



وزارت آموزش و پرورش

اداره کل آموزش و پرورش ایلام

دیرستان دخترانه شاهد آقا حسین بن علی (ع)

بسمه تعالی

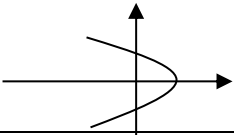
تاریخ امتحان:

زمان امتحان: ۱۰۰ دقیقه

سوالات درس: ریاضی مقطع: متوسطه دوم پایه: دهم رشته: ریاضی نوبت: خرداد ماه ۱۴۰۱

نام و نام خانوادگی: نام کلاس: نام طراح: نوروزیگی

ردیف	سؤالات	بارم
۱	<p>جاهای خالی را با کلمات و عبارات مناسب پر کنید.</p> <p>الف) اجتماع مجموعه ی اعداد صحیح و اعداد نامنفی برابر با مجموعه ی است.</p> <p>ب) اگر $\sin \alpha < \cos \alpha$ آن گاه α در ربع های و قرار دارد.</p> <p>ج) شیب هر خط برابر با زاویه ای است که آن خط با جهت مثبت محور X ها می سازد.</p> <p>د) ریشه ی پنجم 1024 با ریشه ی دوم عدد برابر است.</p> <p>ه) به دو مجموعه که اشتراک آن ها تهی باشد دو مجموعه ی می گوئیم.</p> <p>و) اگر یک رابطه به صورت مجموعه زوج های مرتب داده شده باشد هنگامی این رابطه تابع است که</p>	۱/۷۵
۲	بین ۵ و ۱۳۵ دو واسطه ی هندسی درج کنید.	۱
۳	اگر $\tan \alpha = -\frac{4}{3}$, زاویه ای در ربع چهارم باشد سایر نسبت های مثلثاتی زاویه ی α را بدست آورید.	۰/۷۵
۴	حاصل عبارت $\sqrt[4]{8} \sqrt[3]{2}$ را به صورت توان گویا بنویسید.	۰/۵
۵	عبارت های زیر را تجزیه کنید.	۱/۲۵
	الف) $64x^3 + 27y^3$	
	ب) $16z^4 - 625t^4$	
۶	مخرج کسر زیر را گویا کنید.	۰/۵
	$\frac{8}{\sqrt{5} + \sqrt{3}}$	

۰/۵	معادله ی $\frac{t^2}{3} - \frac{t}{2} - \frac{3}{2} = 0$ را به روش Δ حل کنید.	۷
۰/۷۵	نمودار سهمی $y = x - x^2$ را رسم کنید.	۸
۱	نامعادله ی $\frac{x^2 - 9}{2x - 1} \geq 0$ را حل کنید.	۹
۰/۷۵	کدام یک از روابط زیر تابع است. (با ذکر دلیل) الف) رابطه ای که به هر عدد مقسوم علیه های آن را نسبت می دهد. ب) $f = \{(1, 5), (2, 3), (7, 4)\}$ ج) 	۱۰
۰/۷۵	برای یک تابع خطی می دانیم که $f(0) = 7$, $f(2) = 11$ نمودار این تابع را رسم کنید. و نمایش جبری آن را بنویسید.	۱۱
۰/۵	نمودار تابع $f(x) = 5$ را در حالتی که دامنه ی آن $[-3, 7]$ باشد رسم کنید.	۱۲
۱	نمودار تابع زیر را رسم کنید و دامنه و برد آن را مشخص کنید. $f(x) = \begin{cases} x^2 & x \geq 0 \\ 3x + 1 & x < 0 \end{cases}$	۱۳
۰/۵	نمودار تابع $f(x) = x - 2 + 3$ را به کمک انتقال رسم کنید.	۱۴
۱	با ارقام ۲، ۹، ۷، ۵، ۰ چند عدد سه رقمی زوج با ارقام غیر تکراری می توان نوشت؟	۱۵
۱/۲۵	با حروف کلمه ی «گل پیرا» و بدون تکرار حروف:	۱۶

	<p>الف) چند کلمه ی ۶ حرفی می توان نوشت که در آن ها دو حرف «پ» و «ر» کنار هم باشند.</p> <p>ب) چند کلمه ی ۵ حرفی می توان نوشت که در آن ها حروف کلمه ی «پیرا» کنار هم آمده باشند.</p>	
۱/۲۵	<p>از بین ۱۰ دانش آموز سال اول و ۸ دانش آموز سال دوم و ۵ دانش آموز سال سوم قرار است کمیته ای تشکیل شود به چند طریق این کمیته می تواند انتخاب شود هرگاه :</p> <p>الف) کمیته ۵ نفره باشد و حداقل ۳ دانش آموز سال اول داشته باشد ؟</p> <p>ب) کمیته ۷ نفره باشد و شامل ۲ دانش آموز سال اول ، ۳ دانش آموز سال دوم و ۲ دانش آموز سال سوم باشد.</p>	۱۷
۱	<p>الف) علم آمار را تعریف کنید.</p> <p>ب) نمونه را تعریف کنید.</p>	۱۸
۲	<p>نوع متغیرهای زیر را تعیین کنید.</p> <p>الف) رنگ چشم (ب) تعداد ماهی های یک دریا</p> <p>ج) وزن یک سیب (د) میزان هوش (بالا - متوسط - پایین)</p>	۱۹
۲	<p>در جعبه ای ۴ مهره ی آبی و ۳ مهره ی قرمز وجود دارد. اگر از این جعبه سه مهره به تصادف خارج کنیم چقدر احتمال دارد.</p> <p>الف) هر سه مهره هم رنگ باشند.</p> <p>ب) دقیقاً ۲ مهره هم رنگ باشند .</p>	۲۰
« موفق باشید »		

الف : اعداد حسابی

ب : دوم و چهارم

ج : ۴

د : ۱۶

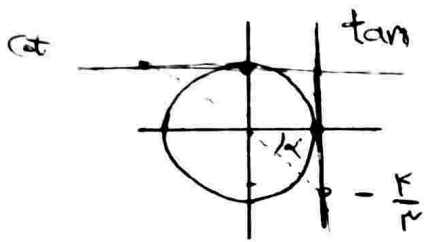
ه : مجزا با جدا از هم

و : هیچ از زوج مرتب ستائری در آن مؤلفه اول یکسانی نداشته باشند.

۵, □, □, ۱۳۵ $\xrightarrow{\text{هندسی}}$ ۵, ۹q, ۹q^۲, ۱۳۵ (۲)

a = ۵, ۹q^۳ = ۱۳۵ \Rightarrow ۹q^۳ = ۱۳۵ \Rightarrow q^۳ = ۱۵ \Rightarrow q = $\sqrt[۳]{۱۵} = ۳$

\Rightarrow ۵, $\boxed{۵ \times ۳^۲}$, $\boxed{۵ \times ۳^۴}$, ۱۳۵ \Rightarrow ۵, ۱۵, ۴۵, ۱۳۵



$\tan \alpha = -\frac{4}{3} \Rightarrow \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = -\frac{4}{3}$

$\left. \begin{matrix} \sin \alpha < 0 \\ \cos \alpha > 0 \\ \cot \alpha < 0 \end{matrix} \right\}$ در ربع چهارم است بنابراین

$\cot \alpha = \frac{1}{\tan \alpha} = \frac{1}{-\frac{4}{3}} = -\frac{3}{4}$

$\left\{ \begin{matrix} \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \\ \sin \alpha = -\frac{4}{3} \cos \alpha \end{matrix} \right. \xrightarrow{\text{جابجایی}} \left(-\frac{4}{3} \cos \alpha\right)^2 + \cos^2 \alpha = 1 \Rightarrow \frac{16}{9} \cos^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$

$\Rightarrow \frac{25}{9} \cos^2 \alpha = 1 \Rightarrow \cos \alpha = \pm \sqrt{\frac{9}{25}}$

$\xrightarrow{\cos \alpha > 0} \Rightarrow \cos \alpha = \frac{3}{5} = 0,6$

$\Rightarrow \sin \alpha = -\frac{4}{3} \times \frac{3}{5} = -\frac{4}{5} = -0,8$

$$\sqrt[3]{\sqrt[3]{\sqrt[3]{2}}} = \sqrt[3]{\sqrt[3]{\sqrt[3]{2^3}}} = \sqrt[3]{\sqrt[3]{2^9}} = \sqrt[3]{2^3} = 2$$

الف: طبق اتحاد $(a+b)(a^2-ab+b^2) = a^3+b^3$ داریم:

$$4x^3 + 27y^3 = 2^3x^3 + 3^3y^3 = \underbrace{(2x)^3}_a + \underbrace{(3y)^3}_b = (2x+3y)(4x^2-12xy+9y^2)$$

ب: طبق اتحاد: $(a-b)(a+b) = a^2-b^2$

$$12z^2 - 42\omega t^2 = 2^2z^2 - 3^2\omega t^2 = \underbrace{(2z)^2}_a - \underbrace{(3\omega t)^2}_b = \underbrace{((2z) - (3\omega t))}_{a'} \underbrace{((2z) + (3\omega t))}_{b'}$$

$$\Rightarrow (2z - 3\omega t)(2z + 3\omega t)((2z)^2 + (3\omega t)^2) = (2z - 3\omega t)(2z + 3\omega t)(4z^2 + 9\omega^2 t^2)$$



۶) با مخرج و صورت کسر را در مزدوج کسر ضرب کنیم:

$$\frac{1(\sqrt{5} - \sqrt{3})}{(\sqrt{5} + \sqrt{3})(\sqrt{5} - \sqrt{3})} = \frac{1(\sqrt{5} - \sqrt{3})}{\sqrt{5}^2 - \sqrt{3}^2} = \frac{1\sqrt{5} - 1\sqrt{3}}{5 - 3} = 4\sqrt{5} - 4\sqrt{3}$$

۷) ابتدا دو طرف معادله را در ۶ ضرب می‌کنیم:

$$\frac{t^2}{3} - \frac{t}{2} + \frac{2}{3} = 0 \xrightarrow{\times 6} 2t^2 - 3t + 9 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

در معادله $ax^2 + bx + c = 0$: Δ به طریق زیر دو محاسبه می‌شود:

$$\Delta = (-3)^2 - 4(2)(9) = 9 - 72 < 0$$

چون Δ منفی شد پس معادله جواب ندارد. ریشه حقیقی ندارد.

$$x = -\frac{b}{2a} = \frac{-1}{-2} = \frac{1}{2}$$

در معادله سهمی $a = -1 < 0$ دهانه سهمی رو به پایین است.

$$y = y\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2} - \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{2} - \frac{1}{4} = \frac{1}{4}$$

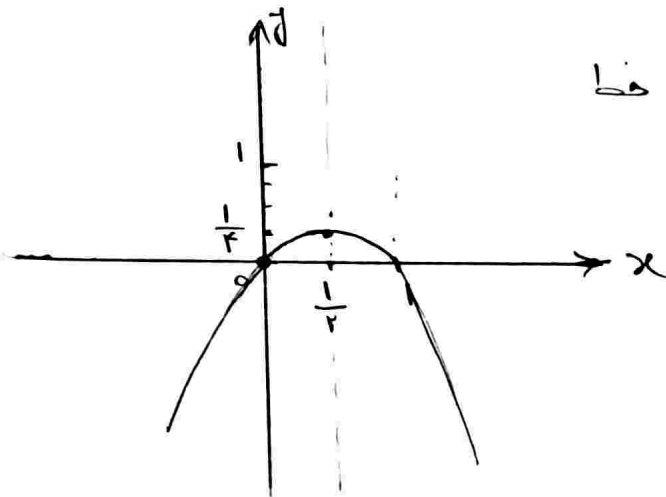
نقطه تلاقی سهمی با محور x ها $= x - x^2$ ، شیفاً $\Rightarrow x(1-x) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 0 \\ x_2 = 1 \end{cases}$

سهمی در نقاط $(0, 0)$ و $(1, 0)$ با محور x ها تلاقی دارد.

محل تلاقی سهمی با محور y $\Rightarrow x=0 : y(0) = 0 - 0 = 0$

سهمی در نقطه $(0, 0)$ با محور y ها تلاقی دارد.

نمودار سهمی : محور تقارن : $x = \frac{1}{2}$ خط



(۹) جدول تغییر علامت نامعادله را رسم می‌کنیم :

رشته صورت : $x^2 - 9 = 0 \Rightarrow x^2 = 9 \Rightarrow x = \pm 3$

رشته مخرج : $2x - 1 = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{2}$

x	-3	0.5	3
$x^2 - 9$	+	-	+
$2x - 1$	-	-	+
$\frac{x^2 - 9}{2x - 1}$	-	+ ✓	+ ✓

سهمی جواب نامعادله $(-3, 0.5) \cup (0.5, 3)$ است.

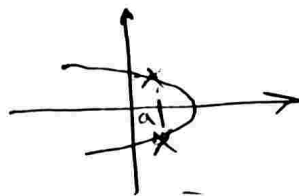
ه) تعریف تابع: مجموعه تشکیل یافته از زوج مرتب‌هایی که هیچ ۲ زوج مرتب متمایزی در آن مؤلفه اول یکسانی نداشته باشد.

الف) تابع نیست: چرا که به عدد عام مقسوم‌علیه‌ها نسبت می‌دهد پس در این صورت زوج مرتب‌هایی تشکیل می‌شود که مؤلفه اول آن، عدد و مؤلفه دوم مقسوم‌علیه‌ها است:

$$\text{مثال نقص: } \{ (14, 1), (14, 2), (14, 4), (14, 7), (14, 14) \}$$

ب) هیچ مؤلفه اول یکسانی دیده نمی‌شود پس تابع است: $۱ \neq 2 \neq 7$

ج) تابع نیست:



به ازای x های همواره a ۲ ۷ و عدد ۷ در دامنه از زوج مرتب متمایز با مؤلفه اول یکسان دیده می‌شود.

۱۱) تابع خطی به فرم $ax + b = y$ است بنابراین:

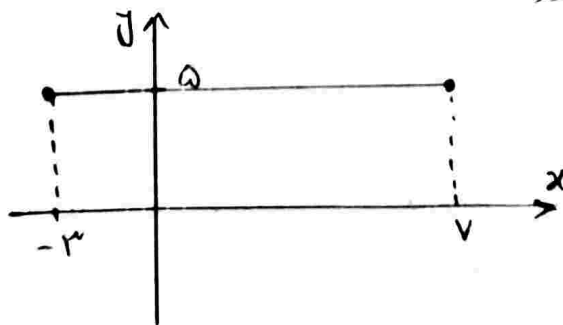
$$\begin{bmatrix} 2 \\ 11 \end{bmatrix} : 2a + b = 11 \Rightarrow 2a + 7 = 11 \Rightarrow a = 2$$

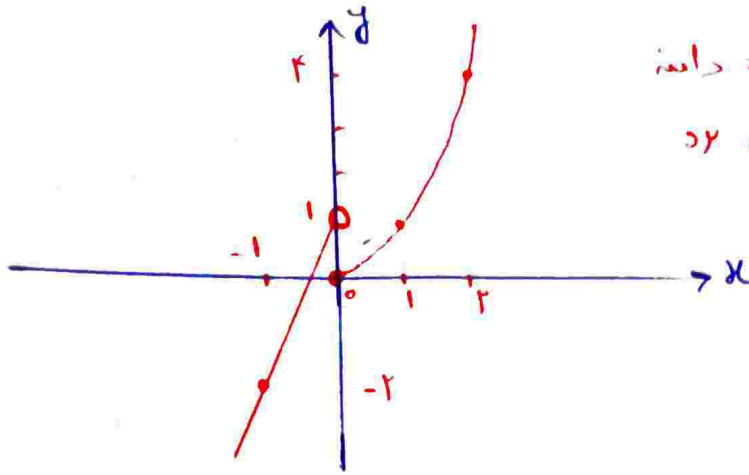
$$\begin{bmatrix} 0 \\ 7 \end{bmatrix} : 0 \cdot a + b = 7 \Rightarrow b = 7$$

$$\text{تابع خطی} \Rightarrow \boxed{2x + 7 = y}$$

۱۲) تابع ثابت خطی است موازی با محور x ها:

$$\text{دامنه } [-3, 7] : -3 \leq x \leq 7$$

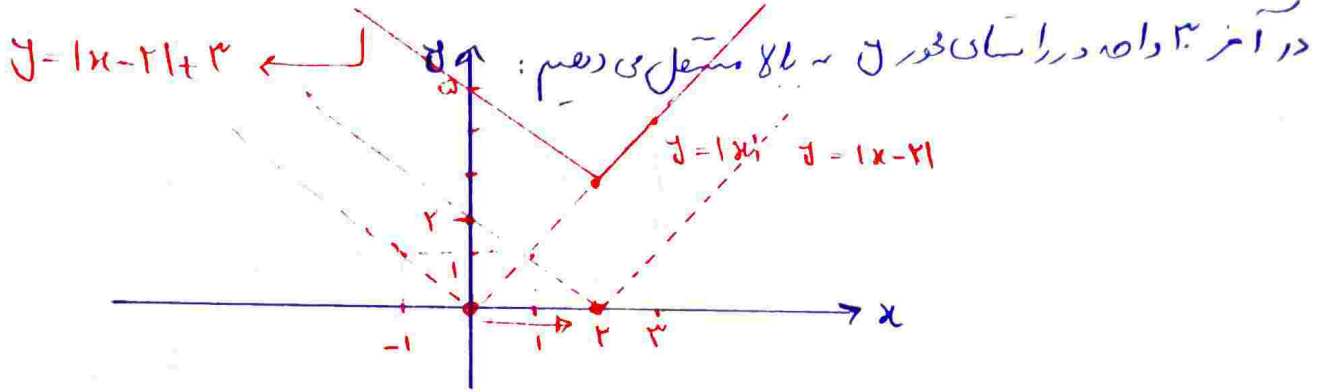




دامنه = IR

بها = IR

(14) ابتدا $y = |x|$ را رسم می‌کنیم سپس 2 واحد در راستای محور x به سمت راست منتقل می‌کنیم $(|x| + 1)$



عدد = $4 \times 5 \times 2 = 40$

حالت اول: {2, 5, 7, 9}

حالت دوم: {0, 2, 5, 7, 9}

حالت سوم: {0, 2}

(16) الف: پ و راه‌اندک بسته در نظر می‌گیریم: گ و ل و **پ** و ی و ا

تعداد کل = $2 \times 5 = 10$

حالت بسته

تعداد حالات بسته پ و ی

ب: پ و ی را که تماماً انتخاب می‌شود حال از سبک گ و ل می‌باید انتخاب شود:

تعداد = $\binom{2}{1} \times 4! \times 2! = 96$

کدام یک از کلمات
پ و ی

کدام یک از کلمات
گ و ل

کدام یک از کلمات
پ و ی

(۱۷) الف:

$$\text{تعداد} = \binom{10}{3} \binom{8+5}{2} + \binom{10}{4} \binom{8+5}{1} + \binom{10}{5} = 120 \times 78 + 210 \times 13 + 252 = 12,342$$

تعداد سال اول ۵ تعداد سال اول ۴ تعداد سال اول ۳

ب:

$$\text{تعداد طالبان} = \binom{10}{2} \binom{8}{3} \binom{5}{2} = 45 \times 56 \times 10 = 25200$$

(۱۸) الف: مجموعه روش‌هایی است که شامل جمع آوری اعداد در ارقام با سازگاری و رعایت، تحلیل و تفسیر داده‌ها در کفایت، پیگیری، مقایسه و پیش‌بینی مناسب در مورد پدیده‌ها و آزمون‌های تصادفی می‌شود.

ب: بخشی از جامعه را که بر مطالعه انتخاب می‌شود نمونه می‌گویند و هر یک از افراد یا اشیا انتخاب شده را عضو نمونه می‌گویند.

(۱۹) الف: متغیر کیفی بدون ترتیب ب: متغیر کیفی گسسته

ج: متغیر کیفی پیوسته د: متغیر کیفی با ترتیب طبیعی

$$P = \frac{\binom{3}{3} + \binom{4}{3}}{\binom{3+4}{3}} = \frac{1+4}{35} = \frac{1}{7}$$

مردان ۳ نفر ← هر ۳ نفر

(۲۰) الف:

$$P = \frac{\binom{3}{2} \binom{4}{1} + \binom{4}{2} \binom{3}{1}}{\binom{7}{3}} = \frac{3 \times 4 + 6 \times 3}{35} = \frac{30}{35} = \frac{6}{7}$$

مردان ۲ نفر و زنان ۱ نفر ← هر ۲ نفر و ۱ نفر

ب:

ب: انتخاب ۳ نفره از ۷ نفره (تعداد حالات معین نمونه)