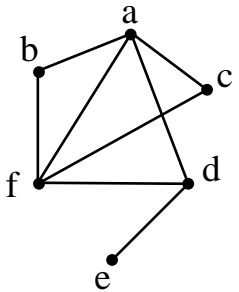


شماره:	برستلی	سوال درس: گسسته	نمره با عدد:
نام و نام خانوادگی:	اداره کل آموزش و پرورش شهر تهران اداره آموزش و پرورش منطقه ۶ دبیرستان ماندگار البرز پایه دوازدهم، رشته ریاضی، تجربی	تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۱۰/۱۰	نمره با حروف:
کلاس:		زمان امتحان: ۱۰۰ دقیقه	
		نام دبیر: آقای	امضاء دبیر
		تعداد صفحه: ۲	

ردیف	سوالات	بارم
۱	عبارت مناسب را از داخل پرانتز انتخاب کنید. الف) حاصل ضرب هر عدد گویا، در یک عدد گنگ، عددی (گنگ، گویا، گنگ یا گویا) است. ب) اگر برای دو عدد صحیح $a$ و $b$ داشته باشیم $a b$ و $a \neq 0$ باشد، آنگاه به ازای هر $m \in \mathbb{Z}$ می توان همواره $(a mb, ma b)$ را نتیجه گرفت. پ) معادلهٔ همنهشتی $ax \equiv b \pmod{m}$ در مجموعهٔ اعداد صحیح جواب دارد، اگر و تنها اگر $(a, m) b$ ، $(a, b) m$ ت) عدد $4796231$ همواره مضرب $(11, 9)$ است.	۱
۲	به روش اثبات بازگشتی ثابت کنید حاصل ضرب هر دو عدد حقیقی، کوچکتر یا مساوی نصف مجموع مربعات آنهاست.	۱
۳	با روش اثبات غیر مستقیم (برهان خلف) ، نشان دهید عکس هر عدد گنگ، عددی گنگ است.	۱
۴	جاهای خالی را با مقادیر مناسب پر کنید. (ارائهٔ راه حل الزامی نیست). الف) حاصل $[(231, 1309), 245]$ برابر ..... است. ب) اگر $a \in \mathbb{Z}$ و $a 24n+21$ و $a 36n+20$ ، آنگاه $a$ برابر با ..... است. $(n \in \mathbb{Z})$ پ) اگر معادلهٔ سیالهٔ $391x + 527y = 3n + 5$ دارای جواب باشد، آنگاه برای $n$ ، تعداد ..... جواب طبیعی دو رقمی وجود دارد. ت) اگر باقی ماندهٔ تقسیم عدد صحیح $a$ بر $7$ و $11$ به ترتیب $4$ و $5$ باشد، آنگاه باقی ماندهٔ تقسیم عدد $a$ بر $77$ برابر ..... است.	۲
۵	اگر $n \in \mathbb{Z}$ ، آنگاه حاصل ب.م.م $(n^2 - n + 5, 3n + 1)$ را بیابید.	۱
۶	نشان دهید در هر تقسیم، اگر مقسوم و مقسوم علیه، هر دو بر عدد صحیح $m$ بخش پذیر باشند، آنگاه باقی مانده نیز بر $m$ بخش پذیر است. $(m \neq 0)$	۱

۱/۵	باقی مانده تقسیم عدد $1328(2573)$ بر عدد ۲۸ را پیدا کنید.	۷
۱/۵	عدد شش رقمی $a7135b$ بر عدد ۹۹ بخش پذیر است. ارقام $a$ و $b$ را مشخص کنید.	۸
۱/۵	معادله همنهشتی $947x \equiv 152 \pmod{23}$ را در مجموعه اعداد صحیح حل کنید.	۹
۱/۵	برای خرید یک کتاب کمک درسی، به قیمت ۳۲۱ هزار تومان با اسکناس‌های ۵ هزار تومانی و ۲ هزار تومانی، چند روش وجود دارد؟	۱۰
۱	<p>درستی یا نادرستی گزاره‌های زیر را مشخص کنید. (ذکر دلیل الزامی نیست.)</p> <p>الف) تعداد گراف‌های ساده با رأس‌های <math>a, b, c, d</math> برابر با ۶۴ است.</p> <p>ب) گراف ساده با درجه رأس‌های <math>5, 4, 3, 2, 2, 1, 1</math> قابل رسم است.</p> <p>پ) با پنج رأس بدون نام، می‌توان ۴ گراف هم‌بند و غیرمنتظم با اندازه ۵ رسم کرد.</p> <p>ت) اگر <math>V(G) = \{a, b, c, d, e, f, g\}</math> و <math>E(G) = \{ab, ac, bc, fe, de\}</math> به ترتیب مجموعه رأس‌ها و مجموعه یال‌های گراف ساده <math>G</math> باشد، آنگاه <math>q(\bar{G}) = 17</math> است.</p>	۱۱
۳/۵	 <p>با توجه به گراف <math>G</math> در شکل مقابل، پاسخ دهید:</p> <p>الف) <math>\Delta(G)</math> و <math>\delta(G)</math> را بیابید.</p> <p>ب) تمام زیرگراف‌های <math>C_3</math> و <math>C_4</math> در این گراف را بنویسید.</p> <p>پ) تمام <math>a-b</math> مسیرهای مختلف را بنویسید.</p> <p>ت) مجموعه همسایگی باز رأس <math>a</math> و مجموعه همسایگی بسته رأس <math>f</math> را تعیین کنید.</p> <p>ث) گراف <math>\bar{G}</math> را رسم کنید.</p>	۱۲
۰/۵	یک گراف ۹ رأسی رسم کنید که فقط دورهای به طول ۵، ۶، ۷ و ۹ داشته باشد.	۱۳
	«موضوع باشید»	

شماره:	پاسخبرگ درس: گسسته	 برتلی اداره کل آموزش و پرورش شهر تهران اداره آموزش و پرورش منطقه ۶ دبیرستان ماندگار البرز پایه دوازدهم، رشته ریاضی، تجربی	نمره با عدد:
نام و نام خانوادگی:	تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۱۰/۱۰		نمره با حروف:
کلاس:	زمان امتحان: ۱۰۰ دقیقه	نام دبیر: آقای	امضاء دبیر
	تعداد صفحه: ۳		

ردیف	کلید سؤال
۱	الف) گنگ یا گویا $a \mid mb$ (ب) پ) $(a, m) \mid b$ ت) ۱۱ (هر کدام ۲۵ / ۰ نمره)
۲	$x, y \in \mathbb{R} : xy \leq \frac{x^2 + y^2}{2} \Leftrightarrow 2xy \leq x^2 + y^2 \Leftrightarrow x^2 + y^2 - 2xy \geq 0 \Leftrightarrow (x - y)^2 \geq 0$ (گزاره همیشه درست) (هر قسمت ۲۵ / ۰ نمره)
۳	مشابه اثبات کتاب درسی (به تناسب نمره در نظر گرفته می شود.)
۴	الف) ۲۶۹۵ ب) ۲۳ یا ۱ پ) ۵ ت) ۶۰ (هر قسمت ۵ / ۰ نمره)
۵	$(n^2 - n + 5, 3n + 1) = d \Rightarrow \begin{cases} d \mid n^2 - n + 5 & \xrightarrow{\times 3} \\ d \mid 3n + 1 & \xrightarrow{\times n} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} d \mid 3n^2 - 3n + 15 & \text{تفاضل را} \\ d \mid 3n^2 + n & \text{می شمارد} \end{cases} \Rightarrow d \mid 4n - 15$ $\begin{cases} d \mid 4n - 15 & \xrightarrow{\times 3} \\ d \mid 3n + 1 & \xrightarrow{\times 4} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} d \mid 12n - 45 & \text{تفاضل را} \\ d \mid 12n + 4 & \text{می شمارد} \end{cases} \Rightarrow d \mid 49$ اکنون داریم: پس ۴۹ یا ۷ یا ۱ $d =$ است. (بخش اول ۵ / ۰ نمره و بخش دوم ۵ / ۰ نمره)
۶	$a = bq + r, 0 \leq r < b$ طبق فرض داریم $m \mid a$ و $m \mid b$ و نشان می دهیم $m \mid r$ . داریم: $\left. \begin{cases} m \mid a \\ m \mid b \end{cases} \right\} \begin{array}{l} \xrightarrow{\text{تفاضل را}} \\ \xrightarrow{\text{می شمارد}} \end{array} \Rightarrow m \mid a - bq \Rightarrow m \mid r$ (نوشتن قضیه تقسیم ۲۵ / ۰ نمره و نوشتن هر یک از سه مرحله اثبات، ۲۵ / ۰ نمره دارد.)

$\begin{aligned} & \begin{matrix} 28 & 28 \\ 2573 \equiv 25 \equiv -3 \end{matrix} \\ & \text{توان } 1328 \rightarrow (2573)^{1328} \equiv 3^{1328} \\ & \text{اکنون باقی مانده تقسیم } 3^{1328} \text{ بر } 28 \text{ را می یابیم:} \\ & \begin{matrix} 3^3 \equiv -1 & \xrightarrow{\text{توان } 442} & 3^{1326} \equiv 1 & \xrightarrow{\times 3^2} & 3^{1328} \equiv 9 \end{matrix} \\ & \text{(بخش اول } 75/0 \text{ نمره و بخش دوم } 75/0 \text{ نمره)} \end{aligned}$	۷
$\begin{aligned} & \overline{a\ 7\ 1\ 3\ 5\ b} \equiv 0 \Rightarrow a + 7 + \underbrace{1+3+5}_{\cancel{9}} + b \equiv 0 \Rightarrow a + b \equiv -7 \equiv 2 \\ & \Rightarrow a + b = 9k + 2 \xrightarrow{0 \leq a+b \leq 18} a + b = 2 \text{ یا } 11 \\ & \overline{a\ 7\ 1\ 3\ 5\ b} \equiv 0 \Rightarrow b - 5 + 3 - 1 + 7 - a \equiv 0 \Rightarrow b - a \equiv -4 \equiv 7 \\ & \text{فقط } a = 9 \text{ و } b = 2 \text{ قابل قبول است.} \\ & \text{(هر مرحله از اثبات } 75/0 \text{ نمره)} \end{aligned}$	۸
$\begin{aligned} & \begin{matrix} 23 & 23 \\ 947 \equiv 4 & , & 152 \equiv 14 \end{matrix} \\ & \text{می دانیم:} \\ & \begin{matrix} 23 & 23 & 23 & 23 \\ 947x \equiv 152 \Rightarrow 4x \equiv 14 \Rightarrow 4x \equiv \underbrace{14+2 \times 23}_{60} \xrightarrow{\substack{\div 4 \\ (23,4)=1}} x \equiv 15 \end{matrix} \\ & \text{بنابراین داریم:} \\ & \Rightarrow x = 23k + 15 \\ & \text{(در هر مرحله } 25/0 \text{ نمره)} \end{aligned}$	۹
$\begin{aligned} & 5x + 2y = 321 \xrightarrow{\text{(مرحله ۱)}} \begin{matrix} 2 & 2 \\ 5x \equiv 321 \\ 1 & 1 \end{matrix} \Rightarrow x \equiv 1 \Rightarrow \boxed{x = 2k + 1} \\ & \text{در معادله} \\ & \xrightarrow{\text{(مرحله ۲)}} 5(2k + 1) + 2y = 321 \Rightarrow 10k + 2y = 316 \xrightarrow{\div 2} 5k + y = 158 \\ & \Rightarrow \boxed{y = 158 - 5k} \end{aligned}$	۱۰

شماره:	پاسخبرگ درس: گسسته	 اداره کل آموزش و پرورش شهر تهران اداره آموزش و پرورش منطقه ۶ <b>دبیرستان ماندگار البرز</b> پایه دوازدهم، رشته ریاضی، تجربی	نمره با عدد:
نام و نام خانوادگی:	تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۱۰/۱۰		نمره با حروف:
کلاس:	زمان امتحان: ۱۰۰ دقیقه	نام دبیر: آقای	امضاء دبیر
	تعداد صفحه: ۳		

(مرحله ۳) اکنون جواب های حسابی را می یابیم:

$$\left\{ \begin{array}{l} x \geq 0 \Rightarrow 2k + 1 \geq 0 \Rightarrow k \geq -\frac{1}{2} \\ 158 - 5k \geq 0 \Rightarrow k \leq \frac{158}{5} \simeq 31.6 \end{array} \right\} \xrightarrow[k \in \mathbb{Z}]{} k = 0, 1, 2, \dots, 32$$

۳۲ روش وجود دارد.

(هر مرحله ۵/۰ نمره)

(ب) درست

(الف) درست

۱۱

(ت) نادرست

(پ) درست

(الف) ۱, ۴

(هر کدام ۲۵/۰ نمره)

۱۲

(ب)  $\begin{cases} c_3 : abfa, acfa \\ c_4 : abfca, abfda, acfda \end{cases}$

(هر کدام ۲۵/۰ نمره)

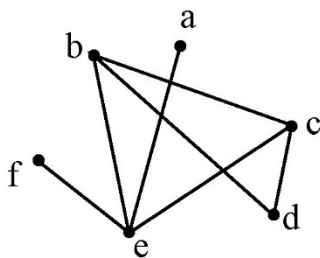
(پ) ab, afb, acfb, adfb

(هر کدام ۲۵/۰ نمره)

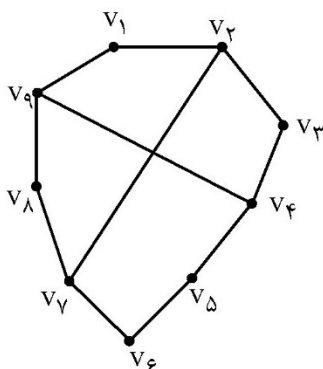
(ت)  $\begin{cases} N_G(a) = \{b, c, d, f\} \\ N_G[f] = \{f, a, b, c, d\} \end{cases}$

(هر کدام ۲۵/۰ نمره)

(ث)  $\bar{G}$ :



(۲۵/۰) نمره



۱۳