



به نام یگانه هسته بخش

آزمون نوبت اول

نام دبیر: استاد جلیلی

سال تحصیلی ۱۴۰۱ - ۱۴۰۰

آزمون درس ریاضی ۲

پایه و رشته: یازدهم تجربی

نام و نام خانوادگی:

زمان آزمون: ۵۰ دقیقه

۱- دایره‌ای بر روی پیست دایره‌ای به شعاع ۳۰ متر به اندازه 120° می‌دود. این دایره چند متر دویده است؟ ($\pi=3$)

۲- حاصل عبارت زیر را به دست آورید.

$$\frac{\tan\left(\frac{4\pi}{3}\right) + \tan\left(\frac{5\pi}{6}\right)}{\tan\left(\frac{\pi}{4}\right) + \cot\left(\frac{7\pi}{6}\right) \cot\left(\frac{\pi}{3}\right)}$$

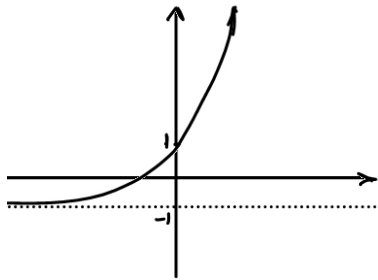
۳- نمودار تابع زیر را در بازه $[-2\pi, 2\pi]$ رسم کنید.

$$y = 2 \cos x - 1$$

۴- اگر $\frac{\pi}{4} < \theta < \frac{5\pi}{6}$ و $\sin \theta = \frac{m}{2}$ ، حدود تغییرات m را مشخص کنید.

۵- معادله زیر را حل کنید.

$$4^{x^2 - 4x - 2} = 16^{x-1}$$



۶- در شکل زیر نمودار تابع با ضابطه $y = a + 2^{(x-b)}$ رسم شده است. مقادیر a و b را به دست آورید.

۷- معادله لگاریتمی زیر را حل کنید.

$$\log_2(x+6) + 2 \log_2 \sqrt{x-1} = 3$$

۸- حاصل عبارت زیر را به دست آورید.

$$\frac{\log_3^4}{\log_3^5} \times \log_6^5 + \log_6^9$$

بام خدا

رشته: تجربی
 پایه: نهم

موضوع: ریاضی
 دبیرستان: تلاش تهران

(۱) با استفاده از یک تناسب طول کمان را بدست می آوریم:

$$\frac{\text{طول کمان}}{\text{محیط}} = \frac{\text{زاویه مرکزی}}{360^\circ}$$

$$\frac{\text{طول کمان}}{2 \times 3 \times 30} = \frac{120^\circ}{360^\circ} \rightarrow \text{طول کمان} = \frac{1}{3} \times 2 \times 3 \times 30 = 6.$$

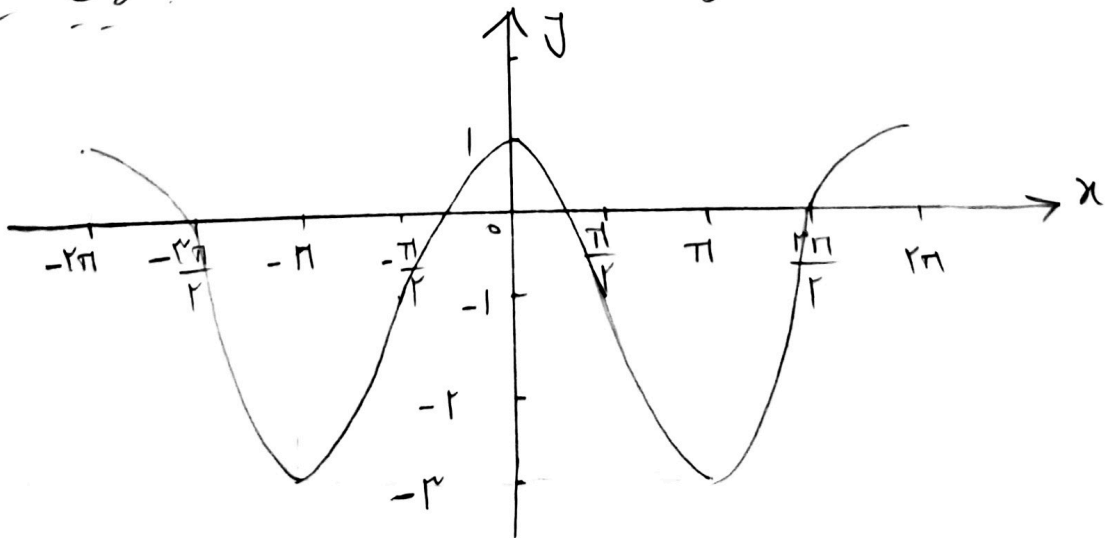
پس دایره ۶ متر دویده است.

(۲)

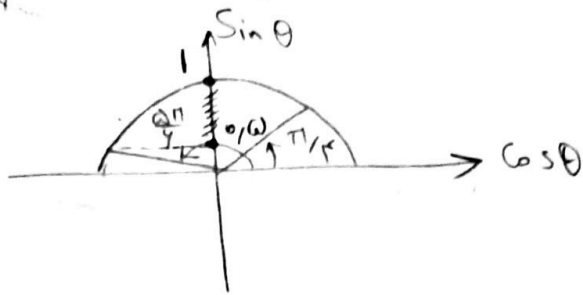
$$\frac{\tan\left(\frac{3\pi + \pi}{3}\right) + \tan\left(\frac{4\pi - \pi}{4}\right)}{\tan\left(\frac{\pi}{4}\right) + \cot\left(\frac{4\pi + \pi}{4}\right) \cot\left(\frac{\pi}{3}\right)} = \frac{\tan\left(\pi + \frac{\pi}{3}\right) + \tan\left(\pi - \frac{\pi}{4}\right)}{\tan\left(\frac{\pi}{4}\right) + \cot\left(\pi + \frac{\pi}{4}\right) \cot\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{4}\right)}$$

$$= \frac{\tan\left(\frac{\pi}{3}\right) - \tan\left(\frac{\pi}{4}\right)}{\tan\left(\frac{\pi}{4}\right) + \cot\left(\frac{\pi}{4}\right) \tan\left(\frac{\pi}{4}\right)} = \frac{\sqrt{3} - \frac{\sqrt{3}}{3}}{1 + 1} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

(۳) ابتدای تابع $\cos x$ را رسم کرده و سپس ۲ برابر و در راستای x ① واحد به پایین منتقل و رسم.



$$\frac{\pi}{4} < \theta < \frac{5\pi}{4} \rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} < \sin \theta < 1 \rightarrow \frac{1}{2} < \frac{m}{2} < 1; \boxed{1 < m < 2} \quad (4)$$



با رسم شکل بهتر می توان
بازه خواسته شده را مشاهده کرد

$$2^2(x^2 - 4x - 2) = 2^4(x-1) \quad (5)$$

تابع

پایه های مساوی
برای هم برابر

$$x^2 - 4x - 2 = 2x - 2 \rightarrow x^2 - 6x = 0$$

$$\rightarrow (x-6)(x) = 0 \quad \begin{cases} x_1 = 0 \\ x_2 = 6 \end{cases}$$

$$(6) \text{ جانمایی } : b = a + 2^{(a-b)} : a + 2^{-b} = 1 \quad (1)$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} y = -1 \rightarrow \lim_{x \rightarrow -\infty} a + 2^{x-b} = \boxed{a = -1}$$

$$a = -1 \rightarrow -1 + 2^{-b} = 1 \rightarrow 2^{-b} = 2 : -b = 1 : \boxed{b = -1}$$

جانمایی در کتب

$$(7) \text{ با استفاده از توان گنجانده می توان نوشت: } \log_2(x+4) + 2 \log_2 \sqrt{x-1} = \log_2(x+4) + \log_2(x-1)$$

از طرفی ۳ را می توان به صورت \log_2^8 بنویسیم:

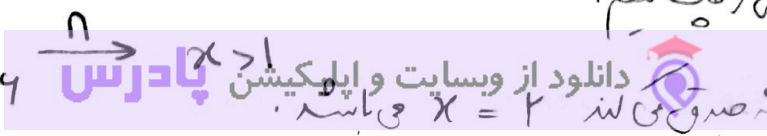
$$\log_2(x+4)(x-1) = \log_2^8 : x^2 + 3x - 4 = 8 : x^2 + 3x - 12 = 0$$

$$\text{تجزیه } (x+7)(x-2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = -7 & x \text{ غیر قابل قبول} \\ x_2 = 2 & \checkmark \text{ قابل قبول} \end{cases}$$

حال باید دامنه تابع های گنجانده را هم بکنیم:

$$\begin{cases} x-1 > 0 : x > 1 \\ x+4 > 0 : x > -4 \end{cases}$$

بنابراین نتایجی که در دامنه صدق می کند $x = 2$ می باشد



(۸) استاندارد از قوانین لگاریتم داریم:

$$\begin{aligned} \frac{\log_r r}{\log_r a} \times \log_y a + \log_y 9 &= \log_r r \times \frac{\log_y a}{\log_r a} + \log_y 9 \\ &= \log_r r \times \frac{\log_y a}{\log_y a} + \log_y 9 = \log_r r \times \log_y r + \log_y 9 \\ &= \log_y r + \log_y 9 = \log_y r^4 = \log_y r^4 = 2 \log_y r^2 = 2 \log_y r = 2 \end{aligned}$$

