



به نام خدا

نام و نام خانوادگی: حسابان

نام و نام خانوادگی:

امتحان درس: حسابان

رشته: ریاضی

کلاس: یازدهم

وقت امتحان: ۱۲۰

کد: ۳۰۱-۹۶۱۰۱۶

دانش آموز عزیز شما می توانید پاسخنامه امتحان را دو ساعت پس از پایان امتحان در پورتال مدرسه ملاحظه نمایید.

[www.bagheralolum.sch.ir](http://www.bagheralolum.sch.ir)

ردیف	سؤال	بارم
۱	مجموع ۱۰۰ جمله اول دنباله $3, 10, 17, \dots$ را بدست آورید.	۰/۷۵
۲	حاصل $A = (1 + x + x^2 + x^3 + x^4)(1 - x + x^2 - x^3 + x^4)$ به ازای $x = \sqrt{2}$ چقدر است؟	۱
۳	اگر $\alpha$ و $\beta$ ریشه‌های معادله $x^2 - 2x - 4 = 0$ باشد مقدار $\frac{1}{\alpha+1} + \frac{1}{\beta+1}$ را بیابید.	۱
۴	معادله درجه دومی بنویسید که ریشه‌های آن $3 + \sqrt{5}$ و $3 - \sqrt{5}$ باشد.	۰/۷۵
۵	اگر نمودار سهمی $f$ به صورت مقابل باشد. ضابطه سهمی را بنویسید.	۰/۷۵
۶	$x = 1$ یکی از صفرهای تابع $f(x) = 3x^2 + (k - 1)x + 2$ است. $k$ و صفر دیگر تابع را بیابید.	۱
۷	تعداد و مقدار ریشه‌های معادله $ x + 1  + 1 = \frac{1}{3}x$ را به روش هندسی بدست آورید.	۱
۸	معادله $\frac{3}{x+2} + \frac{2}{x} = \frac{4x-4}{x^2-4}$ را حل کنید.	۰/۷۵
۹	معادله $\sqrt{3x+1} + x = 9$ را حل کنید.	۰/۷۵



۰/۷۵	اگر $x \leq 1$ باشد عبارت $ x - 3  +  1 - x $ را به ساده‌ترین صورت بنویسید.	۱۰
۱	ابتدا ضابطه تابع $f(x) = x + \frac{2x}{ x }$ را بدون استفاده از قدرمطلق بنویسید سپس نمودار آن را رسم کنید.	۱۱
۱/۵	نقاط $A(1,4)$ و $B(-4,1)$ و $C(0,-1)$ رأس‌های مثلث $ABC$ هستند. طول میانه وارد بر ضلع $BC$ را بیابید. (مثلث و میانه $AM$ را رسم کنید)	۱۲
۱	فاصله نقطه $A(-2,4)$ را از خط $y = \frac{3}{4}x - 2$ بدست آورید.	۱۳
۱	آیا دو تابع $f(x) = \sqrt{x} \times \sqrt{x-1}$ و $g(x) = \sqrt{x(x-1)}$ با هم مساویند. چرا؟	۱۴
۱	نمودار تابع $f(x) = \sqrt{x-1} - 2$ را رسم کنید و برد آن را بنویسید.	۱۵
۱	دامنه تابع $f(x) = \frac{\sqrt{9-x^2}}{x-2}$ را بنویسید.	۱۶
۱	نمودار تابع $y = x + 2[x]$ را در بازه $[-1,2)$ رسم کنید و برد آن را تعیین کنید.	۱۷
۱	ضابطه وارون تابع $f(x) = \sqrt{x-4}$ را بیابید و دامنه و برد آن را مشخص کنید.	۱۸
۱	اگر $f(x) = \sqrt{4x - x^2}$ و $g = \{(-1,2), (0,1), (2,0), (1,1)\}$ باشد تابع $\frac{f}{g}$ را بنویسید و برد آن را تعیین کنید.	۱۹

۱	اگر $f(x) = \frac{x}{1-x}$ و $g(x) = \frac{1}{x-2}$ باشد دامنه و ضابطه تابع fog را مشخص کنید.	۲۰
۱	اگر $(fog)(x) = \frac{x+1}{x-1}$ و $f(x) = \frac{x}{x+1}$ باشد. ضابطه تابع g را بیابید.	۲۱



بسمه تعالی

یا سجدت

دبیرستان غیر دولتی باقر العلوم (ع)

تاریخ امتحان: ۹۶، ۱۰، ۱۶

کلاس: یازدهم

نام درس: حسابان

$$S_n = \frac{n}{r} [ra_1 + (n-1)d] \quad (1)$$

$$S_{100} = \frac{100}{r} [r \times r + (100-1) \times r] = 50 \times r (r + r) = 34900 \quad (2)$$

$$A = \frac{1(x^0-1)}{x-1} \times \frac{1((-x)^0-1)}{-x-1} = \frac{x^0-1}{x-1} \times \frac{x^0+1}{x+1} = \frac{x^0-1}{x^2-1}$$

$$x = \sqrt{r} \Rightarrow A = \frac{(r)^{100}-1}{(r)^2-1} = \frac{r^{100}-1}{r-1} = \frac{r^{100}-1}{1} = r^{100}$$

$$x^2 - 2x - 5 = 0 \Rightarrow \alpha + \beta = -\frac{b}{a} = -\frac{-2}{1} = 2 \quad (3)$$

$$\alpha\beta = \frac{c}{a} = \frac{-5}{1} = -5$$

$$\frac{1}{\alpha+1} + \frac{1}{\beta+1} = \frac{(\beta+1) + (\alpha+1)}{(\alpha+1)(\beta+1)} = \frac{(\alpha+\beta)+2}{\alpha\beta + \alpha + \beta + 1} = \frac{2+2}{-5+2+1} = \frac{4}{-2} = -2$$

$$S = (r + \sqrt{5}) + (r - \sqrt{5}) = 2r \quad (4)$$

$$P = (r - \sqrt{5})(r + \sqrt{5}) = r^2 - (\sqrt{5})^2 = 9 - 5 = 4 \quad \text{ضرب}$$

$$x^2 - 5x + 4 = 0 \Rightarrow x^2 - 4x + 4 = 0 \quad \text{ساده شود}$$

$$f(x) = a(x-x')(x-x'') \quad (5)$$

$$f(x) = a(x-(-1))(x-4)$$

$$(0, r) \xrightarrow{\text{عوض}} r = a(0+1)(0-4) \Rightarrow r = -4a \Rightarrow a = -\frac{r}{4}$$

$$\Rightarrow f(x) = -\frac{r}{4}(x+1)(x-4) \Rightarrow f(x) = -\frac{1}{4}x^2 + \frac{3}{4}x + r \quad \text{ضابطه صحیح}$$

$$x=1 \Rightarrow r(1)^2 + (k-1)(1) + r = 0 \Rightarrow r + k - 1 + r = 0 \Rightarrow k = -2r \quad (6)$$

$$r x^2 + (k-1)x + r = 0 \Rightarrow r x^2 - 5x + r = 0$$

$$\frac{1}{r}(rx-2)(rx-2) = 0 \quad \left\{ \begin{array}{l} x=1 \\ x = \frac{2}{r} \end{array} \right. \quad \text{ضابطه صحیح}$$

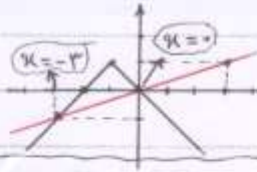


$$y = -|x+1| + 1 \quad y = \frac{1}{4}x \quad (7)$$

x	-2	-1	0
y	0	1	0

x	-2	0	2
y	-1	0	1

دو جواب دارد



$$x(x+2)(x-2) \frac{1}{x+2} + x(x+2)(x-2) \frac{1}{x} = x(x+2)(x-2) \frac{4x-4}{x^2-4} \quad (8)$$

$$4x(x-2) + 4(x^2-4) = 4x(x-2)$$

$$4x^2 - 8x + 4x^2 - 16 = 4x^2 - 8x$$

$$4x^2 - 8x - 16 = 4x^2 - 8x \Rightarrow x^2 - 2x - 4 = 0 \Rightarrow (x-4)(x+2) = 0$$

جواب اول  $x=4$   
جواب دوم  $x=-2$

$$(\sqrt{2x+1})^2 = (9-x)^2 \quad (9)$$

$$2x+1 = 1-18x+x^2$$

$$x^2 - 21x + 10 = 0 \Rightarrow (x-5)(x-16) = 0$$

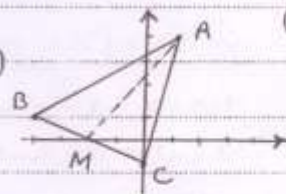
جواب  $x=5$   
جواب دوم  $x=16$

$$|x-2| + |1-x| = -(x-2) + (1-x) = -x+2+1-x = -2x+3 \quad (10)$$

$$f(x) = \begin{cases} x+2, & x > 0 \rightarrow \begin{matrix} x & 0 & 1 \\ y & 2 & 3 \end{matrix} \\ x-2, & x < 0 \rightarrow \begin{matrix} x & 0 & -1 \\ y & -2 & -3 \end{matrix} \end{cases}$$



$$M \left| \begin{aligned} x_M &= \frac{x_B + x_C}{2} = \frac{-2 + 0}{2} = -1 \\ y_M &= \frac{y_B + y_C}{2} = \frac{1 + (-1)}{2} = 0 \end{aligned} \right. \Rightarrow M(-1, 0)$$



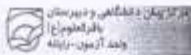
$$AM = \sqrt{(x_M - x_A)^2 + (y_M - y_A)^2}$$

$$AM = \sqrt{(-1 - 1)^2 + (0 - 1)^2} = \sqrt{4 + 1} = \sqrt{5} = 5 \text{ واحد}$$

$$AH = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} \quad A(x_0, y_0) \quad (11)$$

$$4x \left( y = \frac{1}{4}x - 2 \right) \Rightarrow 4y = x - 8 \Rightarrow -x + 4y + 8 = 0$$

$$AH = \frac{|-1 \times (-2) + 4 \times (1) + 8|}{\sqrt{(-1)^2 + 4^2}} = \frac{|3+4|}{\sqrt{17}} = \frac{7}{\sqrt{17}}$$



نام و نام خانوادگی: \_\_\_\_\_

(14) شرط اول:  $f(x) = \sqrt{x} \times \sqrt{x-1} = \sqrt{x(x-1)} \Rightarrow f(x) = g(x)$   
 $f(x) \rightarrow x \geq 0, x \geq 1 \Rightarrow x \geq 1 \Rightarrow D_f = [1, +\infty)$

$x(x-1) \geq 0$   
 جواب

$x$	-	+	+
$x-1$	-	-	+
$P \geq 0$	+	-	+

$\Rightarrow D_g = (-\infty, 0] \cup [1, +\infty)$   
 پس  $D_f \neq D_g$  یعنی دو تابع مساوی نیستند.

(15)  $f(x) = \sqrt{x+1} - 2$   $x \geq -1$  (دامنه تابع)  

$x$	-1	0	3
$y$	-2	-1	0

 $R_f = [-2, +\infty)$

(16)  $f(x) = \frac{\sqrt{9-x^2}}{x-2}$   $9-x^2 \geq 0$   
 $9-x^2 = 0 \Rightarrow x^2 = 9 \Rightarrow \begin{cases} x=3 \\ x=-3 \end{cases}$   

$x$	-3	0	3
$9-x^2$	-	+	-
$P \geq 0$	X	-P	X

 $\Rightarrow -3 \leq x \leq 3, x-2=0 \Rightarrow x=2$  (شماره بیرون)  
 $D_f = [-3, 3] - \{2\}$  (دامنه تابع)

(17)  $-1 \leq x < 0 \Rightarrow [x] = -1 \Rightarrow y = x - 2$   $\frac{x}{y} = \frac{-1}{-2}$   
 $0 \leq x < 1 \Rightarrow [x] = 0 \Rightarrow y = x$   $\frac{x}{y} = \frac{1}{1}$   
 $1 \leq x < 2 \Rightarrow [x] = 1 \Rightarrow y = x + 2$   $\frac{x}{y} = \frac{1}{2}$   
  
 $R_f = [-2, -2) \cup [0, 1) \cup [2, 2)$

(18)  $y = \sqrt{x-4} \Rightarrow x = \sqrt{y-4} \Rightarrow x^2 = y-4 \Rightarrow y = x^2 + 4$   
 $x-4 \geq 0 \Rightarrow x \geq 4 \Rightarrow D_f = R_{f^{-1}} = [4, +\infty)$  (برای تابع معکوس)  
 $y \geq 0 \Rightarrow R_f = D_{f^{-1}} = [0, +\infty)$  (دامنه تابع معکوس)  
 $f^{-1}(x) = x^2 + 4$  (توجه کنید)

(19)  $D_{\frac{f}{g}} = D_f \cap D_g - \{x \mid g(x) = 0\} = \{0, 2, 1\} - \{2\} = \{0, 1\}$  (دامنه  $\frac{f}{g}$ )  
 $(\frac{f}{g})(0) = \frac{f(0)}{g(0)} = \frac{0}{1} = 0 \rightarrow (0, 0)$   
 $(\frac{f}{g})(1) = \frac{f(1)}{g(1)} = \frac{3}{1} = 3 \rightarrow (1, 3)$   
 $\Rightarrow \frac{f}{g} = \{(0, 0), (1, 3)\}$  پس

$$f(x) = \frac{x}{1-x} \Rightarrow D_f = x \neq 1$$

(۱)

$$g(x) = \frac{1}{x-2} \Rightarrow D_g = x \neq 2$$

$$D_{f \circ g} = \{x \mid x \in D_g, g(x) \in D_f\}$$

$$(f \circ g)(x) = \frac{1}{x-2}$$

$$D_{f \circ g} = \{x \mid x \neq 2, \frac{1}{x-2} \neq 1\}$$

$$\downarrow$$
$$x-2 \neq 1 \Rightarrow x \neq 3 \Rightarrow D_{f \circ g} = \mathbb{R} - \{2, 3\}$$

$$(f \circ g)(x) = f(g(x)) = f\left(\frac{1}{x-2}\right) = \frac{\frac{1}{x-2}}{1 - \frac{1}{x-2}} = \frac{\frac{1}{x-2}}{\frac{x-2-1}{x-2}} = \frac{1}{x-3}$$

$$(f \circ g)(x) = \frac{x+1}{x-1} \Rightarrow f(g(x)) = \frac{x+1}{x-1} \quad (۲)$$

$$f(x) = \frac{x}{x+1}$$

$$\frac{g(x)}{g(x)+1} = \frac{x+1}{x-1}$$

طرفین در مخرج

$$x \cdot g(x) - g(x) = x \cdot g(x) + g(x) + x + 1$$

$$-g(x) - g(x) = x + 1$$

$$-2g(x) = x + 1 \Rightarrow g(x) = \frac{x+1}{-2}$$

والسلام