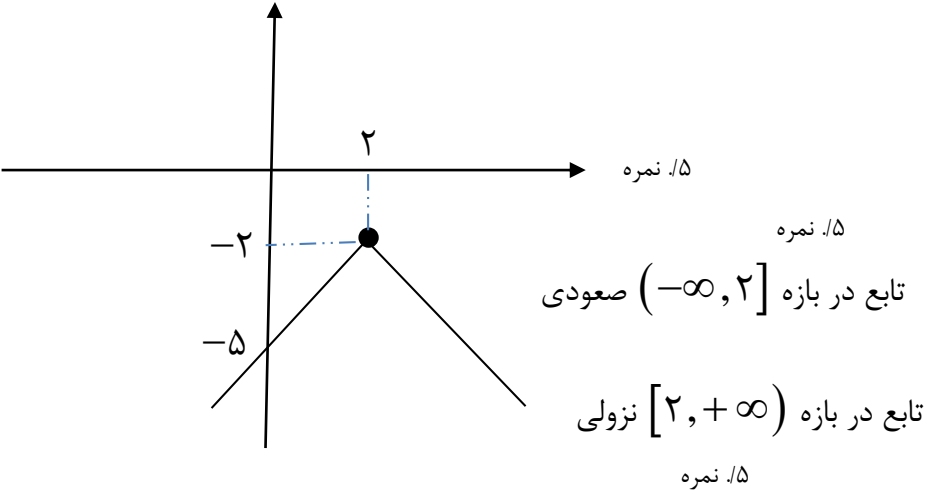



آزمون درس: حسابان ۲		بسمه تعالی	تاریخ آزمون: ۹۸/۳/....
پایه: دوازدهم ریاضی و فیزیک		اداره کل آموزش و پرورش استان اردبیل	مدت آزمون: ۱۰۰ دقیقه
ساعت شروع: ۸ صبح		مدیریت آموزش و پرورش	تعداد صفحه: ۲ (۱۴ سوال)
نام و نام خانوادگی:		دبیرستان	طراح: یعقوب نعمتی
ردیف			
۱	اگر دامنه و برد تابع $y = f(x)$ به ترتیب بازه های $[a, b]$ و $[c, d]$ باشد، در این صورت دامنه و برد تابع $y = f(kx)$ را تعیین کنید ($k < 0$).	۱	بارم
۲	نمودار تابع زیر در چه فاصله ای صعودی و در چه فاصله ای نزولی است؟ $f(x) = - x - 3 - 2$	۱/۵	
۳	۱۱) درستی یا نادرستی عبارات زیر را بررسی کنید. برای گزینه های نادرست مثال نقض بیاورید. الف) با توجه به محور سینوس و تانژانت، در مقایسه تانژانت و سینوس در ناحیه اول می توان گفت: $\sin \alpha < \tan \alpha$ ب) اگر تابعی صعودی باشد، آهنگ تغییر متوسط آن هم صعودی است. ج) در نقطه عطف علامت $f''(x)$ تغییر می کند. د) هر نقطه ای که علامت $f''(x)$ در آن تغییر کند، نقطه عطف است.	۲	
۴	معادله $2 \sin^2 x + 9 \cos x + 3 = 0$ را حل کنید.	۱/۵	
۵	حاصل حدود زیر را به دست آورید. الف) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x + \sin^2 x}{x^2}$ ب) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - 4x x + 3}{x^2 - 2x - 3}$	۱/۵	
۶	نمودار تابع $f(x) = \frac{1}{x - x }$ در نزدیکی مجانب قائم و افقی به چه صورتی است؟	۱	
۷	به کمک تعریف مشتق، مشتق تابع زیر را در نقطه داده شده به دست آورید. $f(x) = x^2 + x$ در $x = 3$	۱/۲۵	
۸	مشتق توابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن الزامی نیست). الف) $y = x^3 + \frac{1}{x}$ ب) $y = 3(2x - 5)^4 + \sqrt[3]{x}$ ج) $y = \frac{\sin \sqrt{x}}{x^2 + 1}$	۲/۷۵	
۹	معادله خط مماس بر منحنی $y = -x^2 + 10x$ را در نقطه ای به طول $x = 5$ به دست آورید.	۱	
۱۰	اگر $p(t) = 2000 + 50 \cdot t^2$ نمایش جمعیت یک نوع باکتری در زمان t باشد، الف) آهنگ متوسط افزایش جمعیت را در ۴ ساعت اول پس از $t = 1$ به دست آورید. ب) آهنگ لحظه ای افزایش جمعیت را در $t = 2$ به دست آورید.	۱/۵	

۱/۲۵	اگر $f'(x) = x(x-1)(x-2)^3$ آنگاه اکسترمم های نسبی تابع f را مشخص نمایید.	۱۱
.۷۵	نمودار تابع f را به گونه ای رسم نمایید که ماکزیمم مطلق داشته باشد ولی تابع $ f $ ماکزیمم مطلق نداشته باشد.	۱۲
۱	دو عدد حقیقی را چنان بیابید که مجموع آن ها ۱۰ باشد، و حاصل ضربشان بیشترین مقدار ممکن گردد؟	۱۳
۲	جدول رفتار و نمودار $f(x) = \frac{3x+4}{-2x+1}$ را رسم نمایید.	۱۴
۲۰	جمع	موفق و موید باشید.

تاریخ آزمون: ۹۸/۳/.... مدت آزمون: ۱۰۰ دقیقه تعداد صفحه: ۲ (تعداد ۱۴ سوال) طراح: یعقوب نعمتی	بسمه تعالی پاسخ نامه حسابان ۲	آزمون درس: حسابان ۲ پایه: دوازدهم ریاضی و فیزیک ساعت شروع: ۸ صبح نام و نام خانوادگی:
ردیف		
۱	$D_f = \left[\frac{b}{k}, \frac{a}{k} \right], R_f = [c, d]$ هر قسمت ۰.۵ نمره	۱
۱/۵		۲
۲	الف) درست ب) نادرست ج) درست د) نادرست	۳
۱/۵	$2(1 - \cos^2 x) + 9 \cos x + 3 = 0 \Rightarrow 2 \cos^2 x - 9 \cos x - 5 = 0 \Rightarrow$ $\begin{cases} \cos x = 5 & \times \text{ نمره } ۰.۵ \\ \cos x = -\frac{1}{2} \Rightarrow x = 2k\pi \pm \frac{2\pi}{3} & \text{نمره } ۰.۵ \end{cases}$	۴
۱/۵	الف) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x + \sin^2 x}{x^2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{x} + \frac{\sin^2 x}{x^2} \right) = +\infty + 1 = +\infty$ نمره ۰.۲۵ ب) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - 4x x + 3}{x^2 - 2x - 3} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - 4x^2 + 3}{x^2 - 2x - 3} \approx \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-3x^2}{x^2} = -3$ نمره ۰.۲۵	۵

۱	 <p>رسم درست ۱ نمره</p>	۶
۱/۲۵	<p style="text-align: center;">نمره ۲۵</p> $f'(۳) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(۳+h) - f(۳)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(۳+h)^۲ + (۳+h) - ۱۲}{h} =$ <p style="text-align: center;">نمره ۲۵</p> $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{۹ + ۶h + h^۲ + ۳ + h - ۱۲}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{۷h + h^۲}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{h(۷+h)}{h} = ۷$ <p style="text-align: center;">نمره ۲۵</p>	۷
۲/۷۵	<p>الف) $y = x^۳ + \frac{1}{x} \Rightarrow y' = ۳x^۲ - \frac{1}{x^۲}$ نمره ۲۵</p> <p style="text-align: center;">نمره ۲۵</p> <p>ب) $y = ۳(۲x - ۵)^۴ + \sqrt[۳]{x} \Rightarrow y' = ۳ \times ۴(۲)(۲x - ۵)^۳ + \frac{1}{۳\sqrt[۳]{x^۲}}$ نمره ۲۵</p> <p style="text-align: center;">نمره ۲۵</p> <p>ج) $y = \frac{\sin \sqrt{x}}{x^۲ + 1} \Rightarrow y' = \frac{\left(\frac{1}{2\sqrt{x}} \cos \sqrt{x}\right)(x^۲ + 1) - (۲x)(\sin \sqrt{x})}{(x^۲ + 1)^۲}$ نمره ۲۵</p> <p style="text-align: center;">نمره ۲۵</p>	۸
۱	<p>$A(۵, ۲۵)$, $y' = -۲x + ۱ \xrightarrow{x=۵} m = ۰$ نمره ۲۵</p> <p style="text-align: center;">نمره ۲۵</p> <p>$y - ۲۵ = ۰(x - ۵)$ نمره ۲۵</p>	۹
۱/۵	<p>آهنگ متوسط $= \frac{p(۵) - p(۱)}{۵ - ۱} = \frac{۱۴۵۰۰ - ۲۵۰۰}{۴} = \frac{۱۲۰۰۰}{۴} = ۳۰۰۰$ نمره ۲۵</p> <p style="text-align: center;">نمره ۲۵</p> <p>$p(t) = ۲۰۰۰ + ۵۰ \cdot t^۲ \Rightarrow p'(t) = ۱۰۰ \cdot t \xrightarrow{t=۲} ۲۰۰۰$ نمره ۲۵</p> <p style="text-align: center;">نمره ۲۵</p>	۱۰

۱/۲۵	<table border="1" style="display: inline-table; margin-right: 20px;"> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">x</td> <td style="padding: 5px;">$-\infty$</td> <td style="padding: 5px;">۰</td> <td style="padding: 5px;">۱</td> <td style="padding: 5px;">۲</td> <td style="padding: 5px;">$+\infty$</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">y'</td> <td style="padding: 5px;">-</td> <td style="padding: 5px;">۰</td> <td style="padding: 5px;">+</td> <td style="padding: 5px;">۰</td> <td style="padding: 5px;">+</td> </tr> </table> <p style="text-align: center;">جدول ۵. نمره</p> <p style="text-align: center;"> </p> <p style="text-align: center;"> نمره ۲۵. min نمره ۲۵. max نمره ۲۵. min </p>	x	$-\infty$	۰	۱	۲	$+\infty$	y'	-	۰	+	۰	+	۱۱
x	$-\infty$	۰	۱	۲	$+\infty$									
y'	-	۰	+	۰	+									
.۷۵	<p>نمودارهای زیادی می توان رسم کرد نمودار زیر یکی از نمودارهای دلخواه می باشد.</p> <p style="text-align: right;">رسم نمودار درست ۷۵. نمره</p>	۱۲												
۱	<p style="text-align: center;">نمره ۲۵ نمره ۲۵</p> $p = xy \xrightarrow{y=1-x} p = x(1-x) = 1 \cdot x - x^2 \Rightarrow p' = 1 - 2x = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{2}$ <p style="text-align: center;">نمره ۲۵ نمره ۲۵</p> $y = 1 - x = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$	۱۳												
۲	<p style="text-align: center;">نمره ۲۵ نمره ۲۵</p> $f(x) = \frac{3x+4}{-x+1} \Rightarrow D_f = \mathbb{R} - \{1\}$ <p style="text-align: center;">نمره ۲۵</p> $f(x) = \frac{3x+4}{-x+1} \Rightarrow f'(x) = \frac{3+4}{(-x+1)^2} = \frac{7}{(-x+1)^2}$ <p style="text-align: center;">نمره ۷۵</p> <table border="1" style="display: inline-table; margin-right: 20px;"> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">x</td> <td style="padding: 5px;">$-\infty$</td> <td style="padding: 5px;">۱</td> <td style="padding: 5px;">$+\infty$</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">y'</td> <td style="padding: 5px;">+</td> <td style="padding: 5px;">+</td> <td style="padding: 5px;">+</td> </tr> </table> <p style="text-align: center;">نمره ۵</p>	x	$-\infty$	۱	$+\infty$	y'	+	+	+	۱۴				
x	$-\infty$	۱	$+\infty$											
y'	+	+	+											
۲۰	<p>موفق و موید باشید.</p> <p>برای راه حل های درست دیگر به تناسب بارم در نظر گرفته شود. نعمتی</p>													