

شماره:	سوال تستی درس: هندسه	 اداره کل آموزش و پرورش شهر تهران اداره آموزش و پرورش منطقه ۶ دبیرستان ماندگار البرز پایه دوازدهم، رشته ریاضی، تجربی
نام و نام خانوادگی:	تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۱۰/۱۲	
کلاس:	زمان امتحان: دقیقه	
	نام دبیر: آقای	
	تعداد صفحه: ۱	
	نمره با عدد:	
	نمره با حروف:	
	امضاء دبیر	

۱- دستگاه معادلات $\begin{cases} m(x-1) = 3(x-y) \\ 4x + (m+1)y = 2 \end{cases}$ به ازای کدام مقدار m بیشمار جواب دارد؟

(۱) ۵- (۲) -۳ (۳) ۳ (۴) ۵

۲- اگر $A = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 5 \end{bmatrix}$ باشد، دترمینان ماتریس $(A \cdot A^{-1} - A)$ کدام است؟

(۱) -۶ (۲) -۲ (۳) ۲ (۴) ۴

۳- از رابطه $\begin{bmatrix} 2 & x \\ 3 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 \\ 4 \end{bmatrix} = 9$ مقدار x کدام است؟

(۱) $\frac{5}{6}$ (۲) $\frac{5}{4}$ (۳) $\frac{3}{4}$ (۴) $\frac{2}{3}$

۴- اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 4 \end{bmatrix}$ ماتریس X از رابطه $A^2 X = 49I$ کدام است؟

(۱) $\begin{bmatrix} 19 & -28 \\ -11 & 21 \end{bmatrix}$ (۲) $\begin{bmatrix} -31 & 18 \\ 30 & -19 \end{bmatrix}$ (۳) $\begin{bmatrix} 19 & 18 \\ -30 & 31 \end{bmatrix}$ (۴) $\begin{bmatrix} 31 & -18 \\ -30 & 19 \end{bmatrix}$

۵- اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -2 & -3 & 0 \\ -4 & -5 & -6 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 3 & 0 & 2 \\ 4 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ باشد، حاصل دترمینان $\frac{1}{16} A^3 B^4$ کدام است؟

(۱) $121/5$ (۲) $364/5$ (۳) $3^4 \times 2^3$ (۴) $3^4 \times 2^7$

۶- دو خط d و d' در صفحه P هم‌دیگر را در نقطه M قطع کرده‌اند. چند نقطه در صفحه P وجود دارد که از نقطه M به فاصله ۲ واحد و از دو خط d و d' به فاصله یکسان باشد؟

(۱) بی‌شمار (۲) هیچ (۳) ۴ (۴) ۲

۷- کدام نادرست است؟

(۱) مکان هندسی نقاطی که دو مماس با زاویه بین 60° بر دایره‌ای به مرکز O و شعاع ۳ می‌توان رسم کرد، دایره‌ای به مرکز O و شعاع ۶ است.

(۲) مکان هندسی مرکز دایره‌هایی که در یک نقطه مفروض بر دایره‌ای به مرکز O و شعاع ۳ مماس است دایره‌ای به مرکز O است.

(۳) مکان هندسی مرکز دایره‌هایی که در درون دایره به مرکز O و شعاع ۳ مماس است، دایره‌ای به مرکز O است.

(۴) مکان هندسی مرکز دایره‌هایی به شعاع ۳ که بر خط d مماس است، دو خط موازی به فاصله ۳ از خط d است.

۸- محیط دایره‌ی محیطی مثلث ABC که در آن $A(4, 2)$ ، $B(-4, 6)$ و $C(-1, 7)$ ، کدام است؟

(۱) 20π (۲) 15π (۳) 10π (۴) 5π

۹- دایره‌ای در ناحیه‌ی اول دستگاه مختصات بر محورهای مختصات و خط $3x + 4y = 12$ مماس می‌باشد. طول شعاع دایره کدام است؟

(۱) ۲ و ۶ (۲) ۱ و ۵ (۳) ۲ و ۵ (۴) ۱ و ۶

۱۰- طول وتر جدا شده از خط $4y + 3x + 2 = 0$ توسط دایره $x^2 + y^2 - 2x = 3$ کدام است؟

(۱) ۲ (۲) $2\sqrt{3}$ (۳) $3\sqrt{2}$ (۴) ۴

شماره:	برسته	 اداره کل آموزش و پرورش شهر تهران اداره آموزش و پرورش منطقه ۶ دبیرستان ماندگار البرز پایه دوازدهم، رشته ریاضی، تجربی
نام و نام خانوادگی:		
کلاس:		
نمره با عدد:	پاسخنامه تستی درس: هندسه	
نمره با حروف:	تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۱۰/۱۲	
	زمان امتحان: ۱۰۰ دقیقه	
امضاء دبیر	نام دبیر: آقای	
	تعداد صفحه: ۲	

۱- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\begin{cases} (m-3)x + 3y = m \\ 4x + (m+1)y = 2 \end{cases} \Rightarrow \frac{m-3}{4} = \frac{3}{m+1} = \frac{m}{2}$$
 باید هر دو تساوی فوق برقرار باشند:

$$\frac{m-3}{4} = \frac{m}{2} \Rightarrow m-3 = 2m \Rightarrow m = -3$$
 که در معادله دیگر نیز صدق می‌کند.

۲- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$(A \cdot A^{-1} - A) = I - A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -1 & -4 \end{bmatrix} \Rightarrow \text{دترمینان} = -4 - 2 = -6$$

۳- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$[6 \quad 3x] \begin{bmatrix} -1 \\ 4 \end{bmatrix} = 9 \Rightarrow -6 + 12x = 9 \Rightarrow x = \frac{5}{4}$$

۴- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. از رابطه ماتریسی داریم:

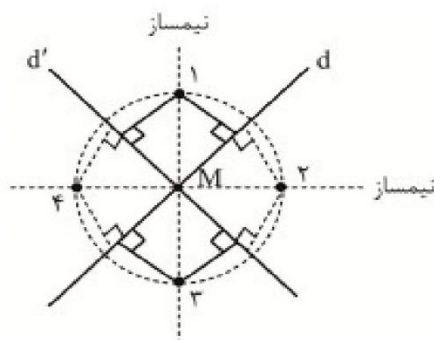
$$A^2 X = 49I \Rightarrow X = 49(A^2)^{-1}$$

$$A^2 = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 19 & 18 \\ 30 & 31 \end{bmatrix} \Rightarrow |A^2| = 49$$

$$X = \begin{bmatrix} 31 & -18 \\ -30 & 19 \end{bmatrix} \text{ پس}$$

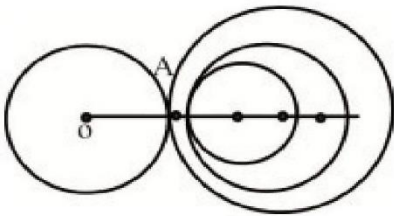
۵- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. چون $A^3 B^4$ ماتریس 3×3 است بنابراین خواص ماتریس داریم:

$$\left| \frac{1}{16} A^3 B^4 \right| = \left(\frac{1}{16} \right)^3 |A|^3 |B|^4 = \frac{1}{216} \times (3 \times 6)^3 \times (-2 \times -2)^4 = \frac{729}{2} = 364.5$$

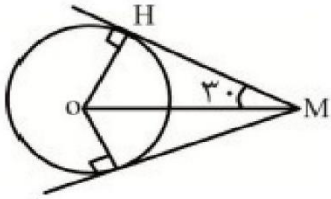


۶- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.
 هر نقطه روی نیمساز زوایای بین دو خط متقاطع d و d'، از آن خطوط (اضلاع زاویه) به یک فاصله است. محل برخورد دایره‌ای به مرکز M و به شعاع ۲ واحد با دو نیمساز خطوط متقاطع d و d' جواب مسئله است که شامل ۴ نقطه مطابق شکل مقابل می‌شود.

۷- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.
در گزینه ۲، اگر نقطه مفروض را A بنامیم، مرکز دایره‌ها OA و امتداد آن است.

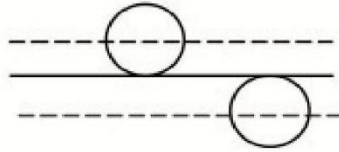
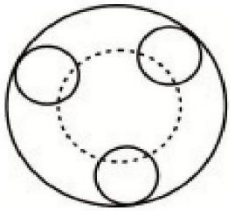


مکان نقطه M در گزینه ۱ دایره‌ای به مرکز O و شعاع OM است.



$$OM = \frac{OH}{\sin 30^\circ} = 6$$

گزینه ۳ و ۴ به شکل زیر هستند:



۸- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. معادله‌ی دایره محیطی را به صورت $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$ در نظر می‌گیریم:

$$\left. \begin{aligned} A(4, 2) &\Rightarrow 4a + 2b + c = -20 \\ B(-4, 6) &\Rightarrow -4a + 6b + c = -52 \\ C(-1, 7) &\Rightarrow -a + 7b + c = -50 \end{aligned} \right\} \Rightarrow a = 2, b = -4, c = -20$$

$$\Rightarrow x^2 + y^2 + 2x - 4y - 20 = 0 \Rightarrow r = \frac{1}{2} \sqrt{a^2 + b^2 - 4c} \Rightarrow r = \frac{1}{2} \sqrt{4 + 16 + 80} = 5$$

$$\text{محیط دایره} = 2\pi r = 2\pi(5) = 10\pi$$

۹- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. چون دایره در ربع اول بر محورهای مختصات مماس است، پس مرکز آن $O(\alpha, \alpha)$ و شعاع آن α است. از طرفی فاصله‌ی مرکز دایره تا خط مماس $3x + 4y = 12$ ، برابر شعاع دایره است. پس:

$$\alpha = \frac{|3\alpha + 4\alpha - 12|}{\sqrt{9 + 16}} \Rightarrow 5\alpha = |7\alpha - 12| \Rightarrow \begin{cases} \alpha = 6 \\ \alpha = 1 \end{cases}$$

۱۰- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$(x - 1)^2 + y^2 = 4 \Rightarrow O(1, 0), R = \sqrt{4} = 2$$

$$OH = \frac{|0 + 3 + 2|}{\sqrt{4^2 + 3^2}} = 1 \Rightarrow \left(\frac{d}{2}\right)^2 = 2^2 - 1^2 \Rightarrow d = 2\sqrt{3}$$