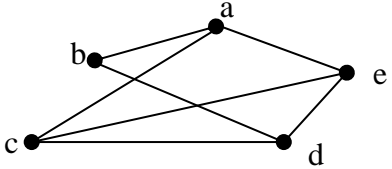
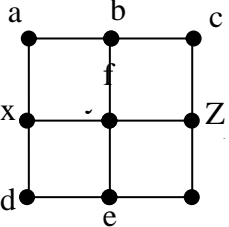



<p>نام درس : گسسته تاریخ امتحان: ... / 98/03 ساعت امتحان: 8 صبح مدت امتحان : 120 دقیقه تعداد صفحات: دو صفحه</p>	<p>باسمه تعالی اداره کل آموزش و پرورش استان مرکزی نیمسال دوم : 97-98 سوالات خرداد ماه</p>	<p>نام و نام خانوادگی : شماره کارت : پایه و رشته : دوازدهم ریاضی دوره: متوسطه دوم سوالات هماهنگ آزمون شماره سه</p>
1/25	<p>برای هر سه عدد حقیقی x و y و z ثابت کنید</p> $x^2 + y^2 + z^2 \geq xy + yz + zx$	1
1/25	<p>اگر $k \in \mathbb{Z}$ و $(7k+6, 9k+7) = d$ و دو عدد نسبت به هم اول نباشند d را بیابید. (d بزرگترین مقسوم علیه مشترک است).</p>	2
1/25	<p>معادله هم نهشتی $12x \equiv 26 \pmod{17}$ را در صورت امکان حل کرده و جواب عمومی آن را به دست آورید.</p>	3
1	<p>باقی مانده تقسیم $7^{72} - 3$ را بر 5 بدست آورید.</p>	4
1	<p>جاهای خالی را با عبارت مناسب پر کنید. (1) 5 شهریور سالی سه شنبه است. 10 اسفند همان سال روز است. (2) اگر $a \equiv b \pmod{m}$ و $c \equiv d \pmod{m}$ آن گاه (3) گراف G را می نامیم هرگاه بین هر دو رأس آن حداقل یک مسیر وجود داشته باشد. (4) اگر G یک گراف P رأسی باشد، آن گاه $\chi(G) + \chi(\bar{G}) = \dots\dots\dots$ (\bar{G} مکمل گراف G)</p>	5
1/25	<p>گراف G را در نظر بگیرید.</p>  <p>الف) 2 مسیر به طول 3 از a به e بنویسید. ب) رئوس زوج گراف را مشخص کنید. پ) یک مجموعه احاطه گر مینیمال نام ببرید. ت) اندازه گراف را بدست آورید.</p>	6
1	<p>ثابت کنید مجموع رئوس فرد یک گراف، زوج است.</p>	7
1/5	<p>الف) گراف P_5 را رسم کنید. ب) این گراف چند γ - مجموعه دارد؟ نام ببرید. پ) عدد احاطه گری آن را بدست آورید.</p>	8

1/5	<p>یک گراف با مرتبه 10 رسم کنید به طوری که:</p> <p>(الف) عدد احاطه گری آن 2 باشد و مجموعه احاطه گر آن منحصر بفرد باشد.</p> <p>(ب) عدد احاطه گری آن 2 باشد و بیش از یک مجموعه احاطه گر با اندازه 2 داشته باشد.</p>	9
1/25	 <p>گراف G مطابق شکل رسم شده است.</p> <p>(الف) آیا $S = \{a, b, c, e\}$ یک مجموعه احاطه گر است؟</p> <p>(ب) آیا S یک مجموعه احاطه گر مینیمال است؟ چرا؟</p> <p>(پ) یک مجموعه احاطه گر مینیمم برای G بنویسید.</p>	10
1/25	<p>در یک گل فروشی، سه نوع گل به تعداد فراوان موجود است. به چند طریق می توان 8 شاخه گل انتخاب کرد، به طوری که از هر نوع، حداقل یک گل انتخاب شده باشد.</p>	11
1/5	<p>(الف) یک مربع لاتین چرخشی 5×5 بنویسید.</p> <p>(ب) دو مربع لاتین متعامد از کدام مرتبه وجود دارد؟</p> <p>(1) 2×2 (2) 3×3 (3) 6×6 (4) 1×1</p>	12
1/5	<p>از 100 نفر، 72 نفر مجله A و 65 نفر مجله B را می خوانند. اگر 12 نفر هیچ یک از این دو مجله را نخوانند چند نفر از این افراد فقط یکی از دو مجله A یا B را می خوانند؟</p>	13
1	<p>(الف) با ارقام 1.1.2.3.3.3.7 چند عدد 7 رقمی می توان نوشت؟</p> <p>(ب) در چه تعدادی از این ارقام اعداد یکسان کنار هم هستند؟</p>	14
0/5	<p>6 نفر مسافر وارد شهری می شوند که دارای 4 هتل است. به چند طریق می توانند در این هتل ها اقامت کنند؟</p>	15
2	<p>پنج نقطه داخل مربعی به ضلع 4cm مفروض اند. ثابت کنید حداقل فاصله 2 نقطه از این 5 نقطه کمتر از $2\sqrt{2}$ است.</p>	16

پاسخنامه آزمون شماره سه گسسته

1/25	$x^2 + y^2 + z^2 \geq xy + yz + zx \xrightarrow{\times 2} 2x^2 + 2y^2 + 2z^2 \geq 2xy + 2yz + 2zx$ $\iff (x^2 - 2xy + y^2) + (x^2 - 2zx + z^2) + (y^2 - 2yz + z^2) \geq 0 \quad 0/5$ $\iff (x-y)^2 + (x-z)^2 + (y-z)^2 \geq 0 \quad \text{همواره برقرار}$	0/25
1/25	$d 7k+6 \xrightarrow{\times 6} d 63k+36 \quad 0/25$ $\implies d 13 \implies d=13$ $d 9k+7 \xrightarrow{\times 7} d 63k+49 \quad 0/25 \quad 0/25 \quad 0/25$	0/25
1/25	$(12,17)=1 26 \quad 0/25 \quad 12x \equiv 26 \pmod{17} \implies$ $12x \equiv 26-17 \pmod{17} \implies 12x \equiv 9 \pmod{17} \xrightarrow{(12,17)=1} 4x \equiv 3 \pmod{17} \implies$ $4x \equiv 3+17=20 \pmod{17} \implies x \equiv 5 \pmod{17} \implies x=17k+5 \quad k \in \mathbb{Z}$	0/25
1	$7^2 \equiv -1 \pmod{36} \implies 7^{7^2} \equiv 1 \pmod{36} \implies 7^{7^2-3} \equiv -2 \pmod{36} \implies$	0/25
1	<p>الف) 5 شهریور سه شنبه (0) $31-5=26 \quad 5 \times 30=150 \quad 10$</p> <p>شنبه $160+26=186$</p> <p>$186 \div 4$</p> <p>ب) $a-c \equiv b-d$ یا $a+c \equiv b+d$ یا $ac \equiv ba$ (ب) $0/25$</p> <p>پ) همبند $0/25$ (ت) $q(G)+q(G)=\frac{p(p-1)}{2}$ $0/25$</p>	0/25
1/25	<p>الف) $a c d e - a b d e$ (ب) $0/25$</p> <p>پ) $\{a, d\}$ (ت) $q=6$ $0/25$</p>	0/25
1	<p>فرض کنیم A مجموع درجات رئوس فرد و B مجموع درجات رئوس زوج باشد. $0/25$</p> <p>می دانیم $0/25 \quad \sum_{i=1}^p \deg_i = 2q$</p> <p>از طرفی $0/25 \quad A+B=2q$ \longleftarrow B زوج است</p> <p>تعداد رئوس فرد زوج است \longrightarrow A زوج $A=2q-B \longrightarrow$ (مجموع درجات رئوس فرد عددی زوج است) $0/25$</p>	0/25
1/5	<p>الف)</p> <p>P_5 :</p> <p style="text-align: center;">  </p> <p>ب) $\{b, e\}, \{a, d\}$ $0/5$</p> <p>پ) $\left \frac{5}{3} \right = 2 \quad \gamma = 2$ $0/5$</p>	0/5

1/5		(ب)																									
	$0/75 \{a,b\} \quad \gamma=2$	$0/75 \{a,b\} \{a,c\} \quad \gamma=2$																									
1/25	<p>(ب) خیر- زیرا با حذف b باز احاطه گر می ماند.</p>	<p>الف) بله 0/25</p>																									
	<p>0/5</p>	<p>0/25</p>																									
		<p>پ) $\{a,c,e\}$ 0/25</p>																									
1/25	$x_1 + x_2 + x_3 = 8 \quad x_i \geq 1$	$0/25 \quad y_i = x_i - 1$																									
	$y_1 + 1 + y_2 + 1 + y_3 + 1 = 8 \rightarrow y_1 + y_2 + y_3 = 5$	$0/25 \quad i = 1, 2, 3$																									
	$\binom{5+3-1}{3-1} = \binom{7}{2} = 21$	<p>0/25</p>																									
		<p>0/25</p>																									
1/5	<table border="1" style="display: inline-table; vertical-align: middle;"> <tr><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td></tr> <tr><td>5</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td></tr> <tr><td>4</td><td>5</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td></tr> <tr><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>1</td><td>2</td></tr> <tr><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>1</td></tr> </table>	1	2	3	4	5	5	1	2	3	4	4	5	1	2	3	3	4	5	1	2	2	3	4	5	1	<p>الف) 1/25</p>
1	2	3	4	5																							
5	1	2	3	4																							
4	5	1	2	3																							
3	4	5	1	2																							
2	3	4	5	1																							
		<p>ب) (2) 0/25</p>																									
1/5	$n(S) = 100 \quad n(A) = 72 \quad n(B) = 65 \quad n(A' \cap B) = 12$	<p>0/25</p>																									
	$n(A \cup B) = n(S) - n(A' \cap B) = 100 - 12 = 88$	<p>0/25</p>																									
	$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) \Rightarrow 88 = 72 + 65 - n(A \cap B)$	<p>0/25</p>																									
	$n(A \cap B) = 65 - 16 = 49$	<p>0/25</p>																									
	$n(A \cap B) = n(A) + n(B) - 2n(A \cap B) = 65 + 72 - 2 \times 49$	<p>0/25</p>																									
	$137 - 98 = 39$	<p>0/25</p>																									
1		<p>الف) $\frac{7!}{3! \times 2!}$ 0/75</p>																									
		<p>ب) $4!$ 0/25</p>																									
0/5		<p>4^6</p>																									
2		<p>ابتدا مربع را به 4 ناحیه مساوی تقسیم می کنیم. 0/25</p> <p>این 4 ناحیه به منزله 4 لانه 0/25 و 5 نقطه</p> <p>5 کبوتر است. 0/25</p> <p>بنا بر اصل لانه کبوتری 0/25 حداقل یکی از نواحی شامل 2 نقطه خواهد بود.</p>																									
	$5 \mid 4$ $4 \mid 1 \rightarrow 4 = 2$	<p>حداقل 0/25</p>																									
	$AB = AH + BH < 4 + 4 \Rightarrow AB < 8$	<p>0/25</p>																									
	$AB < 2\sqrt{2}$	<p>0/25</p>																									