



سال تحصیلی ۹۷-۹۶

پایه

پایه یازدهم - نیمسال اول

تاریخ: ۱۳۹۶/۰۸/۳۰

زمان پاسخگویی: ۸۰ دقیقه

آزمون مستمر درس: آمار و احتمال

مبحث: از ابتدا تا صفحه ۵۶ (ابتدای قانون ضرب احتمال)

آزمون در ۲ صفحه تنظیم شده است.

۱- گزاره مرکب زیر را در نظر بگیرید: (۵/۱نمره)

«اگر برف ببارد یا هوا آلوده باشد آن گاه، مدرسه تعطیل است یا به اردو نمی‌رویم»

برای هر کدام از گزاره‌های ساده تشکیل دهنده ترکیب بالا یک حرف مانند s, r, q, p در نظر گرفته و ترکیب بالا را با نمادهای جبر گزاره‌ها نمایش دهید و سپس نقیض آن را با قوانین جبر گزاره‌ها به دست آورده و به فارسی روان بنویسید.

۲- بدون استفاده از جدول ارزش، هم‌ارزی‌های زیر را ثابت کنید.

(الف) $p \wedge (p \vee q) \equiv p$ (جذب) (۵/۱نمره)

(ب) $p \vee (q \Rightarrow r) \equiv (p \vee q) \Rightarrow (p \vee r)$ (پخشی \vee در \Rightarrow) (۵/۱نمره)

۳- یک گزاره شرطی همیشه درست را یک استلزام منطقی گوئیم. ثابت کنید گزاره زیر یک استلزام منطقی است. (۱نمره)

$$p \Rightarrow [q \Rightarrow (p \wedge q)]$$

۴- الف) ارزش گزاره سوری « $\exists x \in \mathbb{R} \forall y \in \mathbb{R}, x + y < 1$ » را با ذکر دلیل کافی تعیین کنید. (۱نمره)

ب) نقیض گزاره سوری « $\forall x \in D \exists n \in \mathbb{N}, \frac{1}{n} < x$ » را بنویسید. $D = (0, +\infty)$ (۱نمره)

۵- تعداد اعضای مجموعه A دو برابر تعداد اعضای B است و تعداد زیر مجموعه‌های محض و نا تهی A از تعداد زیر مجموعه‌های B ، 54 واحد بیشتر است، تعداد اعضای A را حساب کنید. (۱نمره)

۶- دو مجموعه $A \neq \emptyset$ و B را چنان مثال بزنید که: $A \in B$ و $A \subseteq B$ (۱نمره)

۷- اگر C, B, A زیر مجموعه‌هایی از مجموعه U باشند احکام زیر را ثابت کنید.

الف) اگر $A \subseteq C$ و $B \subseteq C$ آن گاه $A \cup B \subseteq C$ (۱نمره)

ب) $A \cap (A \cup B) = A$ (۱نمره)

پ) $A - (B \cup C) = (A - B) \cap (A - C)$ (۱نمره)

۸- اگر $A = \{x - y, x + 2y\}$ و $B = \{2, 5\}$ طوری که $A \times B = B \times A$ کمترین مقدار $x^2 + y^2$ را حساب کنید. (۱نمره)





سال تحصیلی ۹۷-۹۶

پایه

پایه یازدهم - نیمسال اول

تاریخ: ۱۳۹۶/۰۸/۳۰

زمان پاسخگویی: ۸۰ دقیقه

آزمون مستمر درس: آمار و احتمال

مبحث: از ابتدا تا صفحه ۵۶ (ابتدای قانون ضرب احتمال)

آزمون در ۲ صفحه تنظیم شده است.

۹- اگر $\{-1, 1\}$ و $B = [-1, 1]$ نمودارهای $A \times B$ و $B \times A$ را در یک دستگاه مختصات رسم کنید. (در واقع نمودار $A \times B \cup B \times A$ را رسم می کنید) (۲نمره)

۱۰- اگر A و B دو زیر مجموعه از مجموعه U باشند می دانیم « A زیر مجموعه B است» به صورت زیر تعریف می گردد.

$$A \subseteq B \Leftrightarrow \forall x \in U (x \in A \Rightarrow x \in B)$$

با استفاده از هم ارزی $p \Leftrightarrow q \equiv \sim p \Leftrightarrow \sim q$ معادل گزاره بالا را نوشته و مشخص کنید گزاره ی اخیر در مورد مجموعه های A و B چه حکمی را بیان می کند. (۱نمره)

۱۱- برای مجموعه $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ یک افراز بنویسید که شامل ۳ زیرمجموعه (۳قطعه) با تعداد اعضای نابرابر باشد. (۵/۰نمره)

۱۲- اگر A و B دو پیشامد در فضای نمونه ای S باشند ثابت کنید. (۱نمره)

$$P(A - B) = P(A) - P(A \cap B)$$

۱۳- عددی را به تصادف از مجموعه $S = \{1, 2, 3, \dots, 1000\}$ انتخاب می کنیم برای این عدد انتخابی احتمالات زیر را حساب کنید.

الف) بر ۳ یا ۷ بخش پذیر باشد. (۱نمره)

ب) بر ۷ بخش پذیر باشد اما بر ۳ بخش پذیر نباشد. (۱نمره)





۱- برف ببارد p = هوا آلوده باشد q = مدرسه تعطیل است r = به اردو می‌رویم s =

معادل گزاره به زبان جبر گزاره‌ها : $(p \vee q) \Rightarrow (r \vee \sim s)$

$$\sim [(p \vee q) \Rightarrow (r \vee \sim s)] \equiv (p \vee q) \wedge \sim (r \vee \sim s) \equiv (p \vee q) \wedge (\sim r \wedge s)$$

یعنی : «برف می‌بارد یا هوا آلوده است ولی مدرسه تعطیل نیست و به اردو می‌رویم»

۲- الف) $p \wedge (p \vee q) \equiv (p \vee F) \wedge (p \vee q) \equiv p \vee (F \wedge q) \equiv p \vee F \equiv p$

ب) $(p \vee q) \Rightarrow (p \vee r) \equiv \sim (p \vee q) \vee (p \vee r) \equiv [(\sim p \wedge \sim q) \vee p] \vee r$

$$\equiv [(\sim p \vee p) \wedge (\sim q \vee p)] \vee r \equiv [T \wedge (\sim q \vee p)] \vee r \equiv (p \vee \sim q) \vee r$$

$$\equiv p \vee (\sim q \vee r) \equiv p \vee (q \Rightarrow r)$$

-۳

$$P \Rightarrow [q \Rightarrow (p \wedge q)] = \sim p \vee [\sim q \vee (p \wedge q)]$$

$$\equiv (\sim p \vee \sim q) \vee (p \wedge q) \equiv \underbrace{\sim (p \wedge q)}_S \vee \underbrace{(p \wedge q)}_S \equiv \sim S \vee S \equiv T$$

۴- الف) گزاره بیان می‌کند که عدد حقیقی x وجود که جمع آن با هر عدد حقیقی y کوچکتر از ۱ ساعت که ارزش آن نادرست است. زیرا برای

چنین x می‌توان قرار داد $y = 2 - x$ که در این صورت :

ب) $\sim (\forall x \in D, \exists n \in \mathbb{N}, \frac{1}{n} < x) \equiv \exists x \in D \sim (\exists n \in \mathbb{N}, \frac{1}{n} < x)$

$$\equiv \exists x \in D \forall n \in \mathbb{N} \sim (\frac{1}{n} < x) \equiv \exists x \in D \forall n \in \mathbb{N}, \frac{1}{n} \not< x \equiv \exists x \in \mathbb{N}, \forall n \in \mathbb{N}, \frac{1}{n} \geq x$$

-۵

$$n(A) = 2^K, n(B) = K \rightarrow A \text{ تعداد زیرمجموعه‌های سره ناتهی } = 2^{2^K} - 2$$

$$B \text{ تعداد زیر مجموعه‌های } = 2^K \Rightarrow 2^{2^K} - 2 = 2^K + 54 \Rightarrow 2^{2^K} - 2^K = 54 + 2$$

$$2^K(2^K - 1) = 56 = 8 \times 7 \Rightarrow 2^K = 8 \rightarrow K = 3 \rightarrow n(A) = 2^K = 8$$

-۶

$$A = \{1\} \quad B = \{1, \{1\}\}$$

واضح است $A = \{1\} \in B$ و چون $1 \in A$ پس $A = \{1\} \subseteq B$

۷- الف) روش عضوگیری دلخواه

$$\forall x \in U, x \in A \cup B \xrightarrow{\text{تعریف اجتماع}} x \in A \vee x \in B \xrightarrow{\frac{A \subseteq C}{B \subseteq C}} x \in C \vee x \in C \rightarrow x \in C$$

پس $A \cup B \subseteq C$

ب) $A \cap (A \cup B) = (A \cup \emptyset) \cap (A \cup B) = A \cup (\emptyset \cap B) = A \cup \emptyset = A$

پ) $A - (B \cup C) = A \cap (B \cup C)' = A \cap (B' \cap C') = (A \cap A) \cap (B' \cap C') = (A \cap B') \cap (A \cap C') = (A - B) \cap (A - C)$





سال تحصیلی ۹۷-۹۶

پایه نهم

پایه یازدهم - نیمسال اول

تاریخ: ۱۳۹۶/۰۸/۳۰

زمان پاسخگویی: ۸۰ دقیقه

آزمون مستمر درس: آمار و احتمال

مبحث: از ابتدا تا صفحه ۵۶ (ابتدای قانون ضرب احتمال)

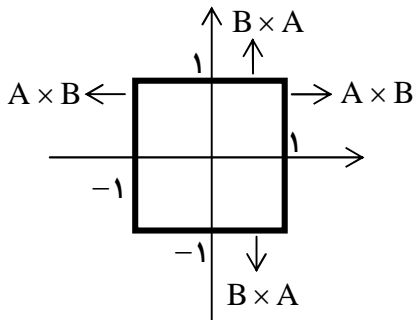
پاسخنامه در ۳ صفحه تنظیم شده است.

$$A \times B = B \times A \Rightarrow A = B \Rightarrow \{x - y, x + 2y\} = \{2, 5\} \quad -8$$

حالت ممکن

$$\textcircled{1} \begin{cases} x - y = 2 \\ x + 2y = 5 \end{cases} \Rightarrow x = 3, y = 1 \Rightarrow x^2 + y^2 = 10 \quad \text{کمترین مقدار}$$

$$\textcircled{2} \begin{cases} x - y = 5 \\ x + 2y = 2 \end{cases} \Rightarrow x = 4, y = -1 \Rightarrow x^2 + y^2 = 17$$



$$A \times B = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x \in A, y \in B\} = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x = 1 \text{ یا } -1, -1 \leq y \leq 1\}$$

$$B \times A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x \in B, y \in A\} = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid -1 \leq x \leq 1, y = 1 \text{ یا } -1\}$$

-9

-10

$$A \subseteq B \Leftrightarrow \forall x \in U (x \in A \Rightarrow x \in B)$$

$$\equiv A \not\subseteq B \Leftrightarrow \exists x \in U \sim (x \in A \Rightarrow x \in B)$$

$$\equiv A \not\subseteq B \Leftrightarrow \exists x \in U, (x \in A \wedge x \notin B)$$

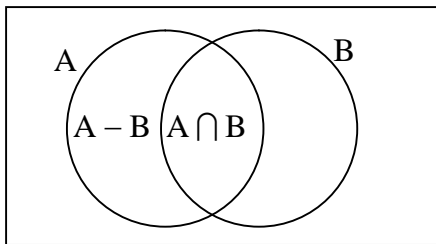
یعنی: A زیر مجموعه B نیست اگر و تنها اگر عضوی در U موجود باشد که عضو A باشد ولی عضو B نباشد یعنی به زبان جبر گزاره‌ها شرط اینکه A زیر مجموعه B نباشد را بیان می‌کند

-11

$$P = \{\{1\}, \{2, 3\}, \{4, 5, 6\}\} \quad \text{یا} \quad \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ \hline \end{array}$$

$$A_1 = \{1\}, A_2 = \{2, 3\}, A_3 = \{4, 5, 6\}$$

-12



$A - B$ و $A \cap B$ ناسازگار یا مجزا هستند.

$$(A - B) \cap (A \cap B) = (A \cap B) \cap (A \cap B) \quad \text{زیرا:}$$

$$= A \cap (B' \cap B) = A \cap \emptyset = \emptyset$$

$$(A - B) \cup (A \cap B) = A \quad \text{و همچنین}$$

$$P[(A - B) \cup (A \cap B)] = P(A) \Rightarrow P(A - B) + P(A \cap B) = P(A) \Rightarrow P(A - B) = P(A) - P(A \cap B)$$

ناسازگارند





سال تحصیلی ۹۷-۹۶

پسران

پایه یازدهم - نیمسال اول

تاریخ: ۱۳۹۶/۰۸/۳۰

زمان پاسخگویی: ۸۰ دقیقه

آزمون مستمر درس: آمار و احتمال

مبحث: از ابتدا تا صفحه ۵۶ (ابتدای قانون ضرب احتمال)

پاسخنامه در ۳ صفحه تنظیم شده است.

۱۳- الف)

$$S \text{ در } 3 \text{ مضارب } A \Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{\left[\frac{1000}{3} \right]}{1000} = \frac{333}{1000}$$

$$S \text{ در } 7 \text{ مضارب } B \Rightarrow P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{\left[\frac{1000}{7} \right]}{1000} = \frac{142}{1000}$$

$$S \text{ در } 21 \text{ مضارب } A \cap B \Rightarrow P(A \cap B) = \frac{n(A \cap B)}{n(S)} = \frac{\left[\frac{1000}{21} \right]}{1000} = \frac{47}{1000}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{333}{1000} + \frac{142}{1000} - \frac{47}{1000} = \frac{428}{1000}$$

ب)

$$P(B - A) = P(B) - P(A \cap B) = \frac{142}{1000} - \frac{47}{1000} = \frac{95}{1000}$$

