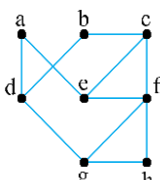
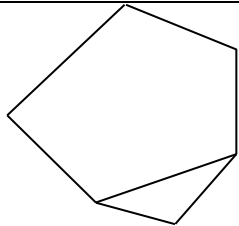

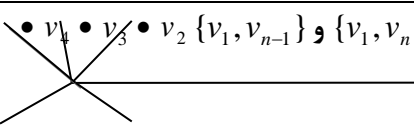


سوالات امتحان درس: گسسته	پایه: دوازدهم	رشته: علوم ریاضی	تاریخ آزمون: ۹۸/۰۳/۰۳
امتحانات خرداد ماه	سال تحصیلی ۹۷-۹۸	تعداد صفحات سوال: ۲ صفحه	ساعت شروع: ۸/۳۰ صبح
نام و نام خانوادگی:	دبیرستان:	سنجش و ارزشیابی:	مدت آزمون: ۱۰۰ دقیقه

ردیف	صفحه اول سوالات	بارم
۱	درستی یا نادرستی هر کدام را مشخص کنید. الف) برای هر عدد طبیعی بزرگتر از ۱، عدد $2^n - 1$ اول است. ب) حاصل ضرب هر عدد گویای ناصفر در یک عدد گنگ، عددی گنگ است. پ) تعداد رأس های گراف G را مرتبه آن گراف می گویند.	۰/۷۵
۲	جاهای خالی را با کلمات مناسب پر کنید. الف) در یک خانواده حداقل ۱۸ نفری، حداقل نفر در یک ماه به دنیا آمده اند. ب) گراف را همبند گویند هرگاه بین هر دو رأس آن حداقل مسیر وجود داشته باشد. پ) تعداد رأس های هر گراف، عددی است.	۰/۷۵
۳	مناسب ترین گزینه را انتخاب کنید. الف) می توان ثابت کرد در یک کلاس حداقل نفری، دست کم نفر فصل تولدشان، یکسان است. ب) تعداد مربع های لاتین 2×2 با درایه های ۱ و ۲ که متعامد هم باشند کدام است؟ پ) تعداد رأس های هر گراف، عددی است.	۱
۴	اگر $a > 0$ به روش بازگشتی (گزاره های هم ارز) ثابت کنید $a + \frac{1}{a} \geq 2$	۰/۷۵
۵	اگر باقی مانده ی تقسیم اعداد m و n بر ۱۷ به ترتیب ۵ و ۳ باشد، در این صورت باقی مانده ی تقسیم عدد $2m - 5n$ بر ۱۷ را به دست آورید.	۱/۵
۶	به چند طریق می توان ۵۱۰۰۰ تومان را به اسکناس های ۵۰۰۰ و ۲۰۰۰ تومان تبدیل کرد؟	۱/۵
۷	گراف G با مجموعه ی راس ها و یال های آن به صورت زیر مفروض است: $V(G) = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6\}$ $E(G) = \{v_1v_2, v_1v_6, v_2v_3, v_3v_4, v_4v_5, v_5v_6, v_2v_4, v_3v_5, v_4v_6\}$ الف) نمودار آن را رسم کنید. مرتبه و اندازه گراف را مشخص کنید. مجموعه ی همسایگی های راس v_5 را بنویسید. یک دور به طول ۵ بنویسید. یک مسیر به طول ۴ در این گراف بنویسید.	۱
۸	گراف کامل K_p دارای ۳۶ یال است. در این گراف $\Delta(G)$ و $\delta(G)$ را مشخص کنید.	۱
۹	یک گراف ۴ رأسی غیر تهی $K -$ منتظم بکشید که K کمترین مقدار ممکن را داشته باشد.	۰/۵
	بقیه سوالات در صفحه دوم	

بارم	صفحه دوم سوالات	ردیف
۰/۵	<p>یک مجموعه احاطه گر مینیمال مشخص کنید که مینیمم نباشد</p> 	۱۰
۱	در گرافی از مرتبه ی ۷ که $\gamma(G) = 1$ است این گراف حداقل چند یال دارد؟	۱۱
۰/۵	گرافی مشخص کنید که برای آن عدد احاطه گر برابر $\left\lceil \frac{n}{\Delta + 1} \right\rceil$ باشد.	۱۲
۱	گراف P_{12} را رسم کنید ۵۴ الف) یک γ - مجموعه از آن را مشخص نمایید. ب) یک مجموعه ی احاطه گر مینیمال ۶ عضوی از آن را مشخص کنید.	۱۳
۱	برای هر $n \in N$ ($n \geq 4$) دلخواه توضیح دهید که چگونه می توان یک گراف n رأسی با عدد احاطه گری ۲ رسم کرد که بیش از یک مجموعه ی احاطه گر با اندازه ۲ داشته باشد.	۱۴
۱/۲۵	۹ نفر به چند طریق می توانند در سه اتاق ۲ نفره، ۳ نفره و ۴ نفره واقع در یک هتل اسکان یابند؟	۱۵
۱	با رسم شکل نشان دهید به چند طریق می توان بین سه روستای A ، B و C جاده یا جاده هایی کشید به شرط آن که هیچ روستایی بدون ارتباط با روستای دیگر نباشد.	۱۶
۱/۵	مطلوبست تعداد جواب های صحیح و نامنفی معادله زیر با شرط های داده شده: $\langle x_i \rangle \circ x_1 + x_2 + \dots + x_5 = 10 \quad 2 \leq i \leq 5$	۱۷
۱	چه تعداد تابع چون $f: A \rightarrow B$ می توان تعریف کرد اگر بدانیم $ A = 5$ و $ B = 4$ است؟ چه تعداد از این توابع یک به یک هستند؟	۱۸
۰/۵	با ارقام ۵، ۶، ۷، ۷، ۵، ۷ چه تعداد کد ۶ رقمی می توان نوشت؟	۱۹
۱	به چند طریق می توان ۴ خودکار متفاوت را بین سه نفر توزیع کرد به شرطی آنکه به هر نفر حداقل ۱ خودکار داده باشیم؟	۲۰
۱	در یک اردوی دانش آموزی، دست کم چند دانش آموز وجود داشته باشد، تا اطمینان داشته باشیم، حداقل ۹ نفر از آن ها ماه تولد یکسانی دارند؟	۲۱
۲۰	طراح سوال : رضا علیوند	جمع

ردیف	پاسخنامه سوالات	بارم																		
۱	الف) نادرست ب) درست پ) نادرست	۰/۷۵																		
۲	الف) ۲ ب) یک پ) زوج	۰/۷۵																		
۳	الف) گزینه ۲ ب) گزینه ۱	۱																		
۴	اثبات به روش بازگشتی: که همواره برقرارست	۰/۷۵																		
	$a + \frac{1}{a} \geq 2 \Leftrightarrow a^2 + 1 \geq 2a \Leftrightarrow a^2 - 2a + 1 \geq 0 \Leftrightarrow (a-1)^2 \geq 0$																			
۵	طبق فرض: $\left. \begin{aligned} m = 17q_1 + 5 &\rightarrow 2m = 2 \times 17q_1 + 10 \\ n = 17q_2 + 3 &\rightarrow -5n = -5 \times 17q_2 - 15 \end{aligned} \right\} \Rightarrow (2m - 5n) = 17(2q_1 - 5q_2) - 5 = 17(2q_1 - 5q_2) - 5 + 17 - 17 =$ $= 17(2q_1 - 5q_2 - 1)17 - 5 \Rightarrow (2m - 5n) = 17(\underbrace{q_3 - 1}_q) + 12 = 17q + 12 \Rightarrow r = 12$	۱/۵																		
۶	اگر x و y را به ترتیب تعداد اسکناس های ۲۰۰۰ و ۵۰۰۰ تومانی در نظر بگیریم: پس باید جواب های نامنفی معادله سیاله ی $2000x + 5000y = 51000$ را بیابیم. $2000x + 5000y = 51000 \rightarrow 2x + 5y = 51 \rightarrow 2x \equiv 51 \pmod{5} \rightarrow 2x \equiv 1 \pmod{5} \rightarrow 2x \equiv 1 + 5 = 6 \pmod{5} \rightarrow x \equiv 3 \pmod{5}$ $\rightarrow x = 5k + 3, k \in \mathbb{Z}, 2(5k + 3) + 5y = 51 \rightarrow 10k + 5y = 45 \rightarrow 2k + y = 9 \rightarrow y = -2k + 9$ سپس به کمک جدول زیر جواب های نامنفی آن را می یابیم.	۱/۵																		
	<table border="1"> <tr> <td>k</td> <td>۰</td> <td>۱</td> <td>۲</td> <td>۳</td> <td>۴</td> </tr> <tr> <td>x</td> <td>۳</td> <td>۸</td> <td>۱۳</td> <td>۱۸</td> <td>۲۳</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td>۹</td> <td>۷</td> <td>۵</td> <td>۳</td> <td>۱</td> </tr> </table>	k	۰	۱	۲	۳	۴	x	۳	۸	۱۳	۱۸	۲۳	y	۹	۷	۵	۳	۱	
k	۰	۱	۲	۳	۴															
x	۳	۸	۱۳	۱۸	۲۳															
y	۹	۷	۵	۳	۱															
۷	 <p>$V_2 V_1 V_3 V_4 V_5$ V_6</p> <p>ب) $E(G) = 7$ و $V(G) = 6$ (ج) $N_G(V_5) = \{V_4, V_6\}$ (پ) $V_1 V_6 V_4 V_3 V_2 V_1$ (ت) $V_1 V_6 V_5 V_4 V_3$</p>	۱																		
۸	در گراف کامل p رأسی تعداد سالها برابر است با: $\frac{p(p-1)}{2}$ در نتیجه داریم: $\frac{p(p-1)}{2} = 36 \rightarrow p(p-1) = 72 \rightarrow p = 9$ از طرفی گراف کامل K_9 یک گراف ۸-منتظم است بنابراین درجه تمام رئوس یکسان بوده و برابر $\Delta = \delta = 8$ است.	۱																		
۹	•• ••	۰/۵																		

۰/۵	$\{e, d, h\}$	۱۰
۰/۷۵	چون $\gamma(G) = 1$ است یعنی حداقل یک رأس دارد که همه رأس های آن دیگر را احاطه می کند و به عبارت دیگر به همه رأس های دیگر وصل می باشد.	۱۱
۰/۷۵	در گراف P_9 عدد احاطه گر برابر $3 = \left\lfloor \frac{9}{2+1} \right\rfloor = \left\lfloor \frac{n}{\Delta+1} \right\rfloor$ است.	۱۲
۱	 <p>الف) مجموعه $\{b, e, h, k\}$ یک ۴-مجموعه است. ب) مجموعه $\{b, c, f, g, j, k\}$ یک مجموعه احاطه گر مینیمال ۶ عضوی می باشد.</p>	۱۳
۱	 <p>مطابق شکل روبرو باید گراف را رسم کرد. که دو مجموعه احاطه گر آن $\{v_1, v_n\}$ و $\{v_1, v_{n-1}\}$ و v_2, v_3, \dots, v_n</p>	۱۴
۱/۲۵	$\binom{9}{2} \times \binom{7}{3} \times \binom{4}{4} = \frac{9!}{2!7!} \times \frac{7!}{3!4!} \times 1 = \frac{9!}{2!3!4!} = \frac{9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4!}{2 \times 3 \times 2 \times 4!} = 1260$	۱۵
۱	چهار گراف به همراه شکلها	۱۶
۱/۵	$x_1 + x_2 + \dots + x_5 = 10 \quad 2 \leq i \leq 5$ $\xrightarrow{2 \leq i \leq 5} x_i \geq 0 \rightarrow x_i \geq 1 \rightarrow \underbrace{x_i - 1}_{y_i} \geq 0 \rightarrow x_i = y_i + 1 \Rightarrow x_1 + y_2 + 1 + y_3 + 1 + y_4 + 1 + y_5 + 1 = 10$ $x_1 + y_2 + y_3 + y_4 + y_5 = 6 \rightarrow \binom{6+5-1}{5-1} = \binom{10}{4} = \frac{10!}{4!6!} = 210$	۱۷
۱	تعداد توابع مورد نظر برابر با 4^5 می باشد و چون تعداد اعضای دامنه (A) بیشتر از تعداد اعضای برد (B) می باشد هیچکدام از این توابع یک به یک نمی باشند.	۱۸
۰/۵	$\frac{6!}{2!3!} = 60$	۱۹
۱	تعداد توابع چون $f: A \rightarrow B$ با فرض $ A = m \geq 3$ و $ B = 3$ به طوری که $R_f = B$ ، از رابطه $3^m - (3 \times 2^m - 3)$ بدست می آید پس داریم: $3^4 - (3 \times 2^4 - 3) = 81 - (3 \times 16 - 3) = 36$ یا به روش اصل شمول و عدم شمول	۲۰
۱	تعداد کبوترها را برابر m می گیریم. از طرفی $n = 12$ لانه داریم. $k + 1 = 9$ شده پس $k = 8$ می شود. طبق اصل لانه کبوتری، اگر $kn > m$ باشد اتفاقی که گفته می افتد. یعنی اگر $8 \times 12 = 96 > m$ باشد پس حداقل m برابر با ۹۷ است.	۲۱
۲۰	رضا علیوند	جمع

توجه:

- ۱- بارم راه حل با توجه به بارم کلی با نظر همکاران محترم توزیع گردد.
- ۲- به پاسخ های درست دیگر متناسب با بارم سوالات نمره در نظر گرفته شود.