

ص ۴ سوال ۵

۶- جمله عمومی یک دنباله به صورت $a_n = 2^{n-1}$ است. چند جمله از این دنباله را با هم جمع کنیم تا مجموع آنها برابر ۲۵۵ شود؟

$$S_n = 255 \Rightarrow \frac{a_1(1-q^n)}{1-q} = 255 \Rightarrow \frac{1(1-2^n)}{1-2} = 255$$

(۱/۵ نمره)

$$\rightarrow 2^n - 1 = 255 \rightarrow 2^n = 256 = 2^8 \Rightarrow n = 8$$

$$S = 3 + \sqrt{5} + 3 - \sqrt{5} = 6$$

۷- الف) معادله‌ای بنویسید که ریشه‌هایش $3 + \sqrt{5}$ و $3 - \sqrt{5}$ باشد. (۰/۵ نمره)

$$P = (3 + \sqrt{5})(3 - \sqrt{5}) = 9 - 5 = 4 \Rightarrow x^2 - Sx + P = 0 \Rightarrow x^2 - 6x + 4 = 0$$

ص ۹

ب) صفرهای تابع $y = 2x^2 - x - 1$ را بدست آورید. (۰/۵ نمره)

ص ۱۰

$$2x^2 - x - 1 = 0 \quad \Delta = 1 - 4(2)(-1) = 9$$

$$x_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{9}}{2 \times 2} \rightarrow \begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

ج) $A(0, 6)$ و $B(8, -8)$ نقاط دو سر قطر یک دایره‌اند. مختصات مرکز و طول شعاع دایره را بدست آورید. (۱ نمره)

ص ۳۵ سوال ۲

$$\text{مرکز } O = \left(\frac{8+0}{2}, \frac{-8+6}{2} \right) = (4, -1)$$

$$r = OA = \sqrt{(x_A - x_O)^2 + (y_A - y_O)^2} = \sqrt{(0-4)^2 + (6-(-1))^2} = \sqrt{16 + 49} = \sqrt{65}$$

۸- معادلات زیر را حل کنید. (۳ نمره)

ص ۱۵ سوال ۵

$$(4 - x^2)^2 - (4 - x^2) = 12 \quad \text{تغییر متغیر: } u = 4 - x^2 \Rightarrow u^2 - u - 12 = 0$$

$$\rightarrow (u-4)(u+3) = 0 \rightarrow \begin{cases} u=4 \rightarrow 4-x^2=4 \rightarrow x^2=0 \rightarrow x=0 \\ u=-3 \rightarrow 4-x^2=-3 \rightarrow x^2=7 \rightarrow x=\pm\sqrt{7} \end{cases}$$

ص ۲۲ سوال ۱

$$\left(\frac{P}{2-P} + \frac{2}{P} = \frac{-3}{2} \right) \times 2P(2-P) \Rightarrow 2P(P) + 2(2(2-P)) = -3P(2-P)$$

$$\rightarrow 2P^2 + 4 - 4P = -4P + 3P^2 \Rightarrow P^2 - 2P - 4 = 0 \quad \Delta = 4 - 4(1)(-4) = 20$$

$$P_{1,2} = \frac{2 \pm \sqrt{20}}{2} \rightarrow \begin{cases} P_1 = 4 \checkmark \\ P_2 = -2 \checkmark \end{cases}$$

$$\sqrt{x+2} = x-4 \quad \text{توان ۲} \rightarrow x+2 = (x-4)^2 \Rightarrow x+2 = x^2+16-8x$$

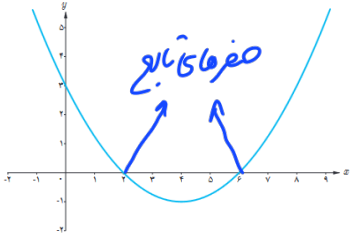
$$\rightarrow x^2 - 9x + 14 = 0 \rightarrow (x-2)(x-7) = 0 \rightarrow \begin{cases} x=2 \checkmark \\ x=7 \checkmark \end{cases}$$

$$|5x-2| = |3-2x| \rightarrow \begin{cases} 5x-2 = 3-2x \Rightarrow 7x=5 \rightarrow x=\frac{5}{7} \\ 5x-2 = -(3-2x) \Rightarrow 5x-2 = -3+2x \Rightarrow 3x=-1 \rightarrow x=-\frac{1}{3} \end{cases}$$

ص ۳۶

ص ۱۱

۹- اگر نمودار سهمی $y = ax^2 + bx + c$ به صورت زیر باشد، ضابطه سهمی را مشخص کنید. (۵/۱ نمره)



$$y = a(x-2)(x-4) \xrightarrow{P} P = a(0-2)(0-4) \Rightarrow a = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$$

$$y = \frac{1}{4}(x-2)(x-4) = \frac{1}{4}(x^2 - 6x + 8) = \frac{1}{4}x^2 - \frac{3}{2}x + 2$$

۱۰- دو تابع چه زمانی با هم برابرند؟ (۵/۰ نمره) ص ۴۱

ضابطه یکسانی داشته باشند $f(x) = g(x)$

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ $f(x) = x $	$r: [0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ $r(a) = 5a$
$g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ $g(x) = 5x$	$s: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ $s(a) = 5a$
$h: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ $h(x) = \begin{cases} x & x \geq 0 \\ -x & x < 0 \end{cases}$	$t: \mathbb{R} - \{0\} \rightarrow \mathbb{R}$ $t(x) = 5x$

$f = h$
 $g = s$

ص ۴۳ سوال ۵

۱۱- دامنه توابع زیر را بدست آورید. (۱ نمره)

ص ۵۲

$$\frac{3x-1}{x^2+4}$$

$$x^2 + 4 \neq 0 \rightarrow x^2 \neq -4 \Rightarrow D_f = \mathbb{R}$$

ص ۵۲

$$\sqrt{8x+3}$$

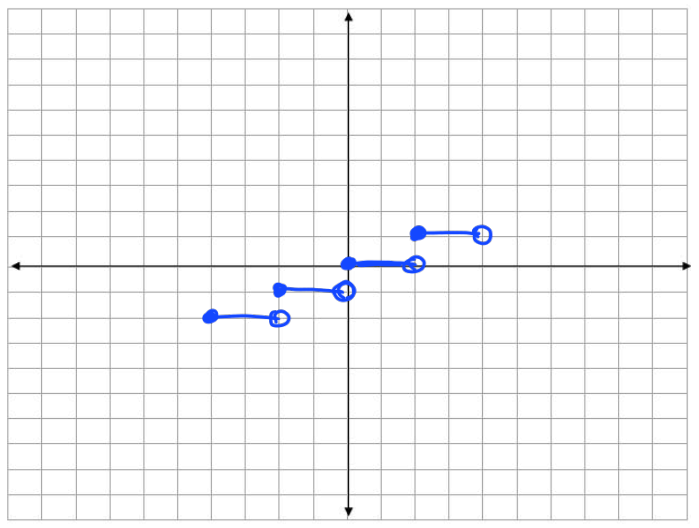
$$8x+3 \geq 0 \rightarrow 8x \geq -3 \rightarrow x \geq -\frac{3}{8}$$

$$\rightarrow D = \left[-\frac{3}{8}, +\infty\right)$$

۱۲- ضابطه تابع زیر را با توجه به دامنه داده شده بازه بندی کنید. نمودار آنرا را رسم کنید. (۲ نمره) ص ۴۳ سوال ۷

$$f(x) = \left\lfloor \frac{1}{2}x \right\rfloor, \quad -4 \leq x < 4 \rightarrow -2 \leq \frac{1}{2}x < 2$$

$\frac{1}{2}x$	$-2 \leq \frac{1}{2}x < -1$	$-1 \leq \frac{1}{2}x < 0$	$0 \leq \frac{1}{2}x < 1$	$1 \leq \frac{1}{2}x < 2$
$\left\lfloor \frac{1}{2}x \right\rfloor$	-2	-1	0	1
x	$-4 \leq x < -2$	$-2 \leq x < 0$	$0 \leq x < 2$	$2 \leq x < 4$



$$-\frac{1}{4} = -1 \frac{1}{4} + 1$$

۱۳- تابع $g(x) = x^2 - 2x + 3$ را در نظر بگیرید. دامنه‌ای از آن را که می‌تواند یک به یک باشد، تعیین کرده سپس وارون آن

را بیابید. (۲ نمره) ص ۶۱

$$g(x) = x^2 - 2x + 1 + 3 - 1 \Rightarrow y = (x-1)^2 + 2$$

با محدود کردن دامنه به $D_g = [1, +\infty)$ تابع یک به یک می‌گردد. وارون آن عبارتست از:

$$y = (x-1)^2 + 2 \rightarrow (x-1)^2 = y-2 \xrightarrow{\sqrt{\quad}} |x-1| = \sqrt{y-2} \xrightarrow{x \geq 1} x-1 = \sqrt{y-2}$$

$$\rightarrow x = \sqrt{y-2} + 1 \Rightarrow g^{-1}(x) = \sqrt{x-2} + 1$$

۱۴- اگر $f = \{(-4, 13), (-1, 7), (0, 5), (\frac{5}{3}, 0), (3, -5)\}$ و $g = \{(-4, -7), (-2, -5), (0, -3), (3, 0), (5, 2)\}$

باشد، توابع $f-g$ و $\frac{f}{g}$ را به صورت زوج مرتب نمایش دهید. (۱ نمره) ص ۴۹ سوال ۵

$$D_{f-g} = D_f \cap D_g = \{-4, 0, 3\}$$

$$f-g = \{(-4, 20), (0, 8), (3, -5)\}$$

$$D_{\frac{f}{g}} = D_f \cap D_g - \{x | g(x) = 0\} = \{-4, 0, 3\} - \{3\} = \{-4, 0\}$$

$$\rightarrow \frac{f}{g} = \left\{ \left(-4, -\frac{13}{7}\right), \left(0, -\frac{5}{3}\right) \right\}$$

نمره ورقه به عدد:

نام و نام خانوادگی تجدید نظر کننده:

نام و نام خانوادگی مصمم:

نمره ورقه به حرف:

محل امضا

محل امضا