

باسمه تعالی

آموزش مجازی آلاء

پرسش‌های چهارگزینه‌ای ریاضی یازدهم تجربی
هندسه تحلیلی

۱- عرض از مبدأ خط گذرا بر دو نقطه‌ی $(۳, -۲)$ و $(۱, ۲)$ ، کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۴/۵ (۳) ۵ (۴) ۵/۵

۲- فاصله‌ی نقطه $A(\sqrt{۳}, ۱)$ از خط به معادله‌ی $y = \sqrt{۳}x + ۶$ کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۶

۳- معادله‌ی خط گذرا از نقطه $(۳, ۴)$ و عمود بر خط $۲y + x = ۳$ کدام است؟

- (۱) $y = -۲x + ۱۰$ (۲) $y = ۲x + ۲$ (۳) $y = \frac{1}{۲}(x + ۵)$ (۴) $y = ۲x - ۲$

۴- شیب خطی که نقطه‌ی $(۳, ۴)$ را به نقطه‌ی تلاقی دو خط به معادلات $۲y - x = ۵$ و $y - ۲x = ۱$ وصل می‌کند، کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) $\frac{1}{۲}$ (۳) ۲ (۴) -۲

۵- مثلثی با رئوس $A(۲, ۶)$ ، $B(-۲, ۵)$ و $C(۲, ۳)$ مفروض است. طول میانه‌ی AM کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) $۲\sqrt{۲}$ (۳) ۴ (۴) ۸

۶- معادله‌ی خطی که از نقطه‌ای به طول یک واقع بر خط $x - ۲y + ۳ = ۰$ گذشته و بر خط به معادله‌ی $۳y - x = ۲$ عمود باشد، کدام است؟

- (۱) $۴y - x + ۱ = ۰$ (۲) $x + ۳y = -۱$ (۳) $y = ۲x - ۱$ (۴) $y = -۳x + ۵$

۷- فاصله دو خط موازی $y = ۲x - ۳$ ، $۲y - ۴x + ۱ = ۰$ ، کدام است؟

- (۱) $\sqrt{۵}$ (۲) $۲\sqrt{۵}$ (۳) $\frac{۳}{\sqrt{۵}}$ (۴) $\frac{\sqrt{۵}}{۲}$

۱- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$y = mx + d \rightarrow \begin{cases} 3x + d = -2 \\ 1x + d = 2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 3x + d = -2 \\ -2x - 3d = -6 \end{cases} \rightarrow -2d = -8 \rightarrow d = 4$$

۲- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\sqrt{3}x - y + 6 = 0 \quad a = \sqrt{3}, b = -1, c = 6 \quad x_1 = \sqrt{3} \quad y_1 = 1$$
$$\frac{|ax_1 + by_1 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{|3 - 1 + 6|}{\sqrt{(\sqrt{3})^2 + (-1)^2}} = \frac{8}{2} = 4$$

۳- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$m_1 = -\frac{1}{2} \Rightarrow m = 2 \quad \text{شیب عمود} \rightarrow y - 4 = 2(x - 3) \Rightarrow y = 2x - 2$$

۴- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

نکته: شیب خط گذرا از نقاط (x_1, y_1) و (x_2, y_2) برابر است با:

ابتدا به کمک دستگاه دو معادله و دو مجهول، محل تلاقی دو خط $2y - x = 5$ و $y - 2x = 1$ را به دست می‌آوریم:

$$-2 \times \begin{cases} y - 2x = 1 \\ 2y - x = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -2y + 4x = -2 \\ 2y - x = 5 \end{cases}$$
$$\frac{\quad}{3x = 3 \Rightarrow x = 1}$$

با جایگذاری $x = 1$ در معادله $y - 2x = 1$ داریم: $y = 3$

بنابراین محل تلاقی دو خط نقطه $(1, 3)$ است. شیب خط گذرا از این نقطه و نقطه $(3, 4)$ برابر است با:

$$\frac{4 - 3}{3 - 1} = \frac{1}{2}$$

۵- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. نکته: فاصله $A(x_1, y_1)$ و $B(x_2, y_2)$ (که با طول پاره خط AB برابر است) عبارت است از:

$$|AB| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

ابتدا مختصات نقطه M (وسط ضلع BC) را می‌یابیم:

$$M = \frac{B + C}{2} = (0, 4)$$

حال کافی است طول AM را به دست بیاوریم:

$$|AM| = \sqrt{(0 - 2)^2 + (4 - 6)^2} = \sqrt{(-2)^2 + (-2)^2} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$$

$$x=1 \rightarrow 1 - 2y + 3 = 0 \Rightarrow -2y = -4 \Rightarrow y = 2 \Rightarrow A = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

۶- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$3y - x = 2 \Rightarrow 3y = x + 2 \Rightarrow y = \frac{1}{3}x + \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow m = \frac{1}{3} \xrightarrow{\text{دو خط عمود بر هم}} m' = -3$$

$$y - y_A = m'(x - x_A)$$

$$y - 2 = -3(x - 1) \Rightarrow y - 2 = -3x + 3 \Rightarrow y = -3x + 5$$

۷- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$A(0, -3), 2y - 4x + 1 = 0 \Rightarrow d = \frac{|-6 + 1|}{\sqrt{4 + 16}} = \frac{5}{2\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{2}$$

۸- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ضلع مربع برابر فاصله دو خط موازی $3x + 2y + 3 = 0$ و $3x + 2y - 10 = 0$ می باشد، پس فاصله بین دو خط چنین است:

$$d = \frac{3 - (-10)}{\sqrt{9 + 4}} = \sqrt{13}$$

در نتیجه مساحت مربع $S = 13$.

۹- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

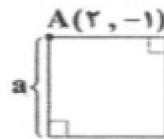
$$\times (-2) \begin{cases} y - 2x = 0 \\ 3y - 4x = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -2y + 4x = 0 \\ 3y - 4x = 2 \end{cases}$$

$$y = 2 \Rightarrow 2 - 2x = 0 \Rightarrow -2x = -2 \Rightarrow x = 1$$

$$\text{محل تلاقی دو خط } A \begin{vmatrix} 1 \\ 2 \end{vmatrix} \Rightarrow AO = \sqrt{(1)^2 + (2)^2} = \sqrt{1 + 4} = \sqrt{5}$$

۱۰- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. نقطه $(2, -1)$ روی خط $x + y = 5$ قرار ندارد، زیرا مختصات نقطه در معادله خط صدق نمی کند. بنابراین فاصله نقطه $(2, -1)$ از خط $x + y - 5 = 0$ برابر طول ضلع مربع است.

$$a = \text{طول ضلع مربع} = \frac{|2 - 1 - 5|}{\sqrt{(1)^2 + (1)^2}} = \frac{4}{\sqrt{2}}$$

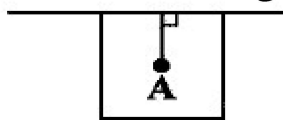


$$a = \text{طول قطر مربع به ضلع} = a\sqrt{2} = \frac{4}{\sqrt{2}} \times \sqrt{2} = 4$$

بنابراین:

دقت کنید: این سوال مشابه تمرین ۲ صفحه ۱۱۹ ریاضی عمومی است.

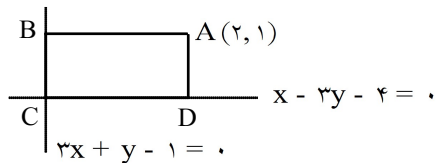
۱۱- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. نکته: فاصله مرکز مربع از هر یک از اضلاع آن، نصف طول ضلع است.



$$\text{فاصله ی نقطه ی } A \text{ از خط} = \text{نصف طول ضلع} = \frac{|4(1) - 3(4) - 1|}{\sqrt{4^2 + (-3)^2}} = \frac{9}{5}$$

$$\Rightarrow \text{طول ضلع} = \frac{18}{5} = 3.6 \Rightarrow \text{مساحت} = (3.6)^2 = 12.96$$

۱۲- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.



$$AB = \frac{|6 + 1 - 1|}{\sqrt{9 + 1}} = \frac{6}{\sqrt{10}}$$

$$AD = \frac{|2 - 3 - 4|}{\sqrt{9 + 1}} = \frac{5}{\sqrt{10}}$$

$$S_{\text{مستطیل}} = AB \times AD = \frac{6}{\sqrt{10}} \times \frac{5}{\sqrt{10}} = \frac{30}{10} = 3$$

۱۳- گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است.

$$AB = \sqrt{9 + 9} = \sqrt{18}, AC = \sqrt{4 + 4} = \sqrt{8}, BC = \sqrt{25 + 1} = \sqrt{26}$$

$$(\sqrt{18})^2 + (\sqrt{8})^2 = (\sqrt{26})^2 \Rightarrow \text{مثلث قائم‌الزاویه است.}$$

۱۴- گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است.

فرض کنیم نقطه‌ی $A(\alpha, \beta)$ روی نیمساز ربع دوم و چهارم یعنی $y = -x$ باشد پس: $\beta = -\alpha$ خواهد بود و $A(\alpha, -\alpha)$ ، حالا فاصله‌ی A تا خط برابر است با:

$$\begin{cases} A(\alpha, -\alpha) \\ x + 4y - 8 = 0 \end{cases} \Rightarrow AH = \frac{|\alpha - 4\alpha - 8|}{\sqrt{1^2 + 4^2}} = \sqrt{17}$$

$$|-3\alpha - 8| = 17 \Rightarrow \begin{cases} -3\alpha - 8 = 17 \Rightarrow \alpha = -\frac{25}{3} \\ -3\alpha - 8 = -17 \Rightarrow \alpha = 3 \end{cases}$$

۱۵- گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است. معادله ضلع BC را می‌نویسیم. AH ارتفاع $y - 2 = \frac{-3}{3}(x - 0) \Rightarrow y + x - 2 = 0$.

$$\text{عمود بر ضلع } BC \text{ است. } y - 5 = 1(x - 2) \Rightarrow y - x - 3 = 0$$

نقطه‌ی تلاقی دو خط مذکور از جمع طرفین حاصل می‌شود. $x = \frac{-1}{4}, y = \frac{5}{4}$ مختصات پای ارتفاع $\left(\frac{-1}{4}, \frac{5}{4}\right)$ است.

۱۶- گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است. اگر معادله سهمی به صورت $y = (x - a)^2 + b$ باشد نقطه (a, b) رأس سهمی می‌باشد. در این مثال ابتدا صورت مساله را به شکل فوق تبدیل می‌کنیم.

$$y = x^2 - 2x - 3 = (x - 1)^2 - 4 \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -4 \end{cases}$$

نکته: اگر معادله بصورت $y = ax^2 + bx + c$ باشد، طول رأس $x = -\frac{b}{2a}$ می‌باشد و با جایگذاری مقادیر، رأس

سهمی حاصل می‌شود.

۱۷- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

می‌دانیم شرط اینکه ریشه‌های یک معادله‌ی درجه دوم قرینه‌ی یکدیگر باشند، آن است که a و c مختلف‌العلامه و

$$x^2 + (2m - 1)x + m - 4 = 0 \xrightarrow{b=0} 2m - 1 = 0 \Rightarrow m = \frac{1}{2} \quad b = 0 \text{ باشد، بنابراین:}$$

به ازای $m = \frac{1}{2}$ ، a و c مختلف‌العلامه می‌شوند.

$$\alpha + \beta = -\frac{b}{a} = -\frac{-2}{3} = \frac{2}{3}$$

۱۸- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\alpha \times \beta = \frac{c}{a} = \frac{-2}{3}$$

$$\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha \times \beta = \left(\frac{2}{3}\right)^2 - 2 \times \left(\frac{-2}{3}\right) = \frac{4}{9} + \frac{4}{3} = \frac{16}{9}$$

۱۹- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. سهمی $y = ax^2 + bx + c$ ($a > 0$)، به ازای $x = -\frac{b}{2a}$ کم‌ترین مقدار خود را

اختیار می‌کند. بنابراین تابع $f(x) = x^2 + 4mx - 8$ به ازای $x = -\frac{4m}{2} = -2m$ کم‌ترین مقدار خود را اختیار می‌کند و داریم:

$$f(-2m) = -12 \Rightarrow (-2m)^2 + 4m(-2m) - 8 = -12 \Rightarrow -4m^2 = -4 \Rightarrow m^2 = 1 \Rightarrow m = \pm 1$$

۲۰- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. برای آنکه عبارت درجه‌ی دوم $ax + bx + c$ همواره مثبت باشد، باید داشته باشیم:

$$\begin{cases} a > 0 \\ \Delta < 0 \end{cases}$$

بنابراین برای آنکه عبارت $(m-1)x^2 + 6x = 2m+1$ همواره مثبت باشد، باید داشته باشیم:

$$m-1 > 0 \Rightarrow m > 1 \quad (1)$$

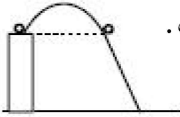
$$\Delta = 36 - 4(m-1)(2m+1) < 0 \Rightarrow -8m^2 + 4m + 4 < 0 \xrightarrow{\div 4} -2m^2 + m + 1 < 0$$

$$\xrightarrow{\text{تعیین علامت}} m < -\frac{1}{2} \text{ یا } m > \frac{5}{2} \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow m > \frac{5}{2}$$

$$h_{\max} = h\left(-\frac{b}{2a}\right) = h(1) = -4 + 8 + 50 = 54$$

$$2\left(-\frac{b}{2a}\right) = 2(1) = 2$$

۲۱- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. 

۲۲- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. اگر x و y به ترتیب طول و عرض مستطیل فرض شود.

$$2x + 2y = 140 \Rightarrow x + y = 70 \Rightarrow y = 70 - x$$

می‌خواهیم $S = xy$ ماکزیمم شود لذا:

$$S = x(70 - x) = 70x - x^2$$

زمانی ماکزیمم می‌شود که $x = -\frac{b}{2a}$ باشد لذا:

$$S = S\left(-\frac{b}{2a}\right) = S(35) = 70(35) - (35)^2 = 1225$$

۲۳- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. مجموعه جواب‌های معادله‌ی مطلوب به صورت $\{x' - 2, x'' - 2\}$ است. با توجه به

معادله‌ی مفروض $2x^2 - 5x + 1 = 0$ داریم:

$$S = x' - 2 + x'' - 2 = (x' + x'') - 4 = \frac{-b}{a} - 4 = \frac{5}{2} - 4 = \frac{-3}{2}$$

$$P = (x' - 2)(x'' - 2) = x'x'' - 2(x' + x'') + 4 = \frac{1}{2} - 2\left(\frac{5}{2}\right) + 4 = \frac{-1}{2}$$

معادله‌ی مطلوب به صورت $x^2 + \frac{3}{2}x - \frac{1}{2} = 0$ یا $2x^2 + 3x - 1 = 0$ است.

۲۴- گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است.

$$x^4 + x^2 - 12 = 0 \Rightarrow (x^2)^2 + x^2 - 12 = 0$$

حال با فرض $x^2 = t$ ، داریم:

$$t^2 + t - 12 = 0 \Rightarrow (t+4)(t-3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} t+4=0 \Rightarrow x^2+4=0 \Rightarrow x^2=-4 < 0 \text{ (غیر قابل قبول)} \\ t-3=0 \Rightarrow x^2-3=0 \Rightarrow x^2=3 \Rightarrow x = \pm\sqrt{3} \text{ (دو جواب)} \end{cases}$$

۲۵- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. از این‌که تابع محور y ها را در $y = -2$ قطع کرده و در نتیجه:

$$-2 = 0 + 0 + c \Rightarrow c = -2$$

از طرفی محور x ها را در $x = -2$ و $x = 4$ قطع کرده، بنابراین:

$$\begin{aligned} x = -2 \Rightarrow 0 &= 4a - 2b + c \\ x = 4 \Rightarrow 0 &= 16a + 4b + c \end{aligned} \xrightarrow{c = -2} \begin{cases} 2a - b = 1 \\ 8a + 2b = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4a - 2b = 2 \\ 8a + 2b = 1 \end{cases}$$

$$\hline 12a = 3 \Rightarrow a = \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow b = -\frac{1}{2}$$

$$3x^2 + ax - 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{-a}{3} \\ x_1 x_2 = \frac{-2}{3} \end{cases}$$

۲۶-

$$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = 3 \Rightarrow \frac{x_1 + x_2}{x_1 x_2} = 3 \Rightarrow \frac{\frac{-a}{3}}{\frac{-2}{3}} = 3 \Rightarrow \frac{a}{2} = 3 \Rightarrow a = 6$$

بنابراین گزینه ۴ پاسخ صحیح سوال است.

۲۷- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. شرط دو ریشه منفی $\Delta > 0$ و $\frac{-b}{a} < 0$ و $\frac{c}{a} > 0$ است.

$$\Delta' = 4 - (m+2)(m-1) > 0 \Rightarrow -m^2 - m + 6 > 0 \Rightarrow -3 < m < 2$$

$$\frac{-4}{m+2} < 0 \Rightarrow m+2 > 0 \Rightarrow m > -2$$

$$\frac{m-1}{m+2} > 0 \Rightarrow m < -2 \text{ یا } m > 1$$

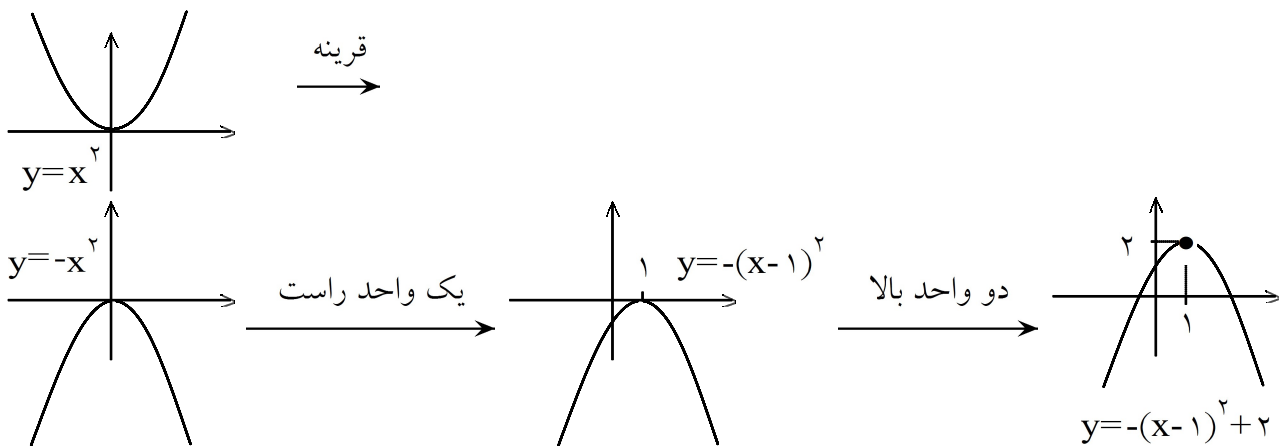
جواب مشترک هر سه نامعادله به صورت $1 < m < 2$ می باشد.

۲۸- گزینه ی ۱ پاسخ صحیح است. اگر α و β ریشه های معادله ی $x^2 - 4x + 1 = 0$ باشند، $2\alpha - 3$ و $2\beta - 3$ ریشه های معادله ی $x^2 + ax + b = 0$ هستند. داریم:

$$\begin{cases} S = \alpha + \beta = 4 \\ P = \alpha\beta = 1 \end{cases} \quad \text{و} \quad \begin{cases} S' = (2\alpha - 3) + (2\beta - 3) = 2(\alpha + \beta) - 6 \\ \quad = 2(4) - 6 = 2 \\ P' = (2\alpha - 3)(2\beta - 3) = 4\alpha\beta - 6(\alpha + \beta) + 9 \\ \quad = 4(1) - 6(4) + 9 = -11 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} S' = 2 \\ P' = -11 \end{cases} \Rightarrow x^2 - 2x - 11 = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = -2 \\ b = -11 \end{cases}$$

۲۹- گزینه ی ۳ پاسخ صحیح است.



۳۰- گزینه ی ۳ پاسخ صحیح است. اولاً: چون $a > 0$ است، پس دهانه ی سهمی باید روبه بالا باز شود، در نتیجه گزینه ی (۲) نادرست است.

ثانیاً: چون $c > 0$ است، پس محل برخورد سهمی با محور y ها باید مثبت باشد، پس گزینه ی (۱) نادرست است.

ثالثاً: فرق گزینه های (۳) و (۴) در رأس سهمی است. از آنجایی که رأس سهمی در $x = -\frac{b}{2a}$ است، داریم:

$$\text{گزینه ی (۳) پاسخ صحیح است.} \Rightarrow \begin{matrix} a \text{ مثبت است} \\ b \text{ مثبت است} \end{matrix} \Rightarrow \text{رأس سهمی} = -\frac{b}{2a} < 0$$

۳۱- گزینه ی ۲ پاسخ صحیح است.

$$\sqrt{x+3} = 1-3x \quad x+3 = 1-6x+9x^2 \quad 9x^2 - 7x - 2 = 0 \quad x = 1, \frac{-2}{9}$$

$x = 1$ قابل قبول نمی باشد. چون در معادله صدق نمی کند.

۳۲- گزینه ی ۳ پاسخ صحیح است.

$$(2x+1)(x+1) - (x+4)(x-3) = 4(x+1)(x-3)$$

$$2x^2 + 2x + x + 1 - x^2 + 3x - 4x + 12 = 4x^2 - 8x - 12$$

$$x^2 - 10x - 25 = 0 \Rightarrow x = \frac{10 \pm \sqrt{100 + 300}}{2} = \frac{10 \pm 20}{2} \Rightarrow x = \begin{cases} 5 \\ -\frac{5}{2} \end{cases}$$

۳۳- گزینه ی ۱ پاسخ صحیح است. طرفین معادله $\sqrt{2x+3} = 5-x$ را با در نظر گرفتن این که $x < 5$ است به توان ۲

$$2x+3 = 25+x^2 - 10x \Rightarrow x^2 - 12x + 22 = 0 \Rightarrow x = 6 \pm \sqrt{14}$$

می‌رسانیم.

چون $x < 5$ می‌باشد فقط ریشه $x = 6 - \sqrt{14}$ مورد قبول پس یک ریشه مثبت دارد.

۳۴- گزینه ی ۱ پاسخ صحیح است.

$$\left. \begin{array}{l} x \geq 2 \\ 3x-2 \geq 0 \rightarrow x \geq \frac{2}{3} \end{array} \right\} \Rightarrow x \geq \frac{2}{3}$$

شرط دامنه :

طرفین را به توان ۲ می‌رسانیم:

$$(\sqrt{x+2})^2 = (\sqrt{3x-2})^2 \Rightarrow x+2 = 3x-2 \Rightarrow x-3x = -2-2 \Rightarrow -2x = -4$$

$$\Rightarrow x = \frac{-4}{-2} = 2$$

یک ریشه ی حقیقی دارد که در معادله نیز صدق می‌کند.

$$x=2 \Rightarrow \sqrt{2+2} = \sqrt{3(2)-2} \Rightarrow \sqrt{4} = \sqrt{4} \Rightarrow 2 = 2$$

$$\frac{x}{x-2} - \frac{1}{x} = -3 \Rightarrow \frac{x^2 - x + 2}{x(x-2)} = -3 \Rightarrow$$

۳۵- گزینه ی ۴ پاسخ صحیح است.

$$x^2 - x + 2 = -3x^2 + 6x \Rightarrow 4x^2 - 7x + 2 = 0 \Rightarrow x' \cdot x'' = \frac{c}{a} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{x-1}{x+1} - \frac{1}{x} = \frac{2}{x(1+x)} \xrightarrow{\text{طرفین معادله را در } x(x+1) \text{ ضرب می کنیم.}} x(x-1) - (x+1) = 2$$

۳۶- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\Rightarrow x^2 - x - x - 1 - 2 = 0 \Rightarrow x^2 - 2x - 3 = 0$$

$$\Rightarrow (x-3)(x+1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=3 & \text{ق.ق} \\ x=-1 & \text{غ.ق.ق} \end{cases}$$

۳۷- گزینه ی ۱ پاسخ صحیح است. طرفین را به توان ۲ می‌رسانیم:

$$(2x+1)^2 = (\sqrt{11x-2})^2 \Rightarrow 4x^2 + 4x + 1 = 11x - 2$$

$$4x^2 - 7x + 3 = 0 \xrightarrow{\text{جمع ضرایب صفر است، پس}} |x_1 - x_2| = \left| 1 - \frac{3}{4} \right| = \left| \frac{1}{4} \right| = \frac{1}{4}$$

یک ریشه ۱ و دیگری $\frac{3}{4}$ است

۳۸- گزینه ی ۲ پاسخ صحیح است.

$$\sqrt{x-1} = -2+x-1 \Rightarrow \sqrt{x-1} = x-3 \xrightarrow[\text{توان ۲}]{\text{طرفین تساوی به}} (\sqrt{x-1})^2 = (x-3)^2$$

$$\Rightarrow x-1 = x^2 - 6x + 9$$

$$x^2 - 6x + 9 - x + 1 = 0 \Rightarrow x^2 - 7x + 10 = 0 \Rightarrow (x-2)(x-5) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x-2=0 \Rightarrow x=2 \\ x-5=0 \Rightarrow x=5 \end{cases}$$

جواب‌های به دست آمده را در معادله، امتحان می‌کنیم:

$$\sqrt{x-1} = x-3 \xrightarrow{x=2} \sqrt{2-1} = 2-3 \Rightarrow \sqrt{1} = -1 \Rightarrow 1 = -1$$

$$1 = -1$$

تساوی نادرست است، پس جواب $x = 2$ قابل قبول نیست.

$$\sqrt{x-1} = x-3 \xrightarrow{x=5} \sqrt{5-1} = 5-3 \Rightarrow \sqrt{4} = 2 \Rightarrow 2 = 2$$

تساوی درست است، پس جواب $x = 5$ قابل قبول است، حال مسئله دو برابر جواب را خواسته است:

$$2 \times 5 = 10$$

۳۹- گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است.

$$\text{شرط دامنه: } \begin{cases} 3x+3 \geq 0 \Rightarrow x \geq -1 \\ x-3 \geq 0 \Rightarrow x \geq 3 \\ \sqrt{3x+3} \geq 0, \sqrt{x-3}-3 \geq 0 \Rightarrow \sqrt{x-3} \geq 3 \Rightarrow x-3 \geq 9 \Rightarrow x \geq 12 \end{cases}$$

طرفین تساوی را به توان ۲ می‌رسانیم:

$$3x+3 = x-3+9-6\sqrt{x-3}-3 \geq 0 \Rightarrow \sqrt{x-3} \geq 3 \Rightarrow x-3 \geq 9 \Rightarrow x \geq 12$$

$$\text{با توجه به شرط دامنه: } \begin{cases} x \geq 12 \Rightarrow 2x \geq 24 \Rightarrow 2x-3 \geq 21 \\ x \geq 12 \Rightarrow x-3 \geq 9 \Rightarrow \sqrt{x-3} \geq 3 \Rightarrow -6\sqrt{x-3} \leq -18 \end{cases}$$

طرف سمت چپ معادله بزرگ‌تر یا مساوی ۲۱ و طرف سمت راست کوچک‌تر یا مساوی ۱۸- است، بنابراین معادله جواب ندارد.

۴۰- گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است.

$$4 + 2x - x^3 = x^2 - 4x + 4 \Rightarrow 2x^2 - 6x = 0 \Rightarrow x^2 - 3x = 0$$

$$\begin{cases} x = 0 \text{ غ.ق.ق} \\ x = 3 \end{cases}$$

۴۱- گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است.

$$\sqrt{2x^2 + 4x + 9} = t \Rightarrow 2x^2 + 4x + 9 = t^2 \Rightarrow 2x^2 + 4x = t^2 - 9$$

$$t^2 - 9 + 3 = 5t \Rightarrow t^2 - 5t - 6 = 0$$

$$\begin{cases} t = -1 \text{ غ.ق.ق} \\ t = 6 \end{cases}$$

این معادله دو ریشه دارد. $\Rightarrow 2x^2 + 4x + 9 = 36 \Rightarrow 2x^2 + 3x - 27 = 0$

۴۲- گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است. اگر زمان رفت و برگشت قطار x ساعت باشد، سرعت فعلی قطار در مسافت ۴۰

کیلومتری برابر $\frac{40}{x}$ کیلومتر در ساعت است؛ ولی وقتی زمان ۴۵ دقیقه (یا $\frac{3}{4}$ ساعت) کوتاه‌تر می‌شود، سرعت آن برابر

$$\frac{40}{x - \frac{3}{4}} \text{ کیلومتر در ساعت است. بنابراین داریم:}$$

$$\frac{40}{x} + 12 = \frac{40}{x - \frac{3}{4}} \Rightarrow \frac{40 + 12x}{x} = \frac{40}{x - \frac{3}{4}} \Rightarrow 40x - 30 + 12x^2 - 9x = 40x$$

$$\Rightarrow 12x^2 - 9x - 30 = 0 \xrightarrow{\div 3} 4x^2 - 3x - 10 = 0 \Rightarrow x = \frac{3 \pm \sqrt{9 + 160}}{8} = \frac{3 \pm \sqrt{169}}{8}$$

$$\Rightarrow x = \frac{3 \pm \sqrt{169}}{8} \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -\frac{5}{4} \end{cases} \times \Rightarrow \frac{40}{x} = \frac{40}{2} = 20$$

۴۳- گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است.

$$\sqrt{x^2 - 4x + 3} + \sqrt{x^3 - x^2 + 4x} = 0 \Rightarrow \begin{cases} x^2 - 4x + 3 = 0 \Rightarrow x = 1 \text{ و } 3 \\ x^3 - x^2 + 4x = 0 \Rightarrow \text{در معادله دوم صادق نیست.} \end{cases}$$

\Rightarrow تعداد جواب‌ها \Rightarrow دو معادله جواب مشترک ندارند.

۴۴- گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است.

$$\sqrt{2x+1} = 1 + \sqrt{x} \Rightarrow 2x+1 = 1+x+2\sqrt{x} \Rightarrow x = 2\sqrt{x} \Rightarrow x^2 = 4x$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 4 \end{cases} \text{ هر دو جواب قابل قبول می باشد.}$$

۴۵- گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است.

$$x + \frac{1}{x} = \frac{13}{6} \Rightarrow \frac{x^2 + 1}{x} = \frac{13}{6} \Rightarrow 6x^2 + 6 = 13x \Rightarrow 6x^2 - 13x + 6 = 0$$

$$\Rightarrow x_1, x_2 = \frac{13 \pm \sqrt{169 - 144}}{12} = \frac{13 \pm 5}{12} = \begin{cases} x_1 = \frac{2}{3} \\ x_2 = \frac{3}{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow x_1^2 + x_2^2 = \frac{4}{9} + \frac{9}{4} = \frac{97}{36}$$

۸- اضلاع مربعی بر روی دو خط به معادلات $3x + 2y + 3 = 0$ و $y = -\frac{3}{4}x + 5$ قرار دارد. مساحت مربع کدام

است؟

- ۱۱ (۱) ۱۲ (۲) ۱۳ (۳) ۱۴ (۴)

۹- فاصله‌ی مبدأ مختصات از محل تلاقی دو خط به معادلات $y - 2x = 0$ و $3y = 4x + 2$ کدام است؟

- ۱ (۱) $\sqrt{2}$ (۲) $2\sqrt{2}$ (۳) $2\sqrt{5}$ (۴)

۱۰- طول قطر مربعی که یک ضلع آن واقع بر خط $x + y = 5$ و مختصات یک رأس آن $(-1, 2)$ باشد، چه قدر است؟

- ۴ (۱) $2\sqrt{2}$ (۲) ۴ (۳) ۶ (۴)

۱۱- مرکز مربعی، نقطه‌ی $A(1, 4)$ و معادله‌ی یک ضلع آن $4x - 3y = 1$ است. مساحت این مربع کدام است؟

- ۳/۲۴ (۱) ۳/۶ (۲) ۹/۶۴ (۳) ۱۲/۹۶ (۴)

۱۲- دو ضلع یک مستطیل منطبق بر دو خط به معادلات $x - 3y = 4$ و $3x + y = 1$ و یک رأس آن نقطه‌ی $A(2, 1)$

است. مساحت این مستطیل چه قدر است؟

- ۴/۸ (۱) ۴ (۲) ۳/۵ (۳) ۳ (۴)

۱۳- نقاط $A(0, -1)$ ، $B(3, 2)$ و $C(-2, 1)$ سه رأس یک مثلث می‌باشند. نوع مثلث کدام است؟

(۱) قائم‌الزاویه

(۲) متساوی‌الساقین

(۴) نامشخص

(۳) قائم‌الزاویه و متساوی‌الساقین

۱۴- دو نقطه روی نیمساز ربع دوم و چهارم قرار دارند که تا خط $x = 8 - 4y$ فاصله‌ای برابر با $\sqrt{17}$ دارند. طول یکی از

این نقاط کدام است؟

- ۱ (۱) $\frac{11}{3}$ (۲) -۳ (۳) ۳ (۴) $-\frac{11}{3}$

۱۵- نقاط $A(2, 5)$ و $B(3, -1)$ و $C(0, 2)$ سه رأس مثلثی هستند. مختصات پای ارتفاع AH کدام است؟

- (۱) $(\frac{1}{2}, \frac{3}{2})$ (۲) $(\frac{1}{2}, \frac{5}{2})$ (۳) $(\frac{-1}{2}, \frac{5}{2})$ (۴) $(\frac{-1}{2}, \frac{7}{2})$

معادله درجه دوم و تابع درجه دو

۱۶- مختصات رأس سهمی به معادله $y = x^2 - 2x - 3$ کدام است؟

- (۱) (۴, ۱) (۲) (-۴, -۱) (۳) (-۴, ۱) (۴) (۴, -۱)

۱۷- ریشه‌های معادله $x^2 + (2m - 1)x + m - 4 = 0$ قرینه‌ی یکدیگرند، m کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۴ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) ۲

۱۸- اگر α و β ریشه‌های معادله $3x^2 - 2x - 2 = 0$ باشند، حاصل $\alpha^2 + \beta^2$ کدام است؟

- (۱) $\frac{16}{9}$ (۲) $\frac{8}{9}$ (۳) $\frac{2}{3}$ (۴) $\frac{4}{3}$

۱۹- به ازای کدام مجموعه مقادیر m ، کم‌ترین مقدار تابع $f(x) = x^2 + 4mx - 8$ برابر ۱۲- است؟

- (۱) $\{-1, 1\}$ (۲) $\{0\}$ (۳) $\{-2, 2\}$ (۴) $\{-1, 2\}$

۲۰- به ازای کدام مقادیر m ، عبارت $(m - 1)x^2 + 6x + 2m + 1$ ، برای هر مقدار دلخواه x مثبت است؟

- (۱) $m < -2$ (۲) $m > 2/5$ (۳) $1 < m < 2$ (۴) $1 < m < 2/5$

۲۱- شخصی در لبه‌ی فوقانی ساختمانی به ارتفاع ۵۰ متر ایستاده است. توپی به سمت بالا پرتاب می‌کند. بعد از t ثانیه

ارتفاع توپ از سطح زمین برابر است با: $h = -4t^2 + 8t + 50$ ، ماکزیمم ارتفاع توپ و زمان برگشت توپ به سطح

بالای ساختمان چه قدر است؟

- (۱) ۲s, ۵۰ m (۲) ۱s, ۵۴ m (۳) ۱s, ۵۰ m (۴) ۲s, ۵۴ m

۲۲- بیش‌ترین مساحت قطعه زمینی به شکل مستطیل که به توان آن‌را با ۱۴۰ متر نرده، حصار کرد، چند متر مربع است؟

- (۱) ۱۳۲۵ (۲) ۱۱۲۵ (۳) ۱۴۲۵ (۴) ۱۲۲۵

۲۳- جواب‌های کدام معادله از ریشه‌های معادله‌ی درجه دوم $2x^2 - 5x + 1 = 0$ به اندازه‌ی دو واحد کم‌تر است؟

(۱) $2x^2 + 3x - 10 = 0$

(۲) $2x^2 + x - 7 = 0$

(۴) $2x^2 - x + 3 = 0$

(۳) $2x^2 + 3x - 1 = 0$

۲۴- معادله $x^4 + x^2 - 12 = 0$ ، چند ریشه‌ی حقیقی دارد؟
 (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۴ (۴) ۲

۲۵- نمودار تابع $y = ax^2 + bx + c$ محور x ها را در نقاط $x = -2$ و $x = 4$ و محور y ها را در نقطه $y = -2$ قطع می‌کند. کم‌ترین مقدار تابع کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) -۷ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴) $-\frac{9}{4}$

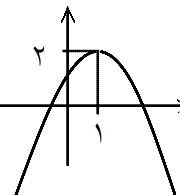
۲۶- به ازای کدام مقدار a مجموع معکوس ریشه‌های معادله درجه دوم $ax^2 + 3x - 2 = 0$ برابر ۳ است؟
 (۱) -۶ (۲) -۴ (۳) ۴ (۴) ۶

۲۷- معادله درجه دوم $(m+2)x^2 + 4x + m - 1 = 0$ ، به ازای کدام مقادیر m ، دو ریشه منفی دارد؟
 (۱) $-2 < m < 1$ (۲) $-3 < m < 2$ (۳) $-3 < m < -2$ (۴) $1 < m < 2$

۲۸- اگر ریشه‌های معادله $x^2 + ax + b = 0$ از دو برابر ریشه‌های معادله $x^2 - 4x + 10 = 0$ ، سه واحد کم‌تر باشند، a کدام است؟

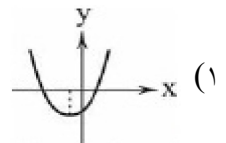
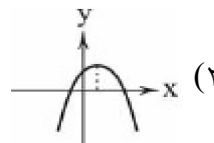
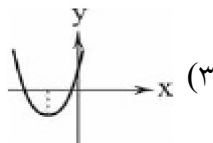
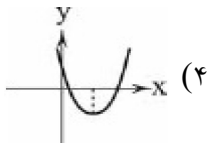
- (۱) -۲ (۲) ۲ (۳) ۱۴ (۴) -۱۴

۲۹- نمودار مربوط به کدام تابع است؟



- (۱) $y = (x+1)^2 + 2$ (۲) $y = -(x+1)^2 + 2$ (۳) $y = -(x-1)^2 + 2$ (۴) $y = (x-1)^2 + 2$

۳۰- نمودارهای زیر مربوط به تابعی درجه دوم با ضابطه $f(x) = ax^2 + bx + c$ هستند. در کدام نمودار $a > 0$ ، $b > 0$ و $c > 0$ است؟



معادلات گویا و رادیکالی

۳۱- جواب معادله $\sqrt{x+3} = 1 + 3x$ کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) $-\frac{2}{9}$ (۳) $\frac{2}{3}$ (۴) ۱

۳۲- جواب معادله $\frac{2x+1}{x-3} - \frac{x+4}{x+1} = 4$ کدام است؟

- (۱) $\frac{2}{3}$ و ۵ (۲) $\frac{-5}{3}$ و ۴ (۳) $\frac{-5}{3}$ و ۵ (۴) $\frac{7}{3}$ و ۴

۳۳- ریشه‌های معادله $x + \sqrt{2x+3} = 5$ چگونه است؟

- (۱) یک ریشه مثبت (۲) یک ریشه منفی (۳) دو ریشه مثبت (۴) فاقد ریشه

۳۴- معادله $\sqrt{x+2} = \sqrt{3x-2}$ چند ریشه حقیقی دارد؟

- (۱) یک (۲) دو (۳) سه (۴) صفر

۳۵- حاصل ضرب ریشه‌های معادله $\frac{x}{x-2} - \frac{1}{x} = -3$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{1}{2}$ (۲) $-\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{1}{3}$ (۴) $\frac{1}{2}$

۳۶- تعداد جواب‌های معادله $\frac{x-1}{x+1} - \frac{1}{x} = \frac{2}{x+x^2}$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) صفر

۳۷- در معادله $2x+1 = \sqrt{11x-2}$ ، قدر مطلق تفاضل دو ریشه کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{4}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{3}{4}$ (۴) $\frac{3}{2}$

۳۸- از معادله $\sqrt{x-1} - x + 1 = -2$ ، دو برابر جواب کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۱۰ (۳) ۱۲ (۴) ۱۴

۳۹- معادله $\sqrt{3x+3} = \sqrt{x-3} - 3$ چند ریشه دارد؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) بی شمار (۴) جواب ندارد

۴۰- معادله $\sqrt{4 + 2x - x^2} = x - 2$ چند جواب دارد؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۴۱- معادله $2x^2 + 4x + 3 = 5\sqrt{2x^2 + 4x + 9}$ چند ریشه دارد؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۴۲- یک خط متروی بین شهری ۲۰ کیلومتر طول دارد. اگر سرعت مترو ۱۲ کیلومتر در ساعت بیشتر می‌بود، زمان رفت و برگشت بین دو شهر ۴۵ دقیقه کوتاه‌تر می‌شد. در حال حاضر سرعت حرکت قطار چند کیلومتر در ساعت است؟

- (۱) ۲۰ (۲) ۱۰ (۳) ۱۵ (۴) ۱۲

۴۳- تعداد جواب‌های معادله $\sqrt{x^2 - 4x + 3} + \sqrt{x^3 - x^2 + 4x} = 0$ کدام است؟

- (۱) ۰ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۴۴- معادله $\sqrt{2x+1} - \sqrt{x} = 1$ دارای چند جواب است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۴۵- مجموع دو عدد که معکوس یکدیگرند $\frac{13}{6}$ است، مجموع مجذورهای آن دو عدد کدام است؟

- (۱) $\frac{97}{36}$ (۲) $\frac{97}{4}$ (۳) $\frac{169}{36}$ (۴) $\frac{37}{6}$