \right)^2 = \frac{1}{\cos^2 \theta} \rightarrow 1 + \frac{r^2 - 1}{r^2} = \frac{1}{\cos^2 \theta} \rightarrow \frac{2r^2 - 1}{r^2} = \frac{1}{\cos^2 \theta} \rightarrow \cos^2 \theta = \frac{r^2}{2r^2 - 1}$$

$$\xrightarrow{\text{مربع کردن}} \cos \theta = -\frac{r}{\sqrt{2r^2 - 1}}$$

$$\tan \theta = \frac{r}{r} = \frac{\sin \theta}{-\frac{r}{\sqrt{2r^2 - 1}}} \rightarrow \sin \theta = -\frac{r}{\sqrt{2r^2 - 1}} \quad , \quad \cos \theta = \frac{1}{\tan \theta} = \frac{r}{r}$$

$$\rightarrow \sin \theta + \cos \theta = -\frac{r}{\sqrt{2r^2 - 1}} + \frac{r}{r} = \frac{-r + r\sqrt{2r^2 - 1}}{r\sqrt{2r^2 - 1}} = \frac{1 - \sqrt{2r^2 - 1}}{\sqrt{2r^2 - 1}}$$

$$0 \leq \alpha \leq 180 \rightarrow \frac{1}{r} \leq \sin \alpha \leq 1 \rightarrow \frac{1}{r} \leq \frac{1 - \sqrt{2r^2 - 1}}{\sqrt{2r^2 - 1}} \leq 1 \quad (11 - \text{الف})$$

$$r \leq 1 - \sqrt{2r^2 - 1} \leq r \rightarrow 1 - \sqrt{2r^2 - 1} \leq r \rightarrow -1 \leq m \leq -\frac{1}{r}$$

$$\rightarrow m \in \left[-1, -\frac{1}{r} \right]$$

$$\tan^r \alpha - \sin^r \alpha = \tan^r \alpha \cdot \sin^r \alpha$$

$$\frac{\sin^r \alpha}{\cos^r \alpha} - \sin^r \alpha = \frac{\sin^r \alpha - \sin^r \alpha \cdot \cos^r \alpha}{\cos^r \alpha} = \frac{\sin^r \alpha (1 - \cos^r \alpha)}{\cos^r \alpha}$$

$$= \tan^r \alpha \cdot \sin^r \alpha \quad \checkmark$$

$$\sqrt{x - 2\sqrt{x}} \times \sqrt{y + 2\sqrt{y}} = \sqrt{x(x-2\sqrt{x})} \times \sqrt{y(y+2\sqrt{y})} \quad (\text{الف} - 12)$$

$$= \sqrt{x(x-2\sqrt{x})} \times \sqrt{y(y+2\sqrt{y})} = \sqrt{x(x-2\sqrt{x})(y(y+2\sqrt{y}))} = \sqrt{x(y-2)} = \sqrt{xy-2}$$

$$(x^2 - 2x)^2 - 4y = (x^2 - 2x - 2)(x^2 - 2x + 2)$$

$$= (x-2)(x+1)(x-2)(x-2)$$

$$\frac{1}{\sqrt{x-\sqrt{x}}} \times \frac{\sqrt{x+\sqrt{x}}}{\sqrt{x+\sqrt{x}}} = \frac{\sqrt{x+\sqrt{x}}}{\sqrt{x^2-2}} = \frac{\sqrt{x+\sqrt{x}}}{\sqrt{x-2}} \times \frac{\sqrt{x+2}}{\sqrt{x+2}} \quad -12$$

$$= \frac{(\sqrt{x+\sqrt{x}})(\sqrt{x+2})}{x-2} = (\sqrt{x+\sqrt{x}})(\sqrt{x+2})$$

$$(x^2 - 4y)^2 - (x^2 + 4y)^2 \xrightarrow{\text{فرق مربع}} \quad (\text{الف} - 13)$$

$$= ((x^2 - 4y) - (x^2 + 4y)) ((x^2 - 4y) + (x^2 + 4y))$$

$$= (-4y) \times (2x^2) = -8xy$$

$$x + \frac{1}{x} = 2 \rightarrow (x + \frac{1}{x})^2 = x^2 + \frac{1}{x^2} + 2x \times \frac{1}{x}$$

$$\Rightarrow 2^2 = x^2 + \frac{1}{x^2} + 2 \rightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} = 2$$

(سواء اكانت x، y اعداد حقيقية موجبة)