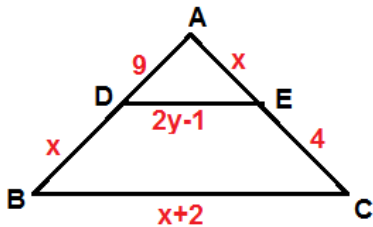




نام و نام خانوادگی		نام درس: ریاضی ۲	پایه : یازدهم	نام رشته : تجربی	طراح: شه ژین بابان
ساعت شروع آزمون : ۸ صبح		تاریخ برگزاری : ۱۱ / ۱۰ / ۱۴۰۰	تعداد سوالات: ۱۳	تعداد صفحه : ۴	مدت پاسخگویی: ۹۰ دقیقه
ردیف	سوالات				
۱	<p>در جاهای خالی عدد یا عبارت مناسب قرار دهید</p> <p>(۱) در معادله <math>-3x^2 + x + 7 = 0</math> مجموع ریشه ها برابر ..... و حاصلضرب ریشه ها برابر ..... می باشد.</p> <p>(۲) اگر نمودار <math>f(x)</math> را رسم کنیم صفرهای تابع <math>f</math> طول نقاط تلاقی نمودار با محور ..... است.</p> <p>(۳) نوعی استدلال که برای رد یک حکم کلی استفاده می شود ..... نام دارد.</p> <p>(۴) برای رسم نمودار وارون یک تابع کافی است قرینه نمودار آن تابع را نسبت به ..... رسم کنیم.</p> <p>(۵) معادله خطی که از نقطه <math>A(-3, 2)</math> می گذرد و عمود بر نیمساز ربع اول و سوم باشد ..... است.</p>				
۲	<p>اگر <math>A(1, 4)</math> و <math>B(-2, -2)</math> و <math>C(4, 2)</math> سه رأس مثلث <math>ABC</math> باشند آنگاه :</p> <p>الف) معادله ارتفاع <math>BH</math> را بدست آورید.</p> <p>ب) طول ارتفاع <math>BH</math> را بدست آورید.</p>				
۳	<p>حدود <math>m</math> را برای آنکه معادله <math>mx^2 + mx - 2 = 0</math> دارای دو ریشه حقیقی منفی باشد را مشخص کنید.</p>				

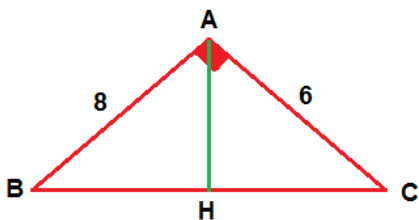
۱	سه‌می به معادله $y = x^2 - 4x$ را رسم کنید.	۴
۱ ۱	<p>معادله های زیر را حل کنید .</p> <p>الف) <math>\frac{2x+3}{2x-2} - \frac{5}{x^2-1} = \frac{2x-3}{2x+2}</math></p> <p>ب) <math>\sqrt{x^2+7} + 5 = 3x</math></p>	۵
۱	طریقه رسم نیمساز یک زاویه را توضیح دهید. (رسم شکل)	۶
۱/۵	<p>در شکل مقابل <math>DE \parallel BC</math> مقدار <math>x</math> و <math>y</math> را بدست آورید.</p> 	۷

۸ الف) عکس قضیه ( اگر در یک چهار ضلعی قطرهای یکدیگر را نصف کنند آنگاه آن چهار ضلعی متوازی الاضلاع است) را بنویسید.

ب) با استفاده از برهان خلف ثابت کنید که اگر  $n \in \mathbb{N}$  و  $n^2$  عددی فرد باشد آنگاه  $n$  نیز عددی فرد است.

۱

۹ در مثلث قائم الزاویه زیر داریم  $\hat{A} = 90^\circ$  و با فرض آنکه  $AC = 6$  و  $AB = 8$  باشد اندازه  $BH, CH$  را بدست آورید.



۲

۱۰ آیا دو تابع زیر با هم مساویند؟ چرا؟

$$f(x) = \frac{1}{x+1}$$

$$g(x) = \frac{x+1}{x^2+2x+1}$$

۱

۱۱ به کمک انتقال نمودار  $f(x) = [x] - 1$  را در بازه  $[-1, 2)$  رسم کنید.

۱	<p>الف) <math>a</math> و <math>b</math> را طوری بدست آورید که رابطه <math>\{(3,2), (a,5), (3, a^2 - a), (b,2), (-1,4)\}</math> تابعی یک به یک باشد.</p> <p>ب) ضابطه وارون تابع زیر را بدست آورید.</p> $f(x) = -\frac{1}{3}x + 2$	۱۲
۱ ۱	<p>دو تابع <math>f</math> و <math>g</math> به صورت زیر داده شده اند :</p> $f = \{(1, -1), (2, 3), (3, 1), (4, 1)\}$ $g = \{(1, 2), (2, 0), (3, 1), (5, 2)\}$ <p>الف) تابع <math>f + g</math> را به صورت مجموعه ای از زوج های مرتب بنویسید .</p> <p>ب) دامنه تابع <math>\frac{f}{g}</math> و مقدار <math>\frac{f}{g}(1)</math> را بدست آورید.</p>	۱۳
۲۰	<p>✓ برای قایق های بی حرکت فقط موج ها تصمیم می گیرند موفق و پیروز باشید</p>	



بسمه تعالی

معاونت مدیر کل و مدیریت آموزش و پرورش شهرستان مهاباد  
دبیرستان استعدادهای درخشان فرزنانگان محمد ایازی  
امتحانات نوبت اول - دی ماه - سال تحصیلی ۱۴۰۱ - ۱۴۰۰

نام و نام خانوادگی	نام درس: ریاضی ۲	پایه: یازدهم	نام رشته: تجربی	طراح: نه زین بایان
--------------------	------------------	--------------	-----------------	--------------------

ساعت شروع آزمون: ۸ صبح	تاریخ برگزاری: ۱۴۰۰/۱۰/۱۱	تعداد سوالات: ۱۳	تعداد صفحه: ۴	مدت پاسخگویی: ۹۰ دقیقه
------------------------	---------------------------	------------------	---------------	------------------------

ردیف	سوالات	بارم
------	--------	------

۱ در جاهای خالی عدد یا عبارت مناسب قرار دهید

(۱) در معادله  $-3x^2 + x + 7 = 0$  مجموع ریشه ها برابر  $\frac{1}{3}$  و حاصلضرب ریشه ها برابر  $\frac{7}{3}$  می باشد.

(۲) اگر نمودار  $f(x)$  را رسم کنیم صفرهای تابع از طول نقاط تلاقی نمودار با محور  $x$  ها است.

(۳) نوعی استدلال که برای رد یک حکم منطقی استفاده می شود تقصیر نام دارد.

(۴) برای رسم نمودار وارون یک تابع کافی است قرینه نمودار آن تابع را نسبت به نیمساز رسم کنیم.

(۵) معادله خطی که از نقطه  $A(-3, 2)$  می گذرد و عمود بر نیمساز ربع اول و سوم باشد  $y = -x - 1$  است.

۲ اگر  $A(1, 4)$  و  $B(-2, -2)$  و  $C(4, 2)$  سه رأس مثلث  $ABC$  باشند آنگاه:

الف) معادله ارتفاع  $BH$  را بدست آورید.

ب) طول ارتفاع  $BH$  را بدست آورید.

$m_{BH} = -\frac{1}{m_{AC}}$       $m_{AC} = \frac{y_C - y_A}{x_C - x_A} = \frac{2 - 4}{4 - 1} = -\frac{2}{3}$

$m_{BH} = \frac{3}{2}$       $y - (-2) = \frac{3}{2}(x - (-2))$

$y + 2 = \frac{3}{2}x + 3 \Rightarrow y = \frac{3}{2}x + 1$

ب) طول ارتفاع  $BH$  را بدست آورید. معادله  $AC \Rightarrow y - 4 = -\frac{2}{3}(x - 1)$

$3y + 2x - 14 = 0$

$BH = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{|2x(-2) + 3(-2) + (-14)|}{\sqrt{2^2 + 3^2}} = \frac{24}{\sqrt{13}} \Rightarrow BH = \frac{24}{\sqrt{13}}$

۳ حدود  $m$  را برای آنکه معادله  $mx^2 + mx - 2 = 0$  دارای دو ریشه حقیقی منفی باشد را مشخص کنید.

$\Delta > 0$       $S = -\frac{b}{a} = -\frac{m}{m} = -1 < 0$

$S < 0$

$P > 0$       $P = \frac{c}{a} = \frac{-2}{m} > 0 \Rightarrow m < 0$

$\Delta = m^2 + 8m = m(m + 8) > 0 \Rightarrow m + 8 < 0$   
 $m < -8$

۴ سهمی به معادله  $y = x^2 - 4x$  را رسم کنید.  $a = 1 > 0$  چنانچه نسبی رو به بالا

$$x_s = -\frac{b}{2a} = -\frac{-4}{2} = 2$$

$$y_s = 2^2 - 4 \times 2 = -4$$

$\Rightarrow$  رأس سهمی  $\left\{ \begin{array}{l} x_s = 2 \\ y_s = -4 \end{array} \right.$

$\left\{ \begin{array}{l} x=0 \Rightarrow y=0 \\ y=0 \Rightarrow x=0 \text{ یا } x=4 \end{array} \right.$

۵ معادله های زیر را حل کنید.

الف)  $\left( \frac{2x+3}{2x-2} - \frac{5}{x^2-1} = \frac{2x-3}{2x+2} \right) \Rightarrow (x+1)(2x+3) - 10 = (x-1)(2x-3)$

$$2x^2 + 3x + 2x + 3 - 10 = 2x^2 - 3x - 2x + 3$$

$$\Rightarrow 5x - 7 = -5x + 3 \Rightarrow 10x = 10 \Rightarrow x = 1$$

و چون مؤخرهای اول و دوم را هم در نظر بگیریم معادله جواب ندارد.

ب)  $\sqrt{x^2+7} + 5 = 3x$

$$\sqrt{x^2+7} = 3x - 5$$

$$x^2 + 7 = (3x - 5)^2$$

$$x^2 + 7 = 9x^2 - 30x + 25 \Rightarrow 8x^2 - 30x + 18 = 0$$

$$\Rightarrow \Delta = 324 > 0$$

$$\Rightarrow x_1 = 3, x_2 = \frac{3}{4}$$

۶ طریقه رسم نیمساز یک زاویه را توضیح دهید. (رسم شکل)

به صورت  $O$  ارتفاع دلخواه انتخاب رسم کنیم تا خط  $OA$  در نقطه  $A$  و  $OB$  در نقطه  $B$  قطع کند.  $OB$  را هم را ببرد و همان  $OB$  را از نصف طول  $OB$  تا نقطه  $M$  قطع کند. در این صورت  $MA = MB$  نقطه  $M$  تا هر دو  $A$  و  $B$  در یک فاصله است.  $OM$  را به سمت  $O$  بکشیم تا  $M$  را در  $OA$  قطع کنیم.  $OM$  را به سمت  $O$  بکشیم تا  $M$  را در  $OB$  قطع کنیم.  $OM$  را به سمت  $O$  بکشیم تا  $M$  را در  $OA$  قطع کنیم.  $OM$  را به سمت  $O$  بکشیم تا  $M$  را در  $OB$  قطع کنیم.  $OM$  را به سمت  $O$  بکشیم تا  $M$  را در  $OA$  قطع کنیم.  $OM$  را به سمت  $O$  بکشیم تا  $M$  را در  $OB$  قطع کنیم.

۷ در شکل مقابل  $DE \parallel BC$  مقدار  $x$  و  $y$  را بدست آورید.

$$\frac{9}{x} = \frac{x}{4} \Rightarrow x^2 = 36 \Rightarrow x = +6$$

$$\frac{9}{15} = \frac{2y-1}{8}$$

$$\Rightarrow 15(2y-1) = 72$$

$$30y - 15 = 72$$

$$30y = 87 \Rightarrow y = \frac{29}{10} = 2,9$$

۸ الف) عکس قضیه (اگر در یک چهار ضلعی قطرهای یکدیگر را نصف کنند آنگاه آن چهار ضلعی متوازی الاضلاع است) را بنویسید. **الرب** چهار ضلعی متوازی الاضلاع باشد آنگاه **قوتها بندبر** را نصف کنند.

ب) با استفاده از برهان خلف ثابت کنید که اگر  $n \in \mathbb{N}$  و  $n^2$  عددی فرد باشد آنگاه  $n$  نیز عددی فرد است.

دستگاه من دهیم  $n$  نفر توان در زوج باشند. اگر  $n$  زوج باشد آنگاه  $n = 2k$   $k \in \mathbb{Z}$  این نشان می دهد که  $n^2$  زوج است و این در تناقض است. **بازوی**  $n^2$  زوج است لذا  $n$  نیز توان در زوج باشد در نتیجه  $n$  زوج است.

$$\Rightarrow n^2 = (2k)^2 = 4k^2 = 2(2k^2)$$

۹ در مثلث قائم الزاویه زیر داریم  $\hat{A} = 90^\circ$  و با فرض آنکه  $AB = 8$  و  $AC = 6$  باشد اندازه  $BH, CH$  را بدست آورید.

$$BC^2 = 8^2 + 6^2$$

$$AB^2 = BH \cdot BC$$

$$AC^2 = CH \cdot BC$$

$$BC^2 = 64 + 36$$

$$8^2 = BH \times 10$$

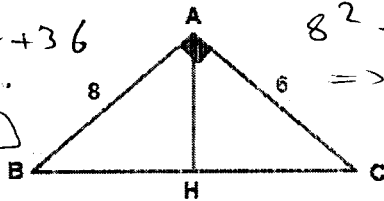
$$6^2 = CH \times 10$$

$$BC^2 = 100$$

$$\Rightarrow BH = \frac{64}{10} = 6,4$$

$$CH = \frac{36}{10} = 3,6$$

$$BC = 10$$



۱۰ آیا دو تابع زیر با هم مساویند؟ چرا؟

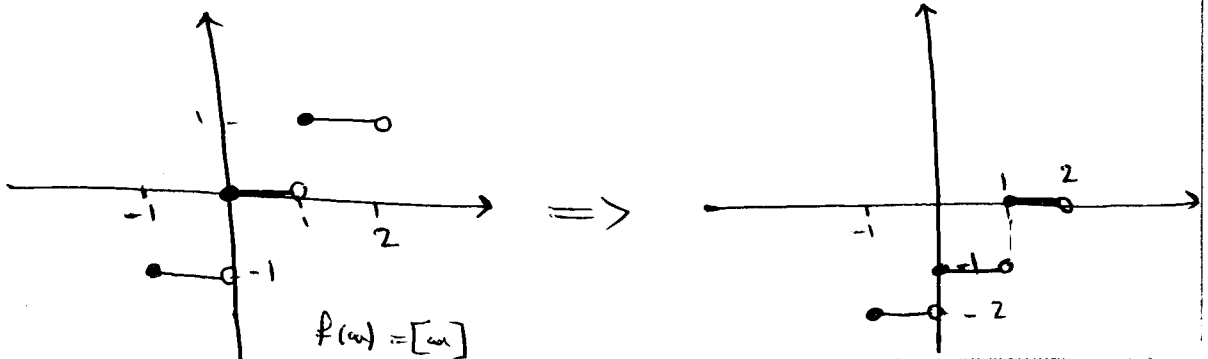
$$D_f = \mathbb{R} - \{-1\}$$

$$D_g = \mathbb{R} - \{-1\} \Rightarrow D_f = D_g$$

$$f(x) = \frac{1}{x+1}$$

$$g(x) = \frac{x+1}{x^2+2x+1} = \frac{x+1}{(x+1)^2} = \frac{1}{x+1} \Rightarrow f(x) = g(x)$$

۱۱ به کمک انتقال نمودار  $f(x) = [x-1]$  را در بازه  $[-1, 2]$  رسم کنید.



<p>۱</p>	<p>الف) <math>a</math> و <math>b</math> را طوری بدست آورید که رابطه <math>\{(r, r), (a, 5), (r, a^2 - a), (b, r), (-1, 4)\}</math> تابعی یک به یک باشد.</p> <p><math>a^2 - a = 2</math>  <math>a^2 - a - 2 = 0</math>  <math>(a + 1)(a - 2) = 0</math>  <math>\Rightarrow \begin{cases} a = -1 &amp; \text{ع} \\ a = 2 &amp; \text{ق} \end{cases}</math></p> <p><math>\Rightarrow \{(3, 2), (2, 5), (3, 2), (b, 2), (-1, 4)\}</math>  <math>\Rightarrow \underline{b = 3}</math></p> <p>ب) ضابطه وارون تابع زیر را بدست آورید.</p> <p><math>f(x) = -\frac{1}{3}x + 2</math>  <math>y = -\frac{1}{3}x + 2 \Rightarrow y - 2 = -\frac{1}{3}x \Rightarrow -3y + 6 = x</math>  <math>-3x + 6 = f(x)</math></p>	<p>۱۲</p>
<p>۱</p>	<p>دو تابع <math>f</math> و <math>g</math> به صورت زیر داده شده اند:</p> <p><math>f = \{(1, -1), (2, 3), (3, 1), (4, 1)\} \Rightarrow D_f = \{1, 2, 3, 4\}</math>  <math>g = \{(1, 2), (2, 0), (3, 1), (5, 2)\} \Rightarrow D_g = \{1, 2, 3, 5\} \Rightarrow \{1, 2, 3\}</math></p> <p>الف) تابع <math>f + g</math> را به صورت مجموعه ای از زوج های مرتب بنویسید.</p> <p><math>(f + g)(1) = f(1) + g(1) = -1 + 2 = 1</math>  <math>(f + g)(2) = f(2) + g(2) = 3 + 0 = 3</math>  <math>(f + g)(3) = f(3) + g(3) = 1 + 1 = 2</math></p> <p>ب) دامنه تابع <math>\frac{f}{g}</math> و مقدار <math>\frac{f}{g}(1)</math> را بدست آورید.</p> <p><math>D_{\frac{f}{g}} = D_f \cap D_g - \{x \mid g(x) = 0\} = \{1, 2, 3\} - \{2\} = \{1, 3\}</math></p>	<p>۱۳</p>
<p>۲</p>	<p>✓ برای قایق های بی حرکت فقط موج ها تصمیم می گیرند موفق و پیروز باشید</p>	

$$\left(\frac{f}{g}\right)(1) = \frac{f(1)}{g(1)} = \frac{-1}{2} = -\frac{1}{2}$$