

|                     |                            |  |
|---------------------|----------------------------|--|
| شماره:              | نام درس: ریاضی ۱           | بسمه تعالی<br>اداره کل آموزش و پرورش شهر تهران<br>اداره آموزش و پرورش منطقه ۶<br>دبیرستان ماندگار البرز<br>دهم ریاضی |
|                     | تاریخ امتحان: ۸ خرداد ۱۴۰۱ |  |
| نام و نام خانوادگی: | زمان امتحان: ۱۰۰ دقیقه     |                                     |
| کلاس:               | نام دبیر: آقای             |  |
| رشته: ریاضی         | تعداد صفحه:                | پاسخ نامه تشریحی   |

| ردیف | شرح سوال   | بازم |
|------|--|------|
| ۱    | <p>هر یک از جمله‌های زیر را با کلمه‌ی مناسب داخل پرانتز کامل کنید.</p> <p>الف) مجموعه‌هایی را که تعداد اعضای آنها یک عدد حسابی است، مجموعه‌های ..... می‌نامند. <math>\mathbb{N}</math> صحیح</p> <p>ب) اگر <math>A</math> و <math>B</math> دو پیشامد از فضای نمونه‌ی <math>S</math> باشند و <math>A \cap B = \emptyset</math>، در این صورت <math>A</math> و <math>B</math> را دو پیشامد ..... می‌نامیم. <math>\mathbb{N}</math> صحیح</p> <p>پ) تعداد اعضای جامعه را ..... می‌گویند. اندازه جامعه</p> <p>ت) عددی را که به ویژگی یک عضو نسبت داده می‌شود، ..... می‌گویند. مقدار متغیر</p>   | ۱    |
| ۲    | <p>گزینه‌ی صحیح را انتخاب نمایید.</p> <p>الف) مجموعه‌ی <math>\mathbb{R} - \mathbb{Q}</math> چه نام دارد؟<br/>           (۱) اعداد حقیقی (۲) اعداد اصم (۳) اعداد حسابی (۴) اعداد گویا</p> <p>ب) در یک شرکت تولیدی، سود حاصل از رابطه <math>p(x) = 8x - 200</math> به دست می‌آید که در آن <math>x</math> تعداد کالای تولید شده است. بیشتر از چند کالا تولید شود تا شرکت به سوددهی برسد؟<br/>           (۱) ۲۴ (۲) ۲۵ (۳) ۲۶ (۴) ۲۷</p> <p>پ) عبارت <math>64x^3 - 27</math> مضرب کدام یک از عبارت‌های زیر است؟<br/>           (۱) <math>4x - 1</math> (۲) <math>3x - 2</math> (۳) <math>4x - 3</math> (۴) <math>6x - 1</math></p> <p>ت) اگر <math>n! = 504 \times n!</math> باشد مقدار <math>\binom{n+1}{n-1}</math> کدام است؟<br/>           (۱) ۱۵ (۲) ۲۰ (۳) ۲۱ (۴) ۲۸</p> | ۱    |
| ۳    | <p>درستی یا نادرستی جملات زیر را مشخص کنید.</p> <p>الف) اگر عددی منفی باشد، ریشه‌ی پنجم آن مثبت است.<br/> <input type="checkbox"/> درست <input checked="" type="checkbox"/> نادرست</p> <p>ب) <math>\sin 25^\circ = \cos 65^\circ</math><br/> <input type="checkbox"/> درست <input checked="" type="checkbox"/> نادرست</p> <p>پ) مجموعه‌ی همه‌ی مولفه‌های دوم زوج‌های مرتب یک تابع را دامنه آن تابع می‌نامند.<br/> <input checked="" type="checkbox"/> درست <input type="checkbox"/> نادرست</p> <p>ت) اولین قدم در استفاده از «علم آمار»، جمع‌آوری داده‌ها است.<br/> <input type="checkbox"/> درست <input checked="" type="checkbox"/> نادرست</p>   | ۱    |
| ۴    | <p>به هریک از سوالات زیر پاسخ کوتاه بدهید:</p> <p>الف) در ناحیه‌ی دوم مثلثاتی برای زاویه دلخواه <math>\theta</math>، علامت <math>\sin \theta</math> و <math>\cos \theta</math> چگونه است؟</p> <p>ب) هر تابع را که بتوان به شکل <math>y = ax + b</math> نمایش داد، چه نوع تابعی است؟ تابع خطی</p> <p>پ) تعداد جایگشت‌های ۹ مداد رنگی از رنگ‌های مختلف چندتا است؟ ۹!</p>   | ۱/۵  |

| ردیف | سؤالات صفحه ۲  | بارم |
|------|--|------|
| ۵    | در یک دنباله حسابی مجموع جملات پنجم و ششم برابر ۱۱ است و مجموع جملات نهم و دهم برابر ۵۱ است.<br>الف) جمله ی عمومی دنباله چیست؟ ب) جمله ی یازدهم دنباله چیست؟ | ۱    |
| ۶    | درستی تساوی مقابل را بررسی کنید.   | ۰/۷۵ |
| ۷    | حاصل عبارت $32^{\frac{1}{6}} \times (\sqrt[3]{2})^{\frac{1}{4}}$ را به دست آورید.  | ۰/۷۵ |
| ۸    | حاصل عبارت مقابل را به دست آورید.  | ۰/۷۵ |

$$\left. \begin{aligned} a_5 &= a_1 + 4d \\ a_6 &= a_1 + 5d \end{aligned} \right\} \rightarrow 2a_1 + 9d = 11$$

$$\left. \begin{aligned} a_9 &= a_1 + 8d \\ a_{10} &= a_1 + 9d \end{aligned} \right\} \rightarrow 2a_1 + 17d = 51$$

$$\rightarrow d = 5, a_1 = -17$$

$$a_{11} = -17 + 10 \times 5 = 33$$

$$\frac{1}{\cos x} - \tan x = \frac{\cos x}{1 + \sin x}$$

$$\rightarrow \frac{1}{\cos x} - \frac{\sin x}{\cos x} = \frac{1 - \sin x}{\cos x}$$

$$\rightarrow \frac{1 - \sin x}{\cos x} = \frac{\cos x}{1 + \sin x} \rightarrow (1 - \sin x)(1 + \sin x) = \cos^2 x$$

$$\Rightarrow 2^{\frac{5}{6}} \times 2^{\frac{1}{12}} = 2^{\frac{11}{12}} = \sqrt[12]{2^{11}}$$

$$\sqrt{7+4\sqrt{3}} + \sqrt{9-6\sqrt{2}} =$$

$$2 + \sqrt{3} + \sqrt{6} - \sqrt{3} = 2 + \sqrt{6}$$

مجموعه جواب نامعادله مقابل را به دست آورید و با نماد بازه نمایش دهید.

$$\left| \frac{x-2}{2} - 1 \right| \geq 3$$

$$\frac{x-2}{2} - 1 - 3 \geq 0 \rightarrow \frac{x-10}{2} \geq 0 \rightarrow x \geq 10$$

$$(-\infty, -2] \cup [10, +\infty)$$

$$\frac{x-2}{2} - 1 + 3 \leq 0 \rightarrow \frac{x+2}{2} \leq 0 \rightarrow x \leq -2$$

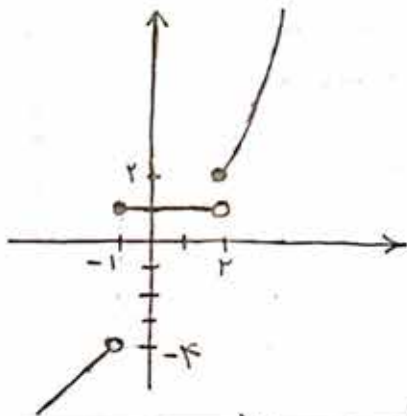


به ازای چه مقدار  $m$  نمودار منحنی  $y = (m-2)x^2 - 2x + m+2$  مماس بر محور  $x$  ها و بالای محور  $x$  ها می باشد.

$$\Delta = 0 \rightarrow 4 - 4(m+2)(m-2) = 0 \rightarrow 4 - 4m^2 + 16 = 0 \rightarrow m = \pm \frac{5}{2} \quad (1)$$

$$m-2 > 0 \rightarrow m > 2 \quad (2)$$

$$(1), (2) \rightarrow m = +\frac{5}{2}$$



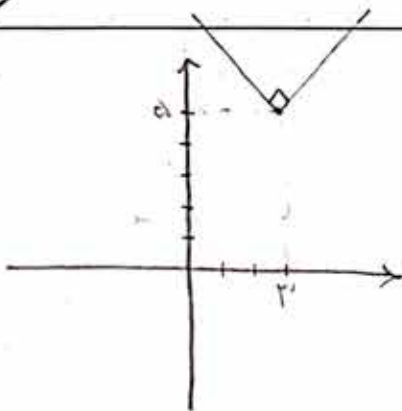
$$g(x) = \begin{cases} x-3 & x < -1 \\ 1 & -1 \leq x < 2 \\ \frac{1}{2}x^2 & x \geq 2 \end{cases} \text{ تابع مفروض است.}$$

الف) نمودار آن را رسم نمایید. ب) دامنه و برد را بیابید.

$$D_g = \mathbb{R}$$

$$R_g = (-\infty, -4) \cup [2, +\infty) \cup \{1\}$$

با استفاده از انتقال تابع  $y = |x-2| + 5$  را رسم کنید.



|      |   |    |
|------|---|----|
| ۱    | <p>تابع <math>f = \{(a-2b, -2), (-1, a-b), (4, 4)\}</math> یک تابع همانی است. مقادیر <math>a</math> و <math>b</math> را به دست آورید.</p> <p><math>y = x</math></p> <p><math>a - 2b = -2 \rightarrow b = 2, a = 1</math></p> <p><math>a - b = -1</math></p>   | ۱۳ |
| ۱/۵  | <p>الف) با ارقام ۵, ۴, ۳, ۲, ۱ چند عدد سه رقمی بزرگتر از ۳۰۰ می توان نوشت؟</p> <p>ب) با ارقام ۷, ۶, ۵, ۴, ۳, ۲, ۱, ۰ چند عدد سه رقمی زوج با ارقام غیر تکراری می توان نوشت؟</p> <p>الف) <math>(3) \times (5) \times (5) = 75</math></p> <p>ب) <math>(7) \times (6) \times (1) = 42</math><br/> <math>\rightarrow</math> هم‌بند صفر باشد <math>\rightarrow 150</math></p> <p><math>(6) \times (6) \times (3) = 108</math><br/> <math>\rightarrow</math> هم‌بند ۱, ۲, ۳, ۴, ۵ باشد</p> | ۱۴ |
| ۰/۷۵ | <p>در معادله ی زیر مقدار <math>n</math> را محاسبه کنید.</p> <p><math>\binom{n}{2} = 3n</math></p> <p><math>\frac{n!}{(n-2)! \times 2!} = \frac{n(n-1)(\cancel{n-2})!}{2 \times (\cancel{n-2})!} = 3n \rightarrow n-1 = 6 \rightarrow n = 7</math></p>   | ۱۵ |
| ۱    | <p>اگر ۶ نفر که دو نفر آن ها با هم برادر هستند به تصادف در یک ردیف قرار بگیرند چقدر احتمال دارد دو برادر کنار هم نباشند؟</p> <p><math>n(A) = 5! \times 2!</math> کنار هم باشد</p> <p><math>n(S) = 6!</math></p> <p><math>P(A) = \frac{5! \times 2!}{6!} = \frac{1}{3}</math></p> <p><math>P(A') = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}</math></p>  | ۱۶ |

|      |  |    |
|------|--|----|
| ۱/۵  | <p>در جعبه ای ۴ مهره ی آبی و ۳ مهره ی قرمز وجود دارد. اگر از این جعبه ۳ مهره به تصادف خارج کنیم چقدر احتمال دارد:</p> <p>الف- هر سه مهره آبی باشند؟</p> <p>ب- هر سه مهره هم رنگ باشند؟</p> <p>الف) <math>\frac{\binom{4}{3}}{\binom{7}{3}} = \frac{4}{35}</math></p> <p>ب) <math>\frac{\binom{4}{3} + \binom{3}{3}}{\binom{7}{3}} = \frac{1}{7}</math></p>   | ۱۷ |
| ۱/۲۵ | <p>اگر احتمال آن که فردی ناراحتی قلبی داشته باشد ۰/۲۳ و احتمال آن که ناراحتی کلیه داشته باشد ۰/۱۵ و احتمال اینکه هر دو بیماری را داشته باشد، ۰/۰۷ باشد مطلوب است احتمال آن که:</p> <p>الف) حداقل یکی از دو بیماری را داشته باشد. <math>p(A \cup B) = 0.23 + 0.15 - 0.07 = 0.31</math></p> <p>ب) فقط بیماری قلبی داشته باشد. <math>p(A - B) = p(A) - p(A \cap B) = 0.23 - 0.07 = 0.16</math></p> <p>ج) بیماری کلیه نداشته باشد. <math>p(B') = 1 - p(B) = 1 - 0.15 = 0.85</math></p> | ۱۸ |
| ۰/۲۵ | <p>نوع متغیرهای زیر را تعیین کنید.</p> <p>الف) کیفیت میوه‌ها (درجه ۱، درجه ۲، درجه ۳) کیفی ترتیبی</p> <p>ب) میزان مقاومت لامپ‌ها کمی پیوسته</p> <p>پ) رنگ خودروها کیفی اسمی</p>  | ۱۹ |
|      | <p>موفق باشید</p>  |    |