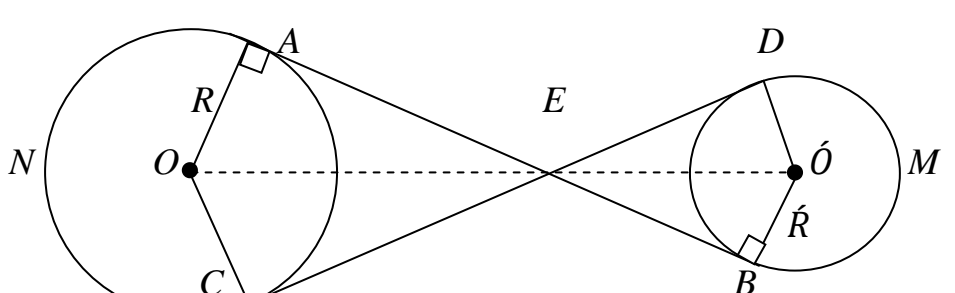
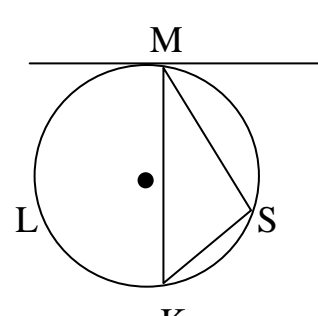
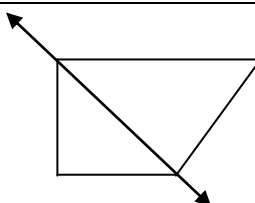



| نام و نام خانوادگی دانش آموز: | | بسمه تعالی | | پرورش های آزمون: هندسه (۲) | |
|-------------------------------|---|---|--|----------------------------|--|
| مدت امتحان: ۱۰۰ دقیقه | | آموزش و پرورش متوسطه ناحیه یک زنجان | | دانش آموزان پایه: یازدهم | |
| تاریخ امتحان: ۱۳۹۶/۱۰/۱ | | نوبت: دی ماه ۱۳۹۶ | | رشته: ریاضی فیزیک | |
| نام آموزشگاه: | | بارم | | | |
| ۱ | ۱ | واژه های زیر را تعریف کنید: (الف) زاویه ی ظلی (ب) تبدیل | | | |
| ۰/۵ | ۲ | در یک دایره به شعاع واحد، اندازه ی یک کمان بر حسب درجه ۶۰ می باشد. طول این کمان چه کسری از عدد π است. (الف) $\frac{1}{6}$ (ب) $\frac{1}{3}$ | | | |
| ۱/۵ | ۳ | در شکل زیر $\widehat{E} = 30^\circ$ و کمان $BC = 4AD$ اندازه ی زاویه ی $B\widehat{F}C$ را محاسبه کنید. | | | |
| | | | | | |
| ۱/۵ | ۴ | قضیه: هر گاه M نقطه ای بیرون دایره باشد و از M مماس و قاطعی نسبت به دایره رسم کنیم، آنگاه مربع اندازه ی مماس برابر است با حاصلضرب اندازه های دو قطعه ی قاطع. | | | |
| ۱/۵ | ۵ | (الف) در دو دایره با شعاع های R و R' و خط المرکزین d اگر $d < R - R' $ باشد دو دایره نسبت به هم هستند. (ب) دو دایره $C(O, 2m - 1)$ و $\hat{C}(O, 2)$ با خط المرکزین $d = 3$ مفروضند، حدود m را چنان تعیین کنید که دو دایره مماس برون باشند. | | | |
| ۱/۵ | ۶ | در شکل مقابل AB قطری از دایره است و وترهای AC و BD موازی اند. ثابت کنید: $AC = BD$ | | | |
| | | | | | |
| ۱/۵ | ۷ | قضیه: ثابت کنید اگر در یک چهار ضلعی، زاویه های روبرو مکمل یکدیگر باشند، آن چهار ضلعی محاطی است. | | | |
| ۱ | ۸ | کمان درخور زاویه ی $\alpha = 60^\circ$ روبرو به پاره خط AB (به طول a) بخشی از دایره ای است با شعاع $R = 2\sqrt{3}$ مقدار a و فاصله ی مرکز دایره از وتر AB را بیابید. | | | |
| ۱ | ۹ | یک ذوزنقه متساوی الساقین بر دایره ای به شعاع $R = 3$ محیط است. اگر مساحت ذوزنقه ۴۵ واحد مربع باشد، طول ساق آن را به دست آورید. | | | |

| | | |
|-----|--|----|
| ۲ | <p>۱۰ دو چرخ مطابق شکل زیر به کمک یک تسمه در حال چرخش هستند. اگر $R = 9$ و $\hat{R} = 3$ و $d = 24$ باشد، طول تسمه را به دست آورید. ($OO' = d$)</p>  | ۱۰ |
| ۱/۵ | <p>۱۱ در شکل مقابل $T\hat{M}K = (2\alpha + 30)^\circ$ و $M\hat{S}K = (\Delta\alpha + 80)^\circ$ را بیابید. (MT بر دایره مماس است)</p>  | ۱۱ |
| ۱/۵ | <p>۱۲ نشان دهید تصویر خط به معادله $3x + 3y = 6$ تحت تبدیل $T(x, y) = (2y - 1, x + 3)$ از نقطه ای به مختصات (۷ و ۰) می گذرد.</p> | ۱۲ |
| ۲ | <p>۱۳ اگر L_1 تصویر خط به معادله $2x - 5y = 10$ با دوران 90° درجه حول مبدا مختصات باشد آنگاه تصویر L_1 تحت انتقال $T(x, y) = (x + 1, y)$ را به دست آورید.</p> | ۱۳ |
| ۱/۵ | <p>۱۴ قضیه: در هر تبدیل طولیا، تبدیل یافته ی هر زاویه، زاویه ای هم اندازه ی آن است.</p> | ۱۴ |
| ۰/۵ | <p>۱۵ بازتاب شکل مقابل را تحت خط داده شده رسم کنید.</p>  | ۱۵ |
| ۲۰ | <p>جمع</p> <p>طراح: امامی</p> <p>(سربلند و پیروز باشید.)</p>  | |

بسمه تعالی

راهنمای تصحیح نمونه سوالات امتحانی درس: هندسه (۲)

نوبت: دی ماه

پایه: یازدهم

رشته: ریاضی و فیزیک

۱۳۹۶

| بارم | ردیف |
|------|------|
| ۱ | ۱ |
| ۰/۵ | ۲ |
| ۱/۵ | ۳ |
| ۱/۵ | ۴ |
| ۱/۵ | ۵ |
| ۱/۵ | ۶ |
| ۱/۵ | ۷ |

الف) زاویه ی ظلّی زاویه ای است که رأس آن روی دایره قرار دارد و یکی از اضلاع آن مماس بر دایره و ضلع دیگر آن شامل وتری از دایره باشد.
 ب) تبدیل T در صفحه ی P، تابعی است که به هر نقطه A از صفحه P دقیقاً یک نقطه مانند A' را از صفحه ی P نظیر می کند و بر عکس، هر نقطه ی A' از صفحه P، تصویر دقیقاً یک نقطه A از صفحه ی P است.

$$\frac{\text{طول کمان}}{\text{محیط دایره}} = \frac{\text{اندازه ی کمان}}{۳۶۰}$$

$$\frac{۶۰}{۳۶۰} = \frac{x}{۲\pi} \Rightarrow x = \frac{\pi}{۳}$$

گزینه ی (ب)

$$\hat{E} = \frac{\text{کمان } BC - AD}{۲} \Rightarrow ۳۰ = \frac{\text{کمان } AD - \text{کمان } AD}{۲} = \frac{۲AD - \text{کمان } AD}{۲} \Rightarrow \text{کمان } AD = ۲۰$$

$$\hat{BFC} = \frac{\text{کمان } BC + AD}{۲} = \frac{۸۰ + ۲۰}{۲} = ۵۰^\circ$$

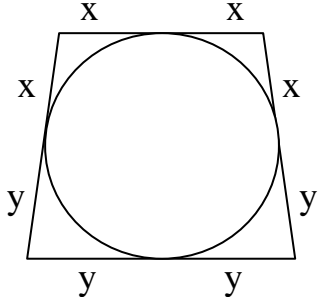
مشترک $\hat{M} = \hat{M}$
 $\hat{M}TA = \hat{T}BA \Rightarrow \triangle MTA \sim \triangle MTA$
 (بنا بر حالت برابری دو زاویه)

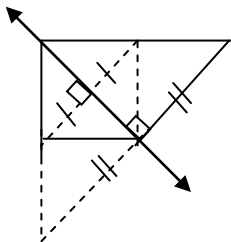

نسبت تشابه: $\frac{MA}{MT} = \frac{MT}{MB} \Rightarrow (MT)^2 = (MA) \times (MB)$

الف) متداخل
 ب) $d = R + R'$ $۳ = ۲ + ۲m - ۱ \Rightarrow m = ۱$

$\begin{cases} AC \parallel BD \\ AB \text{ مورب} \end{cases} \xrightarrow{\text{قضیه خطوط موازی}} \hat{A} = \hat{B} \rightarrow \text{کمان } BC = \text{کمان } AD$
 $\rightarrow ۱۸۰ - \text{کمان } AC = ۱۸۰ - \text{کمان } BD \Rightarrow \text{کمان } AC = \text{کمان } BD \Rightarrow AC = BD$

فرض کنیم در چهار ضلعی ABCD، زاویه های A و C مکمل باشند. با برهان خلف ثابت می کنیم چهار ضلعی ABCD محاطی است. از سه نقطه ی B و C و D همواره یک دایره می گذرد. اگر این دایره از A نگذرد، خط AD را در نقطه ای دیگر مانند A' قطع می کند که A' بین A و D یا A بین A' و D است. اکنون چهار ضلعی ABCD محاطی است پس C' و B'AD مکمل اند. در نتیجه باید زاویه های A' و C' را نیز بررسی کنیم.

| | | |
|-----|--|----|
| | $B\hat{A}D$ هم اندازه باشند و این ممکن نیست. در نتیجه \hat{A} همان A است. | |
| ۱ | $R = \frac{a}{2 \sin \alpha} \Rightarrow 2\sqrt{3} = \frac{a}{2 \sin 60^\circ} \Rightarrow a = 6$ $OH = \frac{a}{2 \tan \alpha } = \frac{6}{2 \tan 60^\circ} = \sqrt{3}$ | ۸ |
| ۱ |  $S = \frac{1}{2} (2x + 2y) \times h$ $45 = (x + y) \times 6$ $x + y = 7.5 \quad \text{طول ساق}$ | ۹ |
| ۲ | $AB = CD = \sqrt{d^2 - (R + \hat{R})^2} = \sqrt{(24)^2 - (9 + 3)^2} = 12\sqrt{3}$ <p>طول مماس مشترک داخلی</p> $\triangle OBE \sim \triangle OAE \Rightarrow \frac{OB}{OA} = \frac{OE}{OE} \Rightarrow \frac{OB}{OA + OB} = \frac{OE}{OE + OE}$ $\Rightarrow \frac{3}{9+3} = \frac{OE}{24} \Rightarrow OE = 6 \rightarrow OE = 18$ $B\hat{O}E = 60^\circ \text{ و } A\hat{O}E = 60^\circ \Rightarrow B\hat{O}D = A\hat{O}C = 120^\circ$ <p>در نتیجه کمان های BMD و ANC روبروی زاویه 240° درجه خواهند بود یعنی طول آن ها $\frac{2}{3}$ محیط دایره است.</p> $\text{کمان } ANC = \frac{2}{3} \times (2\pi \times 9) = 12\pi$ $\text{کمان } BMD = \frac{2}{3} (2\pi \times 3) = 4\pi$ <p>کمان BMD + کمان ANC + $AB + CD$ = طول تسمه</p> $\text{طول تسمه} = 12\sqrt{3} + 12\sqrt{3} + 12\pi + 4\pi = 24\sqrt{3} + 16\pi$ | ۱۰ |
| ۱/۵ | $T\hat{M}K = \frac{\text{کمان } MSK}{2} \text{ زاویه ی ظلی}$ $M\hat{S}K = \frac{\text{کمان } MLK}{2} \text{ زاویه ی محاطی}$ $\Rightarrow T\hat{M}K + M\hat{S}K = \frac{1}{2} (\text{کمان } MSK + \text{کمان } MLK) = \frac{1}{2} \times 360 = 180$ $\Rightarrow 2\alpha + 30 + 5\alpha + 80 = 180 \Rightarrow \alpha = 10$ | ۱۱ |
| ۱/۵ | $T(x, y) = (x, y)$ $\Rightarrow \begin{cases} 2y - 1 = x \\ x + 3 = y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = \frac{x+1}{2} \\ x = y - 3 \end{cases}$ $\Rightarrow 2(y - 3) + 3 \left(\frac{x+1}{2} \right) = 6$ | ۱۲ |

| | | |
|-----|---|--------------------|
| | $\Rightarrow 3x + 4y = 21 \xrightarrow{(7,0)} 3(7) + 4(0) = 21$ | |
| ۲ | <p>ابتدا خط را تحت زاویه ی ۹۰ درجه دوران می دهیم</p> $R(x, y) = (-y, x) = (x', y')$ $\rightarrow \begin{cases} y = -x' \\ x = y' \end{cases} \rightarrow 2y - 5(-x) = 10 \rightarrow 2y + 5x = 10$ <p>حال انتقال در امتداد بردار $V = (1, 0)$ را روی خط $2y + 5x = 10$ اعمال می کنیم.</p> $2y + 5(x - 1) = 10 \rightarrow 2y + 5x = 15$ | ۱۳ |
| ۱/۵ | | اثبات قضیه در کتاب |
| ۰/۵ |  | ۱۵ |
| ۲۰ | <p>طراح: امامی</p> <p>جمع</p> <p>(سربلند و پیروز باشید.)</p>  | |