

«بسمه تعالی»

جای مهر

اداره آموزش و پرورش منطقه ۴ تهران



امتحانات: پایانی اول

دبیرستان نمونه دولتی ابوعلی سینا متوسطه دوم

نام و نام خانوادگی:

تاریخ امتحان: ۱۴۰۰/۱۰/۹

رشته: ریاضی

پایه: دوازدهم

امتحان: هندسه ۳

کلاس:

مدت زمان: ۹۰ دقیقه

شماره صندلی:

تعداد صفحات: ۱

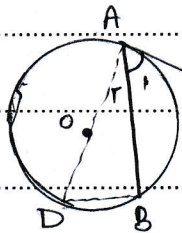
نام دبیر:

بارم	ردیف	فرزندان خویم با یاد خدا و ذکر صلوات بر پیامبر مهربانی‌ها و خاندان مطهرش به سوالات زیر با دقت پاسخ دهید.
۱/۵	۱	اگر $B = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$ و $A = \begin{bmatrix} 4 & a \\ b & -1 \end{bmatrix}$ باشد مقادیر a و b را طوری بدست آورید که AB یک ماتریس قطری باشد.
۱/۵	۲	اگر $A = [a_{ij}]_{3 \times 2}$ و $B = [b_{ij}]_{2 \times 3}$ به صورت زیر معرفی شده باشند حاصل AB بدست آورید. $a_{ij} = \begin{cases} i^2 & i = j \\ i - j & i > j \\ j - i & i < j \end{cases} \quad \text{و} \quad b_{ij} = \begin{cases} i^2 + 1 & i = j \\ i + j & i > j \\ i - j + 2 & i < j \end{cases}$
۱	۳	اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 1 \end{bmatrix}$ باشد A^{-1} را محاسبه کنید.
۱/۵	۴	دستگاه مقابل را به روش ماتریس وارون حل کنید: $\begin{cases} 3x - 4y = 1 \\ -x + 2y = 1 \end{cases}$
۱	۵	دترمینان ماتریس A را محاسبه کنید: $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & 3 \\ -2 & 4 & . \end{bmatrix}$
۲	۶	هرگاه $A = \begin{bmatrix} 5 A & A \\ 5 & 4 A^2 \end{bmatrix}$ باشد $ A $ را محاسبه کنید.
۱/۵	۷	اگر A ماتریس 3×3 و $ A = 5$ باشد آنگاه $ A A $ را محاسبه کنید.
۲	۸	جاهای خالی را پر کنید: ۱- هر نقطه که روی نیمساز زاویه است. ۲- هرگاه صفحه‌ای شامل محور مخروطی باشد و آن را برش دهد فصل مشترک (قطع) حاصل است. ۳- مکان هندسی نقاطی صفحه که از دو نقطه ثابت A و B به یک فاصله‌اند است. ۴- مکان هندسی نقاطی از صفحه که از خط d به فاصله ثابت K قرار دارند است به فاصله است.
۲	۹	نقاط A و B و C و D در صفحه مفروض‌اند. نقطه‌ای در این صفحه بیابید که از A و B به یک فاصله و از C و D نیز به یک فاصله باشد (حالت‌های مختلف)
۱/۵	۱۰	دو نقطه A و B و خط d که شامل هیچ یک نیست در صفحه مفروض‌اند نقطه‌ای بیابید که از A و B به یک فاصله بوده و از d به فاصله ۳ سانتیمتر باشد. (حالت‌های مختلف)
۱/۵	۱۱	معادله دایره‌ای را بنویسید که $\hat{O}(2, -1)$ مرکز آن بوده و شعاع آن $R = 2$ باشد سپس تقاطع دایره را به محورهای مختصات بدست آورید.
۱/۵	۱۲	معادله دایره‌ای را بنویسید که $O(0, 1)$ مرکز آن بوده و خط $x + y = 2$ روی آن وتری به اندازه $2\sqrt{2}$ جدا کند.
۱/۵	۱۳	نقاط $A(-1, -1)$ و $B(1, 1)$ و $C(1, -3)$ رئوس مثلث ABC هستند معادله دایره محیطی مثلث ABC را بنویسید سپس معادله مماس بر این دایره را در رأس B بدست آورید.
۲۰		نمره با عدد با حروف امضا و تاریخ



دبیرستان نمونه دولتی ابوعلی سینا

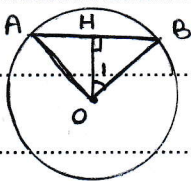
پاسخنامه



۱.۱. فرجه $C(O, R)$ ، قطبی \hat{A} $\hat{A} = \frac{AB}{r}$

ن - در قطر AD، از O، عمود بر AB می کشیم. B و D بر یک خط می کشیم.

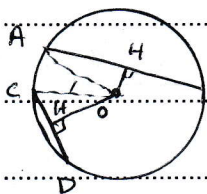
$\triangle ABD$: $\hat{A}_r + \hat{D} = 90^\circ$
 $\hat{A}_r + \hat{A}_1 = 90^\circ \Rightarrow \hat{A}_1 = \hat{D} \ \& \ \hat{D} = \frac{AB}{r} \Rightarrow \hat{A}_1 = \frac{AB}{r}$



۱.۲. $AB=10$ ، $\widehat{AB}=90^\circ$ ، $C(O, R)$ $OH=?$

ن - در ربع OA، OB، و AB، از O، عمود بر AB می کشیم.

$OA=OB=R$ ، $\widehat{AB}=90^\circ \Rightarrow \triangle OAB$ مثلث قائمه $\Rightarrow OH = \frac{\sqrt{2}}{2} AB = 5\sqrt{2}$



۱.۳. $AB > CD$ ، $C(O, R)$ $OH < OH'$

برهان: از O، عمود بر AB و C می کشیم.

$AB > CD \xrightarrow{\text{عمود بر وتر}} HA > HC \text{ ①}$

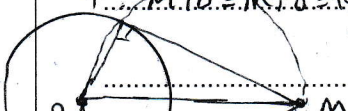
$\triangle OAH$: $OA^2 = HA^2 + OH^2 = R^2$
 $\triangle OCH'$: $OC^2 = HC^2 + OH'^2 = R^2$
 $\Rightarrow HA^2 + OH^2 = HC^2 + OH'^2 \text{ ①} \Rightarrow OH < OH'$

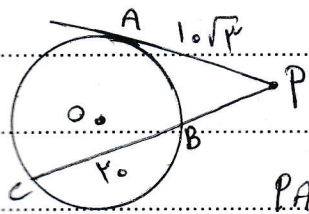
برهان: از O، عمود بر AB و C می کشیم. $OH < OH'$ ، $C(O, R)$ $AB > CD$

$\triangle OAH$: $OA^2 = AH^2 + OH^2 = R^2$
 $\triangle OCH'$: $OC^2 = CH'^2 + OH'^2 = R^2$
 $\Rightarrow AH^2 + OH^2 = CH'^2 + OH'^2 \xrightarrow{OH < OH'} AH > CH' \xrightarrow{\times r} AB > CD$

۱.۴. نقطه M خارج $C(O, R)$ از خطی عمود بر OM، از O، عمود بر خط می کشیم. پس دایره $C(O, R)$ قطر MA را بر می خورد.

تقاطع $C(O, R)$ از T و T' قطع کند. MT و MT' دایره $C(O, R)$ را در A و A' قطع کند. $MA = MT = MA'$



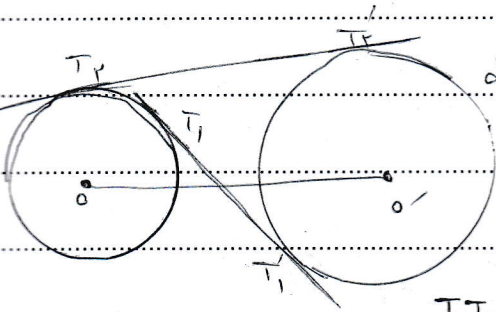


فرمان: $C(O, R)$ و $U_P PA$ و PBC قطع در محل
 $PC = ?$

$$PA^2 = PB \cdot PC \Rightarrow (1.0\sqrt{3})^2 = x(x + r_0) \Rightarrow r_0^2 = x^2 + r_0 x$$

$$x^2 + r_0 x - r_0^2 = 0 \Rightarrow (x - r_0)(x + r_0) = 0 \Rightarrow \left. \begin{aligned} x &= r_0 \checkmark \\ x &= -r_0 \times \end{aligned} \right\}$$

$$\Rightarrow PC = x + r_0 = r_0 + r_0 = 2r_0$$



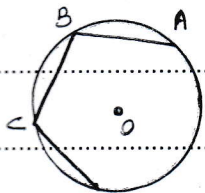
فرمان: $C(O, R)$ و $C(O', R')$ و $T_1 T_1'$ و $T_2 T_2'$ مماس
 $R = ?$ و $R' = ?$

$$T_1 T_2 T_1' = d^2 - (R - R')^2 \Rightarrow 4r^2 = 4r^2 - (R - R')^2$$

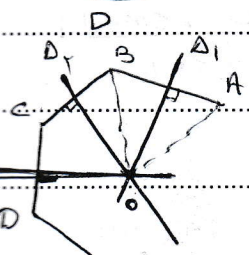
$$T_1 T_1' = d^2 - (R + R')^2 \Rightarrow 16 = 4r^2 - (R + R')^2$$

$$\Rightarrow \begin{cases} R - R' = 1 \\ R + R' = 4 \end{cases} \Rightarrow R = 2.5 \text{ و } R' = 1.5$$

فرمان: $C(O, R)$ و $C(O', R')$ و $T_1 T_1'$ و $T_2 T_2'$ مماس
 در همان: از O, O', A, B, C, D و P در یک خط است
 و در یک خط هم هستند



$OA = OB$ و AB وتر است
 و O وسط AB است
 و O وسط CD است
 و O وسط AC است
 و O وسط BD است

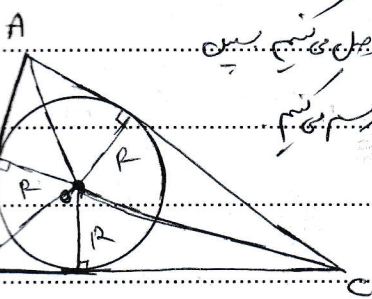


فرمان: $ABCD$ مربع و O مرکز آن
 در همان: از O, A, B, C, D و P در یک خط است
 و در یک خط هم هستند

$$O \in \Delta_1 \Rightarrow OA = OB$$

$$O \in \Delta_2 \Rightarrow OB = OC$$

$$\Rightarrow OA = OB = OC = \dots \Rightarrow O \text{ مرکز دایره محیطی است}$$



فرمان: $C(O, R)$ و ΔABC
 $S = RP$

$$S_{\Delta ABC} = S_{\Delta AOB} + S_{\Delta AOC} + S_{\Delta BOC} \Rightarrow S = \frac{R \cdot AB}{2} + \frac{R \cdot AC}{2} + \frac{R \cdot BC}{2}$$

$$\Rightarrow S = \frac{R}{2} (AB + AC + BC) \Rightarrow S = RP$$



دبیرستان نمونه دولتی ابوعلی سینا متوسطه دوم امتحانات پایانی اول

نام و نام خانوادگی:

تاریخ امتحان:

رشته: ریاضی

پایه: نهم

کلاس:

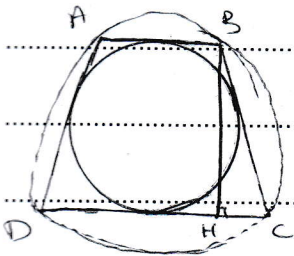
مدت زمان:

شماره صندلی:

تعداد صفحات:

نام دبیر:

پاسخنامه



۹) S_{ABCD} مساحت دایره
 $S = \frac{a+b}{2} \sqrt{ab}$

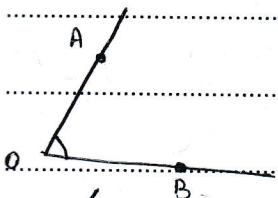
$ABCD$ دایره $\Rightarrow ABCD$ متساوی الساقین $\Rightarrow AD = BC$

$CH = \frac{b-a}{2}$

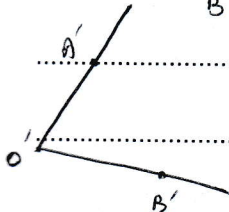
$ABCD$ متساوی $\Rightarrow a+b = 2r \Rightarrow r = \frac{a+b}{2}$

$BC^2 = BH^2 + CH^2 \Rightarrow (\frac{a+b}{2})^2 = (\frac{b-a}{2})^2 + h^2 \Rightarrow h = \sqrt{ab}$

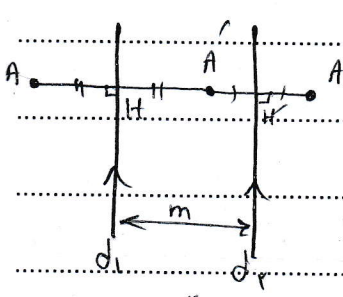
$S = \frac{(a+b)h}{2} \Rightarrow S = \frac{(a+b)\sqrt{ab}}{2}$



۱۰) T انزوسری
 $\hat{O} = \hat{O}'$



$\left. \begin{matrix} T(A) = A' \\ T(B) = B' \\ T(O) = O' \end{matrix} \right\} \xrightarrow{\text{انزوسری}} \left\{ \begin{matrix} OA = O'A' \\ OB = O'B' \\ AB = A'B' \end{matrix} \right\} \xrightarrow{\text{قضیه ۱}} \triangle AOB \cong \triangle A'O'B' \Rightarrow \hat{O} = \hat{O}'$



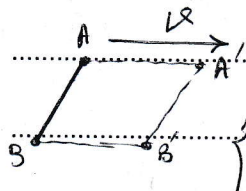
۱۱) $d_1 \parallel d_2$, $S_{d_1}(A) = A'$, $S_{d_2}(A') = A''$
 $S_1 \circ S_2 = T$

$S_{d_1}(A) = A' \Rightarrow AH = A'H$

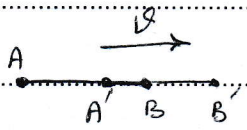
$S_{d_2}(A') = A'' \Rightarrow A'H = A''H'$

$AA'' = AH + HA' + A'H' + H'A'' \Rightarrow AA'' = 2(HH') = 2m$

بردار انتقال مجاور محورهای متوازی است.



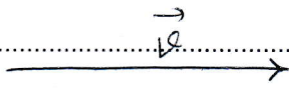
۱۲) $T(A) = A'$
 $T(B) = B'$
 $\Rightarrow \left\{ \begin{matrix} AA' = BB' \\ AA' \parallel BB' \end{matrix} \right\} \Rightarrow \text{موازی الاضلاع} \Rightarrow AB = A'B'$



$$|\vec{v}| < AB, \quad \vec{v} \parallel AB \quad (14)$$

$$\begin{cases} T(A) = A' \\ T(B) = B' \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} AA' = BB' = |\vec{v}| \quad (1) \\ AA' \parallel BB' \parallel \vec{v} \end{cases}$$

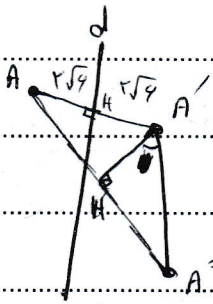
$$AB = AA' + A'B \xrightarrow{(1)} AB = AB + B'B' = A'B'$$



$$|\vec{v}| > AB, \quad \vec{v} \parallel AB \quad (15)$$

$$\begin{cases} T(A) = A' \\ T(B) = B' \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} AA' = BB' = |\vec{v}| \quad (1) \\ AA' \parallel BB' \parallel \vec{v} \end{cases}$$

$$AB = AA' - BA' \xrightarrow{(1)} AB = BB' - BA' = A'B'$$



$$R_{A'}^{\pi/2}(A) = A', \quad S_d(A) = A' \quad \left| \begin{array}{l} \text{نقطة} \\ \text{خط} \end{array} \right. \quad (16)$$

$$S_d(A) = A' \Rightarrow AH = A'H = 2\sqrt{4} \Rightarrow AA' = 4\sqrt{4}$$

$$R_{A'}^{\pi/2}(A) = A'' \Rightarrow AA' = A'A'' = 4\sqrt{4} \Rightarrow AA'A'' \text{ قائم الزاوية}$$

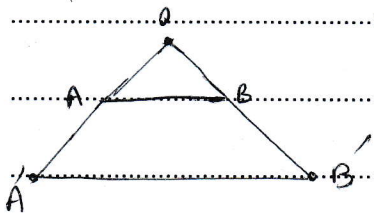
نقطة: اربعه AH

$$\hat{A}_1 = 90 \Rightarrow HA'' = \frac{\sqrt{4}}{2} AA'' = \frac{\sqrt{4}}{2} (4\sqrt{4})$$

$$\Rightarrow AA'' = 4\sqrt{4} = 12\sqrt{4}$$

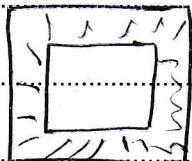
المثلث متساوي الساقين

$$D_0^k(B) = B, \quad D_0^k(A) = A' \quad \left| \begin{array}{l} \text{نقطة} \\ \text{خط} \end{array} \right. \quad (17)$$



$$\frac{OA'}{OA} = \frac{OB'}{OB} \Rightarrow AB \parallel A'B'$$

$$D_0^{\pi/2}(ASCD) = A'B'C'D' \quad \left| \begin{array}{l} \text{نقطة} \\ \text{خط} \end{array} \right. \quad (18)$$



$$S_2 = S_1 - S_1 \Rightarrow d = a' - \left(\frac{1}{2}a\right)'$$

$$\Rightarrow d = a' - \frac{1}{2}a' \Rightarrow a' = 2d \Rightarrow a = 4d \Rightarrow P = 4a = 16d$$