

باسمه تعالی

امتحان درس: هندسه ۳	پایه: دوازدهم	رشته: ریاضی و فیزیک	۱۴ سؤال در ۲ صفحه
نیمسال اول سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۱		زمان امتحان: ۱۴۰۱/۱۰/۱۷ ساعت ۱۰ صبح	مدت امتحان: ۱۰۰ دقیقه
نام و نام خانوادگی:		دبیر:	آموزشگاه:

«علم، گنج بزرگی است که با خرج کردن، تمام نمی شود.» حضرت علی (ع)

ردیف	سؤالات	نمره
۱	<p>جاهای خالی را با عبارت مناسب کامل کنید.</p> <p>الف) اگر A یک ماتریس اسکالر 3×3 باشد و $a_{11} = 4$؛ در اینصورت حاصل A برابر است.</p> <p>ب) اگر ماتریس $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ k+4 & r-2 \end{bmatrix}$ ماتریس همانی باشد، حاصل عبارت $2r + k$ برابر است.</p> <p>پ) فصل مشترک صفحه P، با یک سطح مخروطی در حالتی که صفحه بر محور سطح مخروطی عمود نباشد و تنها یکی از دو نیمه مخروط را قطع کند، خواهد بود.</p> <p>ت) مکان هندسی مرکز دایره هایی که بر دو خط موازی L, L' مماسند، است.</p>	۲
۲	<p>درستی یا نادرستی هریک از عبارت های زیر را مشخص کنید.</p> <p>الف) اگر $A^2 = A$ باشد، آنگاه رابطه $(I - A)(I + A) = I - A$ همواره برقرار است.</p> <p>ب) رابطه $AB = A B$ برای تمام ماتریس های مربعی برقرار است.</p> <p>پ) اگر دترمینان ماتریس ضرایب صفر باشد، آنگاه دستگاه دو معادله و دو مجهول بی شمار جواب دارد.</p> <p>ت) مکان هندسی مرکز همه دایره هایی با شعاع ثابت $\frac{r}{2}$ که بر دایره $C(O, 2r)$ در صفحه این دایره مماس خارجی هستند، دایره $C'(O, \frac{5}{2}r)$ خواهد بود.</p>	۱
۳	<p>اگر $C = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 0 & \frac{1}{2} & 4 \\ 0 & 0 & -3 \end{bmatrix}$ باشد، حاصل عبارت $2 A^3$ را محاسبه کنید.</p>	۱
۴	<p>اگر $A = [-1]$، $B = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -3 \end{bmatrix}$، $C = \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ باشند، حاصل عبارت زیر را به دست آورید.</p> <p>$2 A + C^{-1} - B^2$</p>	۱/۵
۵	<p>اگر ماتریس های $A_{3 \times 3}$، $B_{2 \times 2}$ به صورت $B = [i - 2j]_{2 \times 2}$، $a_{ij} = \begin{cases} 2i + j & ; i < j \\ 2 & ; i = j \\ 1 + j & ; i > j \end{cases}$ تعریف شده باشند،</p> <p>الف) ماتریس B, A را به صورت آرایش مستطیلی بنویسید.</p> <p>ب) حاصل عبارت $-3 B + 2 A A^{-1} - 1$ را محاسبه کنید.</p>	۲
۶	<p>اگر $\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 & 0 & 1 \\ 3 & b & 1 \end{bmatrix} a + b$ باشد، حاصل $a + b$ را بیابید.</p>	۱/۵

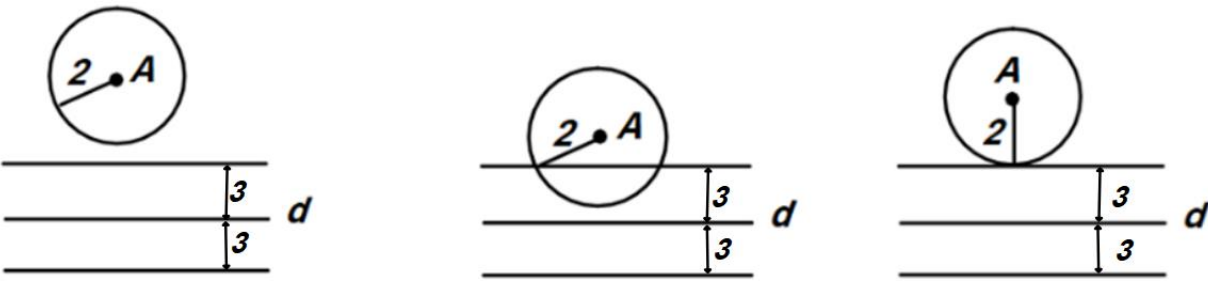
باسمه تعالی

۱/۵	مقدار m را طوری بیابید که دستگاه $\begin{cases} (m-3)x + 3y = m \\ 4x + (m+1)y = 2 \end{cases}$ جواب منحصر بفرد داشته باشد.	۷
۱/۵	نقطه A و خط d در صفحه مفروض اند. نقطه ای بیابید که از A به فاصله ۲ سانتی متر و از خط d به فاصله ۳ سانتی متر باشد. (درباره تعداد حالت ها بحث کنید).	۸
۰/۷۵	حدود a را طوری به دست آورید که معادله $x^2 + y^2 - 3x + 5y + a = 0$ نشان دهنده معادله یک دایره باشد.	۹
۱/۵	معادله دایره ای را بنویسید که با دایره $x^2 + y^2 - 2x + 3y - 4 = 0$ هم مرکز بوده و بر خط $2x - 3 = 0$ مماس باشد.	۱۰
۱/۵	وضعیت دو دایره زیر را نسبت به هم مشخص کنید. $C : (x+1)^2 + y^2 = 4$; $C' : x^2 + y^2 - 6x - 2y + 9 = 0$	۱۱
۱/۵	در نقطه $T(-1, 2)$ روی دایره $x^2 + y^2 + 2x - y - 1 = 0$ مماسی بر آن رسم می کنیم. معادله این خط مماس را بنویسید.	۱۲
۱/۵	معادله دایره ای را بنویسید که مرکز آن $O(0, 1)$ بوده و روی خط به معادله $x + y = 2$ و تری به طول $2\sqrt{2}$ جدا کند.	۱۳
۱/۲۵	وضعیت نقطه $D(2, -3)$ را نسبت به دایره $x^2 + y^2 + 4x - 2y = 4$ مشخص کنید.	۱۴
۲۰	جمع نمره:	موفق و سربلند باشید

باسمه تعالی

تعداد سوال: ۱۴	رشته: ریاضی و فیزیک	پایه: دوازدهم	راهنمای تصحیح: هندسه ۳
مدت امتحان: ۱۰۰ دقیقه	تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۱۰/۱۷	نیمسال اول سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۲	

«علم، گنج بزرگی است که با خرج کردن، تمام نمی شود.» حضرت علی (ع)

ردیف	پاسخنامه	نمره
۱	الف) $4^3 = 64$ (ب) ۲ (پ) بیضی ۰/۵ ۰/۵ ۰/۵	۲
۲	الف) درست (۰/۲۵) (ب) نادرست (۰/۲۵) (ت) درست (۰/۲۵)	۱
۳	$ A = 2 \left(\frac{1}{2}\right) (-3) = -3$, $ A ^3 = (-3)^3 = -27$, $2 A ^3 = -54$ ۰/۲۵ ۰/۲۵ ۰/۲۵ ۰/۲۵	۱
۴	$2 A = -2$, $ C = 14 \Rightarrow C^{-1} = \frac{1}{14}$, $ B = -6 \Rightarrow B^2 = B ^2 = 36$ ۰/۲۵ ۰/۲۵ ۰/۲۵ ۰/۲۵ ۰/۲۵ در نتیجه $(۰/۲۵) -2 + \frac{1}{14} - 36 = \frac{531}{14}$	۱/۵
۵	الف) $ B = 2$, $ A A^{-1} = 1$ در نتیجه $A = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 5 \\ 2 & 2 & 7 \\ 2 & 3 & 2 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} -1 & -3 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}$ ۰/۲۵ ۰/۲۵ ۰/۵ ۰/۵ ب) $(۰/۵) -3(2) + 2(1) - 1 = -5$	۲
۶	$-3 + 0 + a = 1 \Rightarrow a = 4$, $3 + 2b + a = 1 \Rightarrow b = -3$ ۰/۵ ۰/۲۵ ۰/۵ ۰/۲۵	۱/۵
۷	$\frac{m-3}{4} \neq \frac{3}{m+1} \Rightarrow (m-3)(m+1) - 12 \neq 0 \Rightarrow m^2 - 2m - 15 \neq 0$ ۰/۲۵ ۰/۲۵ ۰/۲۵ در نتیجه $(m-5)(m+3) \neq 0$. بنابراین $m \neq 5, -3$ ۰/۲۵ ۰/۵	۱/۵
۸	یک جواب (۰/۵) دو جواب (۰/۵) جواب ندارد (۰/۵)	۱/۵
		

باسمه تعالی

۰/۷۵	$a^2 + b^2 > 4c \Rightarrow 9 + 25 > 4a \Rightarrow a < \frac{17}{2}$ <p style="text-align: center;">۰/۲۵ ۰/۲۵ ۰/۲۵</p>	۹
۱/۵	$(x-1)^2 + \left(y + \frac{3}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$ <p style="text-align: center;">۰/۵ ۰/۵ ۰/۵</p> <p style="text-align: center;">در نتیجه $O\left(1, -\frac{3}{2}\right) \Rightarrow R = \frac{ 2(1)+0-3 }{\sqrt{4+0}} = \frac{1}{2}$</p>	۱۰
۱/۵	$C : O(-1, 0), R = 2, \quad C' : O'(3, 1), R' = 1 \Rightarrow OO' = \sqrt{17}$ <p style="text-align: center;">۰/۵ ۰/۵ ۰/۲۵</p> <p style="text-align: center;">در نتیجه $OO' > R + R'$. خارج هم (۰/۲۵)</p>	۱۱
۱/۵	$O\left(-1, \frac{1}{2}\right), T = (-1, 2) \Rightarrow m_{OT} = \frac{3}{0} = \infty \Rightarrow m_L = 0$ <p style="text-align: center;">۰/۵ ۰/۲۵ ۰/۲۵</p> <p style="text-align: center;">در نتیجه $L : y - 2 = 0 (x + 1) \Rightarrow y = 2$. (۰/۵)</p>	۱۲
۱/۵	$R^2 = OH^2 + HB^2 \Rightarrow R^2 = \frac{1}{2} + 2 = \frac{5}{2}$ <p style="text-align: center;">۰/۲۵ ۰/۲۵</p> $x^2 + (y-1)^2 = \frac{5}{2}$ <p style="text-align: center;">۰/۵ ۰/۲۵ ۰/۲۵</p> <p style="text-align: center;">در نتیجه $OH = \frac{ 0+1 \times 1 - 2 }{\sqrt{1+1}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow HB = \sqrt{2}$</p>	۱۳
۱/۲۵	$O(-2, 1), OD = \sqrt{32}, R = \frac{\sqrt{a^2 + b^2 - 4c}}{2} = 3 \Rightarrow OD > R$ <p style="text-align: center;">۰/۲۵ ۰/۲۵ ۰/۲۵ ۰/۲۵ ۰/۲۵</p>	۱۴
همکاران محترم ضمن عرض خسته نباشید، لطفا برای پاسخ های صحیح دیگر، نمره لازم را در نظر بگیرید.		
۲۰	جمع نمره:	موفق و سربلند باشید