

آزمون هماهنگ آمادگی امتحان نهایی پایه ۱۲ فروردین و اردیبهشت ۱۳۹۸ نوبت: صبح	اداره کل آموزش و پرورش استان کردستان معاونت آموزش متوسطه اداره تکنولوژی و گروه های آموزشی متوسطه		پایه دوازدهم متوسطه نظری دیپروستان:
	تاریخ آزمون: ۱۳۹۸/۱/۲۴		رشته: ریاضی و فیزیک امتحان درس: حسابان (۲)
مدت زمان آزمون: ۹۰ دقیقه		نام دبیر:	نام و نام خانوادگی:

بارم	سؤالات	ردیف										
۱/۵	<p>جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید.</p> <p>الف) نمودار تابع $y = x^3 + 6x^2 + 12x + 8$ را می توان با واحد انتقال نمودار $y = x^3$ به سمت رسم کرد.</p> <p>ب) برای آنکه تابع $y = ax + b$ در دامنه اش هم صعودی باشد و هم نزولی مقدار a باید برابر با باشد.</p> <p>ج) دوره تناوب و مقدار ماکسیمم و مینیمم تابع $y = 2\sin\frac{\pi x}{4} - \sqrt{3}$ به ترتیب برابر با و و است.</p>	۱										
۱	<p>با در نظر گرفتن نمودار f در شکل زیر، نقاط روی نمودار را با شیب های داده شده در جدول نظیر کنید. (یک نقطه اضافی است).</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <thead> <tr> <th>شیب</th> <th>نقطه</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>-۱</td> <td></td> </tr> <tr> <td>۰</td> <td></td> </tr> <tr> <td>۱</td> <td></td> </tr> <tr> <td>۲</td> <td></td> </tr> </tbody> </table>	شیب	نقطه	-۱		۰		۱		۲		۲
شیب	نقطه											
-۱												
۰												
۱												
۲												
۱	<p>با توجه به نمودار تابع $y = f(x)$، نمودار تابع $g(x) = f(2x + 1)$ را رسم کنید.</p>	۳										
۲	<p>در چند جمله ای $p(x) = x^3 + ax^2 + x + b$ مقادیر a, b را چنان بیابید که باقی مانده تقسیم آن بر $x - 1$ برابر با ۴ باشد و بر $x + 2$ بخش پذیر باشد.</p>	۴										
۱/۵	<p>در تابع $y = a \sin bx + c$ اگر مقادیر ماکزیمم و مینیمم به ترتیب ۶ و ۴ و دوره تناوب برابر π باشند، مقادیر a, b و c را به دست آورید. (a و b را مثبت در نظر بگیرید).</p>	۵										
۲	<p>معادله مثلثاتی زیر را حل کنید.</p> $\cos x(2 \cos x - 3) = -1$	۶										

آزمون هماهنگ آمادگی امتحان نهایی پایه ۱۲ فروردین و اردیبهشت ۱۳۹۸ نوبت: صبح	اداره کل آموزش و پرورش استان کردستان معاونت آموزش متوسطه اداره تکنولوژی و گروه های آموزشی متوسطه		پایه دوازدهم متوسطه نظری
	رشته: ریاضی و فیزیک تاریخ آزمون: ۱۳۹۸/۱/۲۴		دیپروستان:
مدت زمان آزمون: ۹۰ دقیقه		نام دبیر:	نام و نام خانوادگی:

۱/۲۵	$\lim_{x \rightarrow -\frac{1}{2}} \frac{[x] + \frac{1}{2}}{ 2x+1 }$	۷	حاصل حد زیر را به دست آورید.
۲	$f(x) = \frac{3x+4}{ x -2}$	۸	مجاذب های قائم و افقی تابع را به دست آورید.
۱	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{ax^5 + 7x - 3}{2x^m + 8x}$	۹	اگر -4 را بیابید.
۱/۵	$f(x) = \begin{cases} 3x + 1 & x \leq 1 \\ x^2 + 3 & x > 1 \end{cases}$	۱۰	در تابع $f(x)$ با استفاده از تعریف مشتق، مشتق های چپ و راست تابع f را در $x = 1$ محاسبه کنید. آیا این تابع در $x = 1$ مشتق پذیر است؟
۱	$y = 2 \sin 3x$	۱۱	معادله خط مماس بر منحنی $y = 2 \sin 3x$ را در نقطه ای به طول $x = \pi$ واقع بر منحنی به دست آورید.
۱	$f(x) = \sqrt{x^3 - 5x} \times \cos 2x$	۱۲	مشتق بگیرید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست.)
۱/۲۵	$f(t) = t^2 - t + 10$	۱۳	معادله حرکت متحرکی به صورت $f(t) = t^2 - t + 10$ در بازه زمانی $[0, 5]$ (بر حسب ثانیه) داده شده است. در کدام لحظه سرعت لحظه ای با سرعت متوسط در بازه $[0, 5]$ باهم برابرند؟
۲	$f(x) = \frac{1}{3}x^3 - x$	۱۴	اکسترمم های مطلق تابع $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - x$ را در بازه $[-3, 3]$ بیابید و سپس تعیین کنید که این تابع در چه بازه ای نزولی است؟
برای دریافت راهنمای تصحیح سوالات به وبسایت گروه ریاضی استان کردستان مراجعه فرمایید. موفق باشید.			
آدرس وبسایت: www.kurdmath.ir			

آزمون هماهنگ آمادگی امتحان نهایی پایه ۱۲ فروردین و اردیبهشت ۱۳۹۸ نوبت: صبح	اداره کل آموزش و پرورش استان کردستان معاونت آموزش متوسطه اداره تکنولوژی و گروه های آموزشی متوسطه	پایه دوازدهم متوسطه نظری
		نام درس: حسابان (۲)

بارم	راهنمای تصحیح سؤالات	ردیف										
۱/۵	الف) ۲، چپ (ب) صفر (ج) ۴، $2 - \sqrt{3}$ ، $-2 - \sqrt{3}$ (هر مورد جای خالی ۰/۲۵ نمره)	۱										
۱	<table border="1"> <thead> <tr> <th>نقطه</th> <th>شیب</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>C</td> <td>-۱</td> </tr> <tr> <td>E</td> <td>۰</td> </tr> <tr> <td>B</td> <td>۱</td> </tr> <tr> <td>A</td> <td>۲</td> </tr> </tbody> </table>	نقطه	شیب	C	-۱	E	۰	B	۱	A	۲	۲
نقطه	شیب											
C	-۱											
E	۰											
B	۱											
A	۲											
۱	<p>نقاط مشخص شده در نمودار f را هر کدام یک واحد به سمت چپ منتقل کرده سپس بر ۲ تقسیم می کنیم تا نقاط متناظر در $g(x) = f(2x + 1)$ به دست آید. رسم شکل صحیح (۱) نمره.</p>	۳										
۲	<p>باقی مانده تقسیم $p(x)$ بر $x - 1$ برابر با ۴ است لذا: $p(1) = 4$ (۰/۲۵) و داریم:</p> $p(1) = 1^3 + a(1)^2 + 1 + b = a + b + 2 = 4 \Rightarrow a + b = 2 \quad (۰/۵)$ <p>$p(x)$ بر $x + 2$ بخش پذیر است لذا: $p(-2) = 0$ (۰/۲۵) و داریم:</p> $p(-2) = (-2)^3 + a(-2)^2 + (-2) + b = -8 + 4a - 2 + b = 0 \Rightarrow 4a + b = 10 \quad (۰/۵)$ <p>با حل دستگاه معادلات دو مجهولی و یافتن جوابها: $a = \frac{4}{3}$ (۰/۲۵) و $b = -\frac{2}{3}$ (۰/۲۵)</p>	۴										
۱/۵	$max_y = 6 \Rightarrow a + c = 6$ (۰/۲۵) و $min_y = 4 \Rightarrow - a + c = 4$ (۰/۲۵) از ترکیب دو رابطه بالا $c = 5$ (۰/۲۵)، $a > 0$ لذا $a = 1$ (۰/۲۵) همچنین $b = 2$ $\Rightarrow \frac{2\pi}{ b } = \pi$ دوره تناوب (۰/۵)	۵										
۲	$\cos x(2 \cos x - 3) = -1 \Rightarrow \overbrace{2 \cos^2 x - 3 \cos x + 1}^{(۰/۵)} = 0 \Rightarrow t = \cos x \Rightarrow \overbrace{2t^2 - 3t + 1}^{(۰/۵)} = 0$ $\overbrace{t = 1, t = \frac{1}{2}}^{(۰/۵)}, \overbrace{\cos x = 1 \Rightarrow x = 2k\pi, k \in \mathbb{Z}}^{(۰/۵)}, \overbrace{\cos x = \frac{1}{2} \Rightarrow x = 2k\pi + \frac{\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}}^{(۰/۵)}$	۶										
۱/۲۵	$\lim_{x \rightarrow -\frac{1}{2}^-} \frac{[x] + \frac{1}{2}}{ 2x + 1 } \Rightarrow \frac{\overbrace{\left[\frac{-1^-}{2}\right] + \frac{1}{2} = -1 + \frac{1}{2} = -\frac{1}{2}}^{۰/۵}}{\overbrace{\left 2\left(\frac{-1^-}{2}\right) + 1\right = -1^- + 1 = 0^+}^{۰/۵}} = -\infty \quad (۰/۲۵)$	۷										

آزمون هماهنگ آمادگی امتحان نهایی پایه ۱۲ فروردین و اردیبهشت ۱۳۹۸ نوبت: صبح	اداره کل آموزش و پرورش استان کردستان معاونت آموزش متوسطه اداره تکنولوژی و گروه های آموزشی متوسطه	پایه دوازدهم متوسطه نظری
		نام درس: حسابان (۲)

۲	<p>برای تابع داده شده $f(x) = \frac{3x+4}{ x -2}$ خط های $x = -2$, $x = 2$ مجانب های قائم این تابع هستند (۰/۲۵) زیرا:</p> $\lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) = \frac{-2}{ -2 -2} = \frac{-2}{2-2} = \frac{-2}{0^+} = -\infty$ <p>و</p> $\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = \frac{-2}{ -2+ -2} = \frac{-2}{2-2} = \frac{-2}{0^-} = +\infty$ $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \frac{1}{2-2} = \frac{1}{0^-} = -\infty$ <p>و</p> $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \frac{1}{2+2} = \frac{1}{0^+} = +\infty$ <p>و مجانب های افقی خطوط $y = 3$, $y = -3$ هستند (۰/۲۵) زیرا:</p> $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -3$ <p>و</p> $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 3$	۸
۱	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{ax^\Delta + \gamma x - 3}{2x^m + \lambda x} = -4 \Rightarrow$ $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{ax^\Delta}{2x^m} = -4 \Rightarrow m = \Delta$ <p>,</p> $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{ax^\Delta}{2x^\Delta} = \frac{a}{2} = -4 \Rightarrow a = -8$	۹
۱/۲۵	$f(x) = \begin{cases} 3x + 1 & x \leq 1 \\ x^2 + 3 & x > 1 \end{cases}$ $f'_+(1) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{f(x)-f(1)}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{(x^2+3)-4}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^2-1}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} (x+1) = 2$ $f'_-(1) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{f(x)-f(1)}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{3x+1-4}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{3(x-1)}{x-1} = 3$ <p>چون مشتق چپ و راست در نقطه $x = 1$ با هم برابر نیست لذا تابع در این نقطه مشتق پذیر نیست. (۰/۲۵)</p>	۱۰
۱/۲۵	$y = 2 \sin 3x \Rightarrow y' = 6 \cos 3x \xrightarrow{x=\pi} m = y'(\pi) = 6 \cos 3\pi = 6(-1) = -6$ $x = \pi \Rightarrow y = 2 \sin 3\pi = 0 \Rightarrow A(\pi, 0) \Rightarrow y - 0 = -6(x - \pi) \Rightarrow y = -6x + 6\pi$ <p>معادله خط</p>	۱۱

آزمون هماهنگ آمادگی امتحان نهایی پایه ۱۲ فروردین و اردیبهشت ۱۳۹۸ نوبت: صبح	اداره کل آموزش و پرورش استان کردستان معاونت آموزش متوسطه اداره تکنولوژی و گروه های آموزشی متوسطه	پایه دوازدهم متوسطه نظری
		نام درس: حسابان (۲)

۱	$f(x) = \sqrt{x^3 - 5x} \cos 2x \Rightarrow f'(x) = \underbrace{(\sqrt{x^3 - 5x})'}_{\cdot/5} \cos 2x + (\cos 2x)' \sqrt{x^3 - 5x}$ $f'(x) = \frac{3x^2 - 5}{2\sqrt{x^3 - 5x}} \cos 2x + (-2\sin 2x) \sqrt{x^3 - 5x}$	۱۲						
۱/۲۵	<p>بازه زمانی $[0, 5]$ $f(t) = t^2 - t + 10$</p> <p>سرعت متوسط در بازه زمانی $[0, 5]$ $= \frac{f(5) - f(0)}{5 - 0} = \frac{30 - 10}{5} = 4 \text{ m/s}$ (۰/۵)</p> <p>سرعت لحظه ای $= \underbrace{f'(t)}_{\cdot/25} = 2t - 1 \Rightarrow \underbrace{2t - 1}_{\cdot/25} = 4 \Rightarrow \underbrace{t}_{\cdot/25} = \frac{5}{2} \text{ s}$</p>	۱۳						
۲	<p>$f(x) = \frac{1}{3}x^3 - x$</p> <p>طول نقاط بحرانی $f'(x) = x^2 - 1 \Rightarrow x = \pm 1$ (۰/۵)</p> <p>مقادیر تابع در نقاط بحرانی و انتهای بازه: (۰/۵) $f(1) = \frac{-2}{3}$, $f(-1) = \frac{2}{3}$, $f(3) = 6$, $f(-3) = -6$</p> <p>بنابراین مقدار ماکسیمم مطلق تابع برابر ۶ که به ازای $x = 3$ اتفاق می افتد و مقدار مینیمم مطلق تابع برابر است با -۶ که در $x = -3$ اتفاق می افتد. (۰/۵)</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>x</td> <td>-۱</td> <td>۱</td> </tr> <tr> <td>f'</td> <td>+</td> <td>-</td> </tr> </table> <p>با توجه به جدول تعیین علامت مشتق، چون مشتق در بازه $[-1, 1]$ منفی است لذا تابع در این بازه نزولی خواهد بود. (۰/۵)</p>	x	-۱	۱	f'	+	-	۱۴
x	-۱	۱						
f'	+	-						
۲۰	جمع							
نظر دبیران گرامی ارجحیت دارد.								