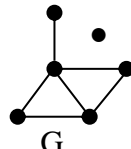
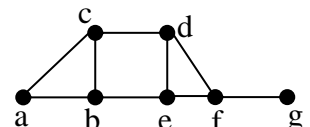
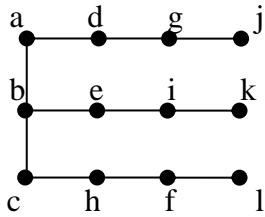
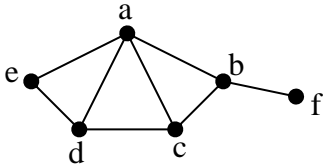
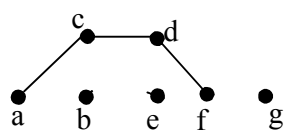
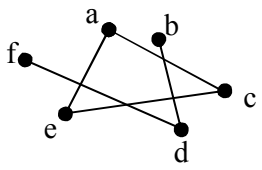


<p>نام درس : گسسته تاریخ امتحان: ... / 98/03 ساعت امتحان: 8 صبح مدت امتحان : 120 دقیقه تعداد صفحات: دو صفحه</p>	<p>باسمه تعالی اداره کل آموزش و پرورش استان مرکزی نیمسال دوم : 97-98 سوالات خرداد ماه</p>	<p>نام و نام خانوادگی : شماره کارت : پایه و رشته : دوازدهم ریاضی دوره: متوسطه دوم سوالات هماهنگ آزمون شماره دو</p>
1/25	<p>1 اگر a و b دو عدد صحیح باشند و ab عددی فرد باشد، ثابت کنید $a^2 - b^2$ مضرب 8 است.</p>	1
1/25	<p>2 اگر P عددی اول باشد و $a, b \in \mathbb{Z}$ و $P \nmid a$ ثابت کنید $(p, a) = 1$</p>	2
1/25	<p>3 اگر دو عدد $2a+7$ و $3a-2$ رقم یکان مساوی داشته باشند، رقم یکان $2a+5$ را به دست آورید.</p>	3
0/75	<p>4 اگر عدد $13ab \overline{11b}$ بر 90 بخش پذیر باشد، a و b را بیابید.</p>	4
1/25	<p>5 جاهای خالی را با عبارت مناسب پر کنید. (1) معادله سیاله $20x+14y=m$ در \mathbb{Z} جواب صحیح دارد اگر و تنها اگر (2) اگر $a \in \mathbb{Z}$ باشد آن گاه $([a^3, a], a^5) = \dots\dots\dots$ (3) در گراف کامل K_p، مجموع درجات است. (4) در گراف روبرو $\Delta(G) = \dots\dots\dots$ و $\delta(G) = \dots\dots\dots$ می باشد.</p> 	5
1	<p>6 گرافی از اندازه 24، دارای 7 رأس درجه 2، 3 رأس درجه 3 و یک رأس درجه 5 و بقیه رأس ها از درجه 4 است. مرتبه گراف را بدست آورید.</p>	6
2	<p>7 گراف روبرو را در نظر بگیرید. الف) همسایگی بسته رأس d را بنویسید. ب) یک مسیر از a به f به طول 5 بنویسید. پ) 3 دور با طول های مختلف بنویسید. ت) یک زیرگراف، برای آن رسم کنید.</p> 	7
1	<p>8 اگر در گراف G داشته باشیم $V(G) = \{a, b, c, d, e, f\}$ و $E(G) = \{ac, ae, bd, ce, df\}$، کدام گزاره درست و کدام نادرست است؟ الف) گراف همبند است. ب) گراف دو منتظم از مرتبه 6 است. پ) عدد احاطه گری گراف $\chi(G) = 2$ می باشد. ت) مکمل گراف G دارای 9 یال است.</p>	8

1		9	<p>در گراف روبرو: الف) یک مجموعه احاطه گر بنویسید. ب) یک مجموعه احاطه گر \min (مینیمم) بنویسید. پ) یک مجموعه احاطه گر مینیمال بنویسید.</p>																																
1/25		10	عدد احاطه گری گراف مقابل را با استدلال بدست آورید.																																
1/5	به چند طریق می توان 4 کتاب ریاضی مختلف و 5 کتاب فیزیک مختلف را کنار هم قرار داد به طوری که الف) هیچ دو کتاب ریاضی کنار هم نباشند. ب) کتاب های ریاضی کنار هم و کتاب های فیزیک کنار هم باشند.	11																																	
2	یک قفل رمزدار شامل 4 رقم که رقم اول آن صفر نمی تواند باشد و شامل حداقل 2 رقم 8 و 3 می باشد و امتحان کردن هر رمز 4 رقمی 5 ثانیه طول می کشد، حداکثر چه زمانی لازم است تا این قفل باز شود.	12																																	
1/5	معادله $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 15$ چند جواب صحیح و مثبت دارد به شرط آن که $x_2 = 2$ و $x_3 > 3$	13																																	
1	متعامد بودن دو مربع لاتین زیر را بررسی کنید. (با ذکر دلیل)	14																																	
	<table border="1" data-bbox="527 1102 714 1291"> <tbody> <tr><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td></tr> <tr><td>2</td><td>1</td><td>4</td><td>3</td></tr> <tr><td>3</td><td>4</td><td>1</td><td>2</td></tr> <tr><td>4</td><td>3</td><td>2</td><td>1</td></tr> </tbody> </table> <p style="text-align: center;">A</p>	1	2	3	4	2	1	4	3	3	4	1	2	4	3	2	1	<table border="1" data-bbox="909 1102 1096 1291"> <tbody> <tr><td>4</td><td>3</td><td>2</td><td>1</td></tr> <tr><td>3</td><td>4</td><td>1</td><td>2</td></tr> <tr><td>2</td><td>1</td><td>3</td><td>4</td></tr> <tr><td>1</td><td>2</td><td>4</td><td>3</td></tr> </tbody> </table> <p style="text-align: center;">B</p>	4	3	2	1	3	4	1	2	2	1	3	4	1	2	4	3	
1	2	3	4																																
2	1	4	3																																
3	4	1	2																																
4	3	2	1																																
4	3	2	1																																
3	4	1	2																																
2	1	3	4																																
1	2	4	3																																
2	الف) ثابت کنید در بین هر 10 عدد طبیعی دلخواه حداقل 3 عدد یافت می شود به طوری که به پیمانانه 4 همزهشت می باشند. ب) 35 شاخه گل را حداکثر در چند گلدان قرار دهیم تا گلدانی وجود داشته باشد که در آن حداقل 4 گل قرار گرفته باشد؟	15																																	

پاسخنامه آزمون شماره دو گسسته

۱/۲۵	<p>$ab \rightarrow a = 2k + 1$ و $b = 2k^1 + 1$ ۰/۲۵</p> <p>۰/۲۵ a و b هر دو فردند</p> <p>$a^2 - b^2 = (8q + 1) - (8q'' + 1) = 8(q - q'') = 8q''$ $q'' \in Z$</p> <p>۰/۲۵ ۰/۲۵ ۰/۲۵</p>	۱
۱/۲۵	<p>برهان خلف فرض کنیم (۰/۲۵) $(p, a) = d \neq 1$ پس $d a$ و $d p$ (۰/۲۵) چون p اول است پس</p> <p>(۰/۲۵) $d = p$ یا $d = 1$ اما اگر $d = p$ ۰/۲۵ $d = p$ آنگاه $p a$ و این با فرض مسئله در تناقض است (۰/۲۵)</p> <p>پس $d = 1$ باشد.</p>	۲
۱/۲۵	<p>$2a + 7 \equiv 3a - 2 \Rightarrow -a \equiv -9 \rightarrow a \equiv 9$</p> <p>۰/۲۵ ۰/۲۵</p> <p>$2a \equiv 18 \rightarrow 2a + 5 \equiv 23 \equiv 3$ ۰/۲۵</p> <p>۰/۲۵ ۰/۲۵</p>	۳
۰/۷۵	<p>باید عدد بخش پذیر بر ۹ و ۱۰ باشد. برای بخش پذیری بر ۱۰ باید $b = 0$ (۰/۲۵) باشد</p> <p>$b + 1 + 1 + b + a + 3 + 1 = 9k \xrightarrow{b=0} 6 + a = 9k \rightarrow \boxed{a = 3}$</p> <p>۰/۲۵ ۰/۲۵</p>	۴
۱/۲۵	<p>(۱) $m = 2k$ یا $(20, 14) = 2 m$</p> <p>(۲) a^3 (۳) $p(p-1)$ (۴) $\delta = 0, \Delta = 4$ هر مورد ۰/۲۵</p>	۵
۱	<p>$7 \times 2 + 3 \times 3 + 1 \times 5 + 4x = 2 \times 24$ ۰/۵</p> <p>$14 + 9 + 5 + 4x = 48 \rightarrow 4x = 48 - 28 = 20 \rightarrow x = 5$ ۰/۲۵</p> <p>$p = 7 + 3 + 1 + 5 = 16$ ۰/۲۵</p>	۶
۲	<p>الف) $\{c, d, e, f\}$ (۰/۲۵) ب) a, b, c, d, e, f (۰/۵)</p> <p>پ) $acdf eba - cdebc - acba$ (ت) ۰/۷۵</p> <p>۶ ۴ ۳</p> <p>(۰/۵)</p> 	۷
۱	<p>الف) نادرست ب) نادرست پ) درست</p> <p>ت) نادرست $15 - 5 = 10$ $\binom{6}{2} = 15$</p> <p>هر مورد ۰/۲۵</p> 	۸
۱	<p>الف) $\{g, i, f, a, c\}$ (۰/۲۵) ب) $\{g, i, f, b\}$ (۰/۲۵)</p> <p>پ) $\{j, k, l, a, e, c\}$ (۰/۵)</p>	۹
۱/۲۵	<p>$n = 6$ $\Delta = 4$ $\left\lceil \frac{n}{\Delta + 1} \right\rceil = \left\lceil \frac{6}{5} \right\rceil = 2$ $\gamma(G) \geq 2$ ۰/۲۵</p> <p>۰/۲۵ ۰/۲۵</p> <p>با توجه به فرمول عدد احاطه گری حداقل ۲ است. حال $\{a, f\}$ ۰/۲۵</p>	۱۰

	یک مجموعه احاطه گر \min است که دارای ۲ عضو است بنابراین $\gamma(G) = 2$ است. $\cdot/۲۵$	
۱/۵	الف) $\cdot/۷۵$ $5! \times \binom{6}{4} \times 4!$ ب) $4! \times 5! \times 2!$ $\cdot/۷۵$ $\times \quad \times \quad \times \quad \times \quad \times$	۱۱
۲	$n(s) = \frac{9}{10} \frac{10}{10} \frac{10}{10} n(s) = 9000$ $\cdot/۲۵$ فاقد ۸: $n(A) = 8 \times 9^3$ $\cdot/۲۵$ فاقد ۳: $n(B) = 8 \times 9^3$ $\cdot/۲۵$ $n(A^1 \cap B^1) = 9000 - (8 \times 9^3 + \cdot/۲۵$ فاقد ۳ و ۸: $n(A \cap B) = 7 \times 8^3$ $\cdot/۲۵$ $8 \times 9^3 - 7 \times 8^3 = 20$ $\cdot/۲۵$ $20 \times 5 = 100$ $\cdot/۵$ ثانیه	۱۲
۱/۵	$x_3 - 3 > 0$ $\cdot/۲۵$ $x_1 + x_3 + x_4 + x_5 = 15 - 2$ $y_3 = x_3 - 3$ $x_1 + x_3 + x_4 + x_5 = 13$ $\cdot/۲۵$ $\cdot/۲۵$ $x_1 + y_3 + 3 + x_4 + x_5 = 13$ $x_1 + y_3 + x_4 + x_5 = 10$ $\cdot/۲۵$ $\binom{10-1}{4-1} = \binom{9}{3}$ $\cdot/۵$	۱۳
۱	متعامد نیستند ($\cdot/۵$) زیرا در دو خانه ۲۳ داریم ($\cdot/۵$)	۱۴
۲	۱۰ عدد به منزله ۱۰ کبوتر و ۴ باقی مانده بر عدد ۴ به منزله ۴ لانه باشد. ($\cdot/۵$) طبق اصل لانه کبوتری حداقل $10 = 4 \times 2 + 2$ $2 + 1 = 3$ سه عدد یافت می شود. $\cdot/۵$ که به پیمانہ ۴ هم نهشت می باشند $r = \{0, 1, 2, 3\}$ ب: حداقل ۱۱ گلدان نیاز داریم ($\cdot/۵$) $k + 1 = 4 \rightarrow k = 3$ $35 \overline{) 3}$ $33 \quad 11$ 2 ($\cdot/۵$)	۱۵