

ش سندلی (ش داوطلب):

نام دبیر: آقای غلامحسینی

نوبت امتحانی: اول

ساعت امتحان:

درس: حسابان

پایه: یازدهم ریاضی

سال تحصیلی: ۱۴۰۱ - ۱۴۰۰

مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه

نام و نام خانوادگی:

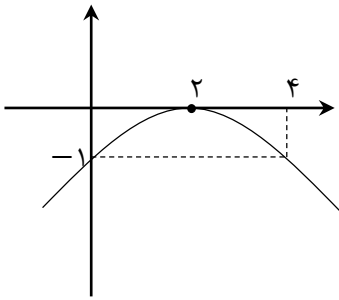
کلاس:

تعداد صفحات: ۴ صفحه

تاریخ امتحان: ۱۴۰۰/۱۰/۱۸

۱. مجموع همه اعداد طبیعی سه رقمی مضرب ۶ را بیابید. (۱ نمره)

۲. معادله درجه دومی بنویسید که یکی از ریشه های آن دو برابر دیگری باشد. (۱ نمره)

۳. در شکل زیر نمودار سهمی  $P(x) = ax^2 + bx + c$  داده شده است. ضابطه آن را مشخص کنید. (۱/۵ نمره)

۴. معادلات زیر را حل کنید. (هر مورد ۱ نمره)

$$\text{الف) } \frac{1}{x^2+2x+3} = \frac{1}{x^2+2x+4} - \frac{1}{x^2+2x+5}$$

$$\text{ب) } \frac{1-\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}} = 1-x$$

$$\text{د) } |2x+3| + |-2x+4| - |4x-7| = 0$$

۵. نامعادله زیر را به روش هندسی حل کنید. (۱/۵ نمره)

$$|x^2 - 2| < |x + 1| - 1$$

۶. الف)  $A(0, 6)$  و  $B(8, -8)$  نقاط دو سر قطر یک دایره‌اند. مختصات مرکز و طول شعاع دایره را بدست آورید. (۱ نمره)

ب) فاصله بین خط  $x + 2y = 5$  و نقطه  $A(4, 3)$  را بدست آورید. (۱ نمره)

۷. دو تابع  $f(x) = \frac{b}{x+3}$  و  $g(x) = \frac{x-a}{x^2+cx+d}$  با هم مساویند. مقادیر  $a, b, c$  و  $d$  را بیابید. (۱ نمره)

۸. کدام یک از معادلات زیر  $y$  را به صورتی تابعی از  $x$  مشخص می‌کند. (۱/۵ نمره)

الف)  $(x-3)^2 + (y^2-4)^2 = 0$

ب)  $y + \sqrt{y} = x^2 - 2$

۹. دامنه تابع زیر را بدست آورید. (۱/۵ نمره)

$$y = \frac{x\sqrt{2x-x^2}}{2\sqrt{x}-\sqrt{1-x}}$$

۱۰. نمودار توابع زیر را رسم نمایید و دامنه و برد توابع زیر را مشخص کنید. (هر مورد ۱ نمره)

الف)  $y = \frac{1}{|x|-1}$

$$\text{ب) } f(x) = -\sqrt{-2x - 6} - 2$$

$$\text{ج) } f(x) = [2x] - 1 ; (-1 \leq x < 1)$$

۱۱. کدام یک از توابع زیر یک به یک است؟ وارون تابعی که یک به یک است، را بیابید. (۱/۵ نمره)

$$\text{الف) } y = x^3 - x$$

$$\text{ب) } y = 3x^2 - 6x + 1 ; (1 \leq x)$$

۱۲. برای دو تابع  $f(x) = \frac{1}{x-3}$  و  $g(x) = \frac{4}{x}$  تابع  $f \circ g$  و دامنه آن را محاسبه کنید. (۱/۵ نمره)

ش سندلی (ش داوطلب):

نام دبیر: آقای غلامحسینی

نوبت امتحانی: اول

ساعت امتحان:

درس: حسابان

پایه: یازدهم ریاضی

سال تحصیلی: ۱۴۰۱ - ۱۴۰۰

مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه

نام و نام خانوادگی:

کلاس:

تعداد صفحات: ۴ صفحه

تاریخ امتحان: ۱۴۰۰/۱۰/۱۸

۱. مجموع همه اعداد طبیعی سه رقمی مضرب ۶ را بیابید. (۱ نمره)

$$99 < 4n < 1000 \Rightarrow \frac{99}{4} < n < \frac{1000}{4} \Rightarrow 14,75 < n < 144,75$$

$$n = 17, 18, \dots, 144$$

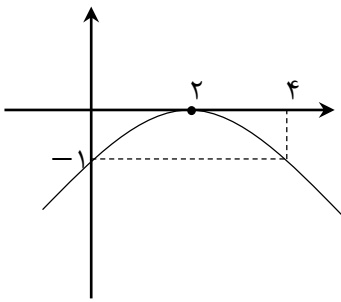
$$\Rightarrow 4n = \{102, 108, \dots, 996\} \quad n = \frac{996 - 102}{4} + 1 = 150$$

$$S_{150} = \frac{150}{2} (102 + 996) = 75 (1098) = 82350$$

۲. معادله درجه دومی بنویسید که یکی از ریشه های آن دو برابر دیگری باشد. (۱ نمره)

$$\alpha = 2\beta \quad S = \alpha + \beta = 3\beta \quad \text{و} \quad P = \alpha\beta = 2\beta^2$$

$$x^2 - 3\beta x + 2\beta^2 = 0 \quad \text{مثلاً} \quad x^2 - 3x + 2 = 0$$

۳. در شکل زیر نمودار سهمی  $P(x) = ax^2 + bx + c$  داده شده است. ضابطه آن را مشخص کنید. (۱/۵ نمره)

$$y = a(x-2)^2$$

$$-1 = a(4-2)^2 \Rightarrow a = -\frac{1}{4}$$

$$y = -\frac{1}{4}(x-2)^2 \Rightarrow y = -\frac{x^2}{4} + x - 1$$

۴. معادلات زیر را حل کنید. (هر مورد ۱ نمره)

$$x^2 + 2x + 4 = t$$

$$\frac{1}{x^2 + 2x + 3} = \frac{1}{x^2 + 2x + 4} - \frac{1}{x^2 + 2x + 5} \quad \text{(الف)}$$

$$\frac{1}{t-1} = \frac{1}{t} - \frac{1}{t+1} \Rightarrow t^2 + t = t^2 - 1 - t^2 + t \Rightarrow t^2 = -1$$

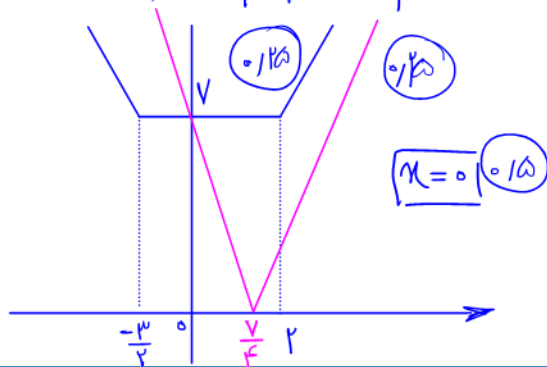
معادله جواب ندارد.

ب)  $\frac{1-\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}} = 1-x \Rightarrow (1+\sqrt{x})(1-x) = (1-\sqrt{x})$  (۰/۱۵)

$(1+\sqrt{x})(1+\sqrt{x})(1-\sqrt{x}) - (1-\sqrt{x}) = 0 \Rightarrow (1-\sqrt{x})(x+2\sqrt{x}+x-1) = 0$

$\Rightarrow (1-\sqrt{x})\sqrt{x}(x+\sqrt{x}) = 0 \Rightarrow$   $\begin{cases} \sqrt{x}-1=0 \Rightarrow x=1 \text{ صد } (۰/۱۵) \\ \sqrt{x}=0 \Rightarrow x=0 \text{ صد } (۰/۱۵) \\ x+\sqrt{x}=0 \Rightarrow \sqrt{x}=-2 \text{ غلط } \end{cases}$

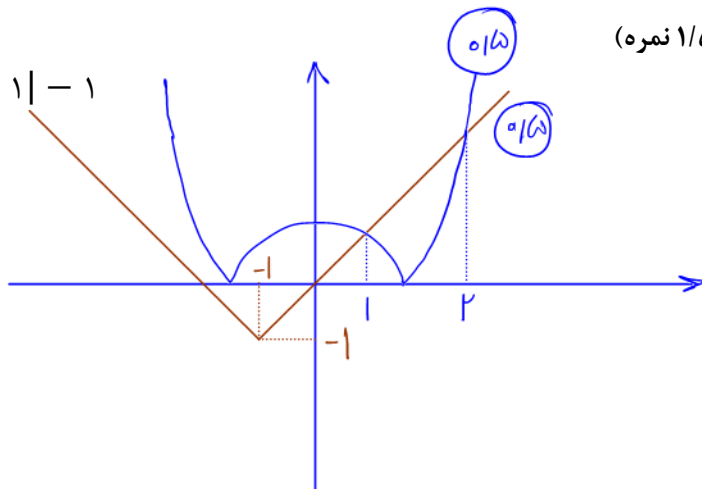
د)  $|2x+3| + |-2x+4| - |4x-7| = 0$   
 روش اول:  $|2x+3| + |2x-4| = |4x-7|$



روش دوم:  $\begin{cases} x \geq 2 & 2x-1 = 4x-7 \Rightarrow -1 \neq -7 \\ \frac{7}{4} \leq x < 2 & 2x+3 - 2x+4 = 4x-7 \Rightarrow 4x=14 \\ & x = \frac{7}{4} \text{ غلط } \\ -\frac{3}{2} \leq x < \frac{7}{4} & 2x+3 - 2x+4 = -4x+7 \\ & \Rightarrow x=0 \text{ صد } (۰/۱۵) \\ x \leq -\frac{3}{2} & -2x-3 - 2x+4 = -4x+7 \Rightarrow 1 \neq 7 \end{cases}$

۵. نامعادله زیر را به روش هندسی حل کنید. (۱/۵ نمره)

$|x^2 - 2| < |x + 1| - 1$



(۱, ۲) (۰/۱۵)

۶. الف)  $A(0, 6)$  و  $B(8, -8)$  نقاط دو سر قطر یک دایره‌اند. مختصات مرکز و طول شعاع دایره را بدست آورید. (۱ نمره)

$M_{\perp O} = (4, -1)$   
 مرکز (۰/۱۵)

$r = OA = \sqrt{(4-0)^2 + (-1-6)^2} = \sqrt{16+49} = \sqrt{65}$   
 شعاع (۰/۱۵)

ب) فاصله بین خط  $x + 2y = 5$  و نقطه  $A(4, 3)$  را بدست آورید. (۱ نمره)

$x + 2y - 5 = 0$

$\frac{|4+6-5|}{\sqrt{1+4}} = \frac{5}{\sqrt{5}} = \sqrt{5}$   
 (۰/۱۵)

۷. دو تابع  $f(x) = \frac{b}{x+3}$  و  $g(x) = \frac{x-a}{x^2+cx+d}$  با هم مساویند. مقادیر  $a, b, c$  و  $d$  را بیابید. (۱ نمره)

$$D_g = \mathbb{R} - \{-3\} \quad D_f = \mathbb{R} - \{-3\}$$

$$\Rightarrow x^2 + cx + d = (x+3)^2 \Rightarrow x^2 + cx + d = x^2 + 6x + 9 \Rightarrow c=6, d=9 \quad (۰/۱۵)$$

$$\frac{x-a}{(x+3)^2} = \frac{b}{(x+3)} \Rightarrow a=-3 \Rightarrow \frac{x+3}{(x+3)^2} = \frac{1}{x+3} \Rightarrow b=1 \quad (۰/۱۵)$$

۸. کدام یک از معادلات زیر  $y$  را به صورتی تابعی از  $x$  مشخص می‌کند. (۱/۵ نمره)

الف)  $(x-3)^2 + (y^2-4)^2 = 0$

$x=3, y=\pm 2$       تابع نیست      (۰/۱۵)

ب)  $y + \sqrt{y} = x^2 - 2$        $x_1 = x_2 \Rightarrow x^2 = x^2 \Rightarrow x^2 - 2 = x^2 - 2$       (۰/۱۵)

$$\Rightarrow y_1 + \sqrt{y_1} = y_2 + \sqrt{y_2} \Rightarrow y_1 - y_2 + \sqrt{y_1} - \sqrt{y_2} = 0 \Rightarrow$$

$$(\sqrt{y_1} - \sqrt{y_2})(\sqrt{y_1} + \sqrt{y_2}) + (\sqrt{y_1} - \sqrt{y_2}) = 0 \Rightarrow (\sqrt{y_1} - \sqrt{y_2})(\sqrt{y_1} + \sqrt{y_2} + 1) = 0 \Rightarrow \sqrt{y_1} - \sqrt{y_2} = 0$$

همواره مخالف صفر

$$\Rightarrow y_1 = y_2 \quad \text{تابع است.} \quad (۰/۱۵)$$

۹. دامنه تابع زیر را بدست آورید. (۱/۵ نمره)

$$y = \frac{x\sqrt{2x-x^2}}{2\sqrt{x}-\sqrt{1-x}} \quad (۰/۱۵)$$

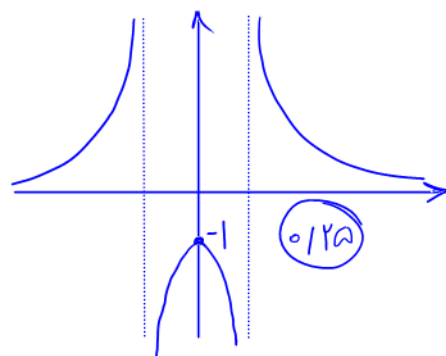
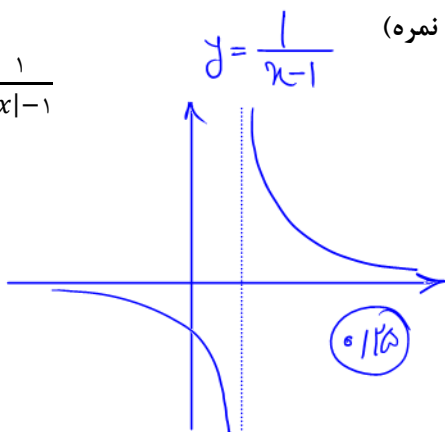
$$2x-x^2 \geq 0 \Rightarrow \frac{x}{p} \mid \begin{array}{c} 0 \\ - \\ + \\ 0 \\ - \end{array} \quad [0, 2] \quad (۰/۱۵)$$

$$x \geq 0 \cap x \leq 1 \Rightarrow [0, 1] \quad (۰/۱۵)$$

$$2\sqrt{x} - \sqrt{1-x} \neq 0 \Rightarrow 2x \neq 1-x \Rightarrow x \neq \frac{1}{3} \quad (۰/۱۵)$$

۱۰. نمودار توابع زیر را رسم نمایید و دامنه و برد توابع زیر را مشخص کنید. (هر مورد ۱ نمره)

الف)  $y = \frac{1}{|x|-1}$



$$D = \mathbb{R} - \{\pm 1\} \quad (۰/۱۵)$$

$$R = (-\infty, -1) \cup (1, \infty) \quad (۰/۱۵)$$

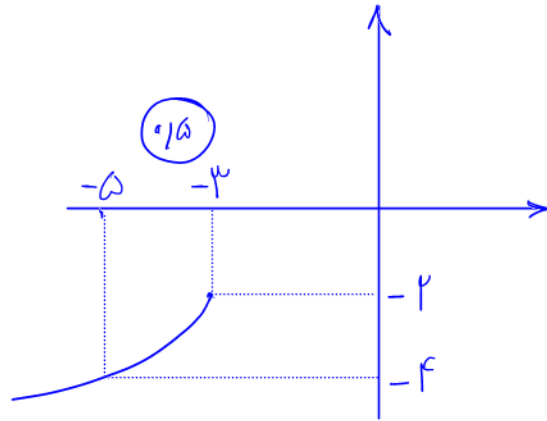
ب)  $f(x) = -\sqrt{-2x-6} - 2$

$-2x-6 \geq 0$

$2x \leq -6$

$x \leq -3$

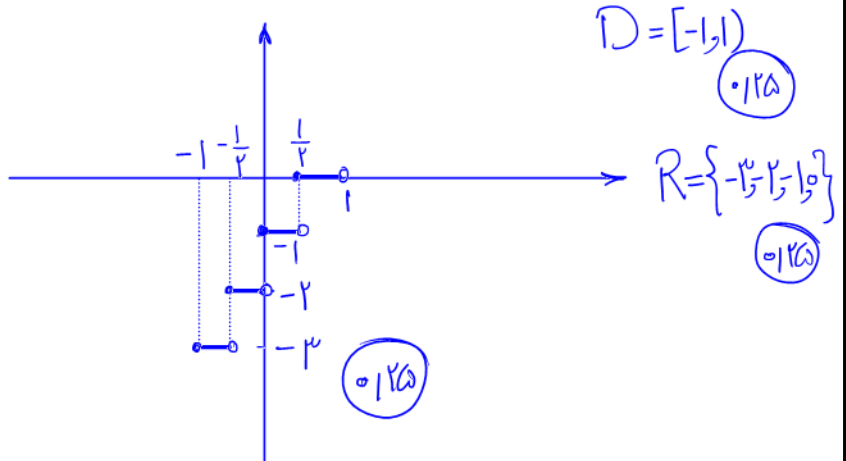
$x$	$-3$	$-5$
$y$	$-2$	$-4$



$D = (-\infty, -3]$   $R = (-\infty, -2]$

ج)  $f(x) = [2x] - 1 ; (-1 \leq x < 1)$

$$\begin{cases} -1 \leq x < -\frac{1}{2} & y = -3 \\ -\frac{1}{2} \leq x < 0 & y = -2 \\ 0 \leq x < \frac{1}{2} & y = -1 \\ \frac{1}{2} \leq x < 1 & y = 0 \end{cases}$$



۱۱. کدام یک از توابع زیر یک به یک است؟ وارون تابعی که یک به یک است، را بیابید. (۱/۵ نمره)

الف)  $y = x^3 - x$

$y = 0 \Rightarrow x = 0, 1, -1$

تابع یک به یک نیست  $\{ (1,0), (-1,0), (0,0) \}$  (۱/۵)

$$y+2 = 3(x-1)^4$$

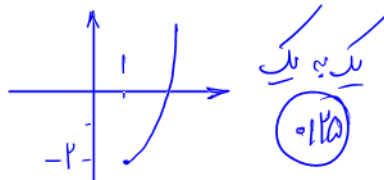
$$\sqrt{\frac{y+2}{3}} = |x-1|$$

$$x = \sqrt{\frac{y+2}{3}} + 1$$

ب)  $y = 3x^2 - 6x + 1 ; (1 \leq x)$

$y = 3(x^2 - 2x + \frac{1}{3})$  (۱/۵)

$y = 3(x^2 - 2x + 1 - \frac{2}{3}) = 3(x-1)^2 - 2$



$$f^{-1}(x) = \sqrt{\frac{x+2}{3}} + 1$$

۱۲. برای دو تابع  $f(x) = \frac{1}{x-3}$  و  $g(x) = \frac{f}{x}$  تابع  $f \circ g$  و دامنه آن را محاسبه کنید. (۱/۵ نمره)

$D_f = \mathbb{R} - \{3\}$  ,  $D_g = \mathbb{R} - \{0\}$  (۱/۵)

$$D_{f \circ g} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\} = \{x \neq 0 \mid \frac{f}{x} \neq 3\} = \mathbb{R} - \{0, \frac{f}{3}\}$$
 (۱/۵)

$3x \neq f \Rightarrow x \neq \frac{f}{3}$

موفق باشید.

$f \circ g = f(g(x)) = \frac{1}{\frac{f}{x} - 3} = \frac{x}{f - 3x}$  (۱/۵)