

سؤالات امتحان نهایی درس : هندسه ۳	رشته : ریاضی فیزیک	مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه	ساعت شروع: ۸ صبح
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	نام و نام خانوادگی :	تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۳/۴	تعداد صفحه: ۲
دانش آموزان روزانه بزرگسال و داوطلبان آزادسراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۴۰۱		مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir	
ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد)		
نمره			

استفاده از ماشین حساب ساده (دارای چهار عمل اصلی و رادیکال) مجاز است.

۱	عبارت های زیر را کامل کنید. الف) اگر ماتریس $\begin{bmatrix} r & m-1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ یک ماتریس همانی باشد حاصل $m+r$ برابر با ..... است. ب) اگر در بیضی خروج از مرکز به عدد صفر نزدیک شود کشیدگی بیضی کمتر شده و بیضی به ..... نزدیکتر می شود. پ) نقطه $A(1, -2)$ در ..... دایره به معادله $x^2 + y^2 - 2x + 2y = 0$ قرار دارد. ت) اگر سه بردار $\vec{a}$ ، $\vec{b}$ و $\vec{c}$ در یک صفحه باشند آنگاه حجم متوازی السطوح بنا شده توسط سه بردار برابر ..... است.	۱
۱/۵	درستی و نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید. سپس شکل صحیح عبارت نادرست را بنویسید. الف) اگر $A$ یک ماتریس $3 \times 3$ و $ A  = 5$ باشد آنگاه $ 2A  = 40$ است. ب) اگر صفحه $P$ به گونه ای باشد که هر دو تکه بالایی و پایینی سطح مخروطی را قطع کند و شامل محور نباشد، در این صورت فصل مشترک صفحه $P$ و سطح مخروطی یک هذلولی است. پ) در شکل روبرو اگر خط $d$ در نقطه $M$ بر بیضی مماس باشد، زاویه $\angle FMF' = 50^\circ$ باشد آنگاه اندازه زاویه $\alpha = \beta = 60^\circ$ است. ت) برای دو بردار واحد $\vec{i}$ و $\vec{j}$ حاصل ضرب خارجی $\vec{i} \times \vec{j} = \vec{0}$ است..	۲
۱	اگر $A = \begin{bmatrix} 4 & a \\ b & -1 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$ مقادیر $a$ و $b$ را طوری به دست آورید که $A \times B$ ماتریس قطری باشد.	۳
۱/۲۵	ماتریس $A$ مربعی مرتبه سه به صورت $A = [a_{ij}]_{3 \times 3}$ که $a_{ij} = \begin{cases} i+j & i=j \\ j & i>j \\ 0 & i<j \end{cases}$ و $B = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ -1 & 3 & 2 \\ 2 & 0 & 5 \end{bmatrix}$ باشد، الف) ماتریس $A$ را به صورت آرایش مستطیلی بنویسید. ب) دترمینان ماتریس $B$ را محاسبه کنید.	۴
۱/۲۵	دستگاه $\begin{cases} 2x + y = 4 \\ 7x + 4y = 15 \end{cases}$ را با استفاده از ماتریس وارون حل کنید.	۵
۱/۵	نقاط $A$ ، $B$ و $C$ در صفحه مفروض اند. نقطه ای بیابید که از $A$ و $B$ به یک فاصله و از $C$ به فاصله ۳ سانتی متر باشد (بحث کنید).	۶
۱	معادله دایره ای را بنویسید که مرکز آن نقطه $O(1, -1)$ و بر خط $3x - 4y + 3 = 0$ مماس باشد.	۷
	ادامه سوالات در صفحه دوم	

سؤالات امتحان نهایی درس : هندسه ۳	رشته : ریاضی فیزیک	مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه	ساعت شروع: ۸ صبح
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	نام و نام خانوادگی :	تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۳/۴	تعداد صفحه: ۲
دانش آموزان روزانه بزرگسال و داوطلبان آزادسراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۴۰۱		مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir	

ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد)	نمره
------	-------------------------	------

۸	در یک بیضی افقی به مرکز مبدا مختصات طول قطرهای برابر ۱۰ و ۶ است، الف) خروج از مرکز بیضی را بیابید ب) مختصات کانون ها $(F', F)$ ، مختصات دوسر قطر بزرگ $(A', A)$ و دوسر قطر کوچک $(B', B)$ را به دست آورید پ) بیضی را روی محور مختصات رسم کنید.	۱/۵
۹	الف) معادله متعارف و فاصله کانونی سهمی به معادله $y^2 - 2y - 8x + 9 = 0$ را بیابید. ب) مختصات راس، کانون و معادله خط هادی سهمی را به دست آورید.	۱/۵
۱۰	در شکل روبرو سهمی با رأس $A$ و کانون $F$ و خط هادی $d$ رسم شده است، از کانون $F$ به نقطه دلخواه $M$ روی سهمی وصل کرده و امتداد داده ایم تا خط $d$ را در $N$ قطع کند و از نقطه $M$ ، $MT$ را بر $d$ عمود کرده ایم. ثابت کنید: $\frac{FN}{FA} = \frac{2NT}{TH}$	۱/۲۵
۱۱	شکل کلی (نمودار) مربوط به رابطه $x^2 \leq y \leq 2$ را رسم کنید.	۰/۵
۱۲	با توجه به شکل، به سوالات زیر پاسخ دهید. الف) نام وجه از شکل که معادله آن به صورت زیر مشخص شده را بنویسید. $x = 2, 0 \leq y \leq 4, 0 \leq z \leq 3$ ب) معادلات مربوط به پاره خط $AD$ (یال) را بنویسید پ) مختصات نقطه $D$ را بنویسید. ت) معادله صفحه ای را بنویسید که موازی با صفحه $XOZ$ باشد و مکعب مستطیل را نصف کند.	۱/۵
۱۳	سه بردار $\vec{a} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - \vec{k}$ و $\vec{b} = \vec{i} + \vec{k}$ و $\vec{c} = (0, 2, 1)$ در نظر بگیرید الف) زاویه بین دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ برابر با $\theta$ باشد $\cos \theta$ را بیابید. ب) تصویر قائم بردار $\vec{a}$ بر $\vec{b} - \vec{c}$ را بدست آورید.	۱/۷۵
۱۴	دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ مفروض اند به طوری که $ \vec{a}  = 6$ و $ \vec{b}  = 4$ و زاویه بین آنها $30^\circ$ درجه است مقدار عبارت $ \vec{a} \times \vec{b} $ را محاسبه کنید.	۱
۱۵	اگر $A = (2, -1, 3)$ و $B = (3, 1, 4)$ و $C = (-1, 1, 0)$ سه رأس مثلث $ABC$ باشند، مساحت مثلث $ABC$ را با استفاده از ضرب خارجی بردارها به دست آورید.	۱/۵
۱۶	برای دو بردار غیر صفر $\vec{a}$ و $\vec{b}$ ثابت کنید دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ برهم عمودند اگر و فقط اگر $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$ .	۱
۲۰	موفق و سربلند باشید	جمع نمره

مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه	ساعت شروع: ۸ صبح	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: هندسه ۳
تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۰۳/۴		پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	
مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir		دانش آموزان روزانه بزرگسالان و داوطلبان آزاد سراسر کشور خرداد ماه سال ۱۴۰۱	
نمره	راهنمای تصحیح		ردیف
۱	الف) دو (۰/۲۵) ۱۲ ص (ب) دایره (۰/۲۵) ۴۹ ص (پ) داخل (۰/۲۵) ۴۶ ص (ت) صفر (۰/۲۵) ۸۴ ص		۱
۱/۵	الف) درست (۰/۲۵) ۳۱ ص (ب) درست (۰/۲۵) ۳۵ ص پ) نا درست (۰/۲۵) ، $\alpha = \beta = 65^\circ$ (۰/۲۵) ۵۰ ص (ت) نادرست (۰/۲۵) ، $\vec{i} \times \vec{j} = \vec{k}$ (۰/۲۵) ۷۹ ص		۲
۱	$A \times B = \begin{bmatrix} 4+2a & -8+2a \\ b-3 & -2b-2 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} 2a-8=0 \\ b-3=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=4 (0/25) \\ b=3 (0/25) \end{cases}$ ۲۱ ص		۳
۱/۲۵	$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 1 & 4 & 0 \\ 1 & 2 & 6 \end{bmatrix} (0/5)$ $ B  = 39 (0/75)$		۴
۱/۲۵	$X = A^{-1} \times B \Rightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \frac{1}{\underbrace{\begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 1 & -7 & 2 \end{bmatrix}}_{(0/5)}} \times \begin{bmatrix} 4 \\ 15 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} \Rightarrow x=1, y=2$ ۲۴ ص		۵
۱/۵	مکان هندسی نقاطی که از A و B به یک فاصله اند، عمود منصف پاره خط AB است. (۰/۲۵) و مکان هندسی نقاطی که از نقطه C به فاصله ۳ واحد باشد، دایره‌ای به مرکز C و شعاع ۳ است. (۰/۲۵) بنابراین نقطه برخورد خط عمود منصف (d) و دایره جواب مسئله است. (نقاط E و D) الف) اگر خط عمود منصف (d) و دایره یکدیگر را در دو نقطه قطع کنند مسئله دو جواب دارد (۰/۲۵). ب) اگر مماس شوند مسئله یک جواب دارد (۰/۲۵). پ) در صورتی که یکدیگر را قطع نکنند مسئله جواب ندارد (۰/۲۵). رسم شکل (۰/۲۵)		۶
۱	$d = \frac{ 3(1) - 4(-1) + 3 }{\sqrt{3^2 + 4^2}} = \frac{10}{5} = 2 (0/5)$ . $(x-1)^2 + (y+1)^2 = 4 (0/5)$ ۴۳ ص		۷
« ادامه در صفحه دوم »			

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: هندسه ۳	رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه		تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۰۳/۴	
دانش آموزان روزانه بزرگسالان و داوطلبان آزاد سراسر کشور خرداد ماه سال ۱۴۰۱		مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir	
ردیف	راهنمای تصحیح		
نمره			
۸	<p>الف) <math>\begin{cases} 2a = 10 \longrightarrow a = 5 \\ 2b = 6 \longrightarrow b = 3 \end{cases} \longrightarrow a^2 = b^2 + c^2 \longrightarrow c = 4 \quad (0/25) \quad \frac{c}{a} = \frac{4}{5} \quad (0/25)</math></p> <p>ب) <math>A(5,0), A'(-5,0) \quad (0/25) \quad F(4,0), F'(-4,0) \quad (0/25) \quad B(0,3), B'(0,-3) \quad (0/25)</math></p> <p>پ) رسم بیضی <math>(0/25)</math></p> <p>اگر مختصات رئوس و کانونها را روی محور نشان دهد و رسم انجام شود نمره کامل لحاظ شود.</p>		
۹	<p>الف) معادله متعارف سهمی <math>(y-1)^2 = 8(x-1)</math> <math>(0/5)</math> و فاصله کانونی <math>a = 2</math> <math>(0/25)</math></p> <p>ب) راس سهمی <math>(1,1)</math> <math>(0/25)</math> معادله خط هادی <math>x = -1</math> <math>(0/25)</math> و مختصات کانون آن <math>(3,1)</math> <math>(0/25)</math></p>		
۱۰	<p>روش اول:</p> <p>بنا به تعریف سهمی <math>MF = MT</math> مثلث <math>MFT</math> متساوی الساقین است. <math>M\hat{T}F = T\hat{F}M</math> <math>(0/25)</math> (۱)</p> <p>از طرفی بنا به خطوط موازی <math>FH \parallel MT</math> و مورب <math>FT</math> نتیجه می شود <math>M\hat{T}F = T\hat{F}H</math> <math>(0/25)</math> (۲)</p> <p>از (۱) و (۲) نتیجه می شود <math>TF</math> نیمساز است. بنا به قضیه نیمساز در مثلث <math>FHN</math> داریم:</p> $\frac{NF}{FH} = \frac{NT}{TH} \xrightarrow{FH=2FA} \frac{NF}{2FA} = \frac{NT}{TH} \xrightarrow{\times 2} \frac{NF}{FA} = \frac{2NT}{TH} \quad (0/25)$ <p>روش دوم:</p> <p><math>FH \parallel MT</math> با توجه به قضیه تالس در مثلث <math>NHF</math>:</p> $\frac{NM}{MF} = \frac{NT}{TH}$ $\frac{MT}{FH} = \frac{NM}{NF} \xrightarrow{MT=MF(0/25)} \frac{NF}{FH} = \frac{NM}{MF} \quad (0/25)$ $\xrightarrow{\times 2} \frac{NF}{FA} = \frac{2NT}{TH} \quad (0/25)$		
۱۱	<p>رسم نمودار <math>(0/5)</math> ص ۵۵</p>		
	« ادامه در صفحه سوم »		

مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه	ساعت شروع: ۸ صبح	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: هندسه ۳
تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۰۳/۴		پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	
مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir		دانش آموزان روزانه بزرگسالان و داوطلبان آزاد سراسر کشور خرداد ماه سال ۱۴۰۱	
نمره	راهنمای تصحیح		ردیف
۱/۵	$\left. \begin{array}{l} 0 \leq x \leq 2 \\ y = 4 \\ z = 3 \end{array} \right\} \text{CDFG (الف) (۰/۲۵) (ب) (۰/۵)}$ <p>پ) <math>D(2, 4, 3)</math> (۰/۲۵) ت) <math>y = 2</math> (۰/۵) ص ۶۸</p>		۱۲
۱/۷۵	$\vec{a} = (2, 3, -1), \vec{b} = (1, 0, 1)$ $\underbrace{\vec{a} \cdot \vec{b}}_{(۰/۲۵)} = \underbrace{ \vec{a}   \vec{b}  \cos \theta}_{(۰/۵)} \rightarrow 1 = \underbrace{\sqrt{14} \sqrt{2} \cos \theta}_{(۰/۲۵)} \rightarrow \cos \theta = \frac{1}{2\sqrt{7}}$ <p>الف) ص ۷۸</p> <p>ب) ص ۷۹</p> $\vec{d} = \vec{b} - \vec{c} = (1, -2, 0) \quad (۰/۲۵) \quad \vec{a}' = \frac{\vec{a} \cdot \vec{d}}{ \vec{d} ^2} \vec{d} = \frac{-4}{5} (1, -2, 0) \quad (۰/۲۵)$		۱۳
۱	$ 2\vec{a} \times \vec{b}  = \underbrace{ 2\vec{a}   \vec{b}  \sin 30^\circ}_{(۰/۵)} = \underbrace{2(6)(4)\left(\frac{1}{2}\right)}_{(۰/۲۵)} = 24 \quad (۰/۲۵)$ <p>ص ۸۱</p>		۱۴
۱/۵	$\vec{AB} = (1, 2, 1), \vec{AC} = (-3, 2, -3) \quad (۰/۵)$ $\vec{AB} \times \vec{AC} = (-8, 0, 8) \quad (۰/۵) \quad S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}  \vec{AB} \times \vec{AC}  = 4\sqrt{2} \quad (۰/۵)$ <p>ص ۸۴</p>		۱۵
۱	$\vec{a} \cdot \vec{b} = 0 \leftrightarrow \underbrace{ \vec{a}   \vec{b}  \cos \theta}_{(۰/۲۵)} = 0 \xrightarrow{ \vec{a}  \neq 0,  \vec{b}  \neq 0 \quad (۰/۲۵)} \underbrace{\cos \theta = 0}_{(۰/۲۵)} \leftrightarrow \theta = \frac{\pi}{2} \quad (۰/۲۵)$ <p>ص ۷۹</p>		۱۶
۲۰	"مصحح گرامی، به راه حل‌های درست و منطبق بر کتاب درسی بارم به تناسب منظور شود"		