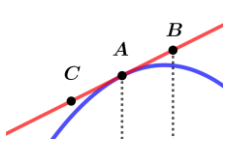


به نام آرامش بخش دلها

نام و نام خانوادگی:	نام درس: ریاضی 3	رشته تحصیلی: تجربی	تاریخ: .../98/3
ساعت: 8 نوبت صبح	مدت امتحان: 110 دقیقه	آزمون شامل 15 سوال است	طراح:

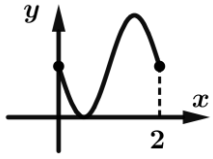
استفاده از ماشین حساب در حد چهار عمل اصلی بلا مانع است (15 سوال در دو صفحه تنظیم شده)

بارم	سوالات	ردیف
0/5	گزینه درست را انتخاب نمایید. (1) وارون تابع $f(x) = (x - 1)^2, x \leq 1$ عبارتست از تابع الف) $f(x) = -\sqrt{x} + 1$ ب) $f(x) = \sqrt{x} + 1$ (2) دو دایره با معادلات زیر نسبت به هم چه وضعی دارند؟ $x^2 + y^2 + 2x + 6y + 6 = 0$ و $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 = 3$ الف) متداخل ب) متخارج	-1
2	هر یک از جمله های زیر را با عبارت مناسب طوری کامل نمایید که یک گزاره صحیح حاصل شود. (1) دامنه و برد تابع $y = -\frac{1}{2}\sqrt{x+2}$ به ترتیب عبارتند از و (2) باقیمانده چند جمله ای $2x^3 + x^2 + 1$ بر $x + 1$ عبارتست از (3) اگر صفحه p بر محور سطح مخروطی عمود باشد و از راس آن عبور نکند، شکل حاصل است.	-2
1	اگر $f(x) = 2x - 1, g(x) = \sqrt{x}$ ، دامنه و ضابطه تابع $f \circ g$ را بدست آورید.	-3
1	تابع $y = -\sin \pi x + 1$ را در نظر بگیرید، با پیدا کردن مقادیر ماکزیمم، مینیمم و دوره تناوب، نمودار آن را در یک دوره تناوب رسم کنید.	-4
1	جواب کلی معادله مثلثاتی زیر را بدست آورید. $2 \sin x - \cos 2x = 1$	-5
1/5	حاصل حدود زیر را بدست آورید. الف) $\lim_{x \rightarrow -8} \frac{\sqrt[3]{x} + 2}{2x + 16}$ ب) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^2 - 3x + 1}{x^3 + 5x - 3}$ ج) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \tan x$	-6
1	برای تابع f در شکل روبرو داریم $f(3) = 2.5, f'(3) = 0.5$. با توجه به شکل، عرض نقطه B را بدست آورید. 	-7

1	<p>نمودار تابع پیوسته ای را رسم کنید که در <u>تمام شرایط</u> زیر صدق کند:</p> <p>✓ وقتی $x \rightarrow 1$ ، $y \rightarrow +\infty$</p> <p>✓ مشتق آن در $x = 3$ برابر صفر شود</p> <p>✓ در نقطه $x = 0$ مشتق پذیر نباشد</p>	-8
1/75	<p>مشتق توابع زیر را بدست آورید. (محاسبه لازم نیست)</p> <p>الف) $f(x) = (2x^3 + 1)(-x^2 + 7x - 2)^2$</p> <p>ب) $g(x) = \frac{9x - 2}{\sqrt{x}}$</p>	-9
1/25	<p>کدام یک از عبارات زیر درست و کدام نادرست است؟</p> <p>الف) آهنگ تغییر متوسط تابعی مانند f در بازه $[0,1]$ همیشه کمتر از شیب آن منحنی در نقطه است.</p> <p>ب) اگر تابعی صعودی باشد، آهنگ تغییر متوسط آن، همواره صعودی است.</p> <p>پ) تابعی وجود ندارد که برای آن هم $f(a) = 0$ و هم $f'(a) = 0$.</p>	-10
2	<p>با تشکیل جدول تغییرات تابع $f(x) = x^3 + 3x^2 - 4$، مشخص کنید تابع در چه بازه هایی صعودی اکید و در کدام بازه ها نزولی اکید است؟</p>	-11
1/5	<p>می خواهیم یک قوطی فلزی استوانه ای شکل بسازیم که گنجایش آن دقیقا 16π متر مکعب باشد. ابعاد قوطی را طوری پیدا کنید که هزینه فلز استفاده شده در آن مینیمم شود.</p>	-12
1/25	<p>معادله دایره ای به مرکز $C(1,2)$ را بنویسید که بر خط $3x + 4y - 1 = 0$ مماس باشد.</p>	-13
1/25	<p>کانون های یک بیضی $(1, -5)$ و $(1, 3)$ است. اگر $a=6$ باشد، اندازه قطر کوچک و خروج از مرکز بیضی را پیدا کنید.</p>	-14
2	<p>40 درصد دانشجویان دانشگاهی، پسرند. $\frac{1}{6}$ پسرها و نصف دخترها خوابگاهیند. اگر دانشجویی از این دانشگاه به تصادف انتخاب شود، با کدام احتمال خوابگاهيست؟</p>	-15

به نام آرامش بخش دلها

پاسخنامه آزمون

بارم	پاسخ سوالات	ردیف
0/5	(1) الف) (2) ب) هر مورد (0.25)	-1
2	هر یک از جمله های زیر را با عبارت مناسب طوری کامل نمایید که یک گزاره صحیح حاصل شود. (1) $D = [-2, +\infty)$ و $R = (-\infty, 0]$ (2) صفر (3) هذلولی هر مورد (0.5)	-2
1	اگر $f(x) = 2x - 1$, $g(x) = \sqrt{x}$ ، دامنه و ضابطه تابع $f \circ g$ را بدست آورید. $D_{f \circ g} = \{x \in D_g g(x) \in D_f\}$ (0.25) = $\{[0, +\infty) \sqrt{x} \in \mathcal{R}\}$ (0.25) = $[0, +\infty)$ (0.25) $(f \circ g)(x) = f(g(x)) = 2\sqrt{x} - 1$ (0.25)	-3
1	$a = -1$ $\max = a = 1$ (0.25) $b = \pi$ $\min = - a = -1$ (0.25) $c = 1$ $T = \frac{2\pi}{ b } = 2$ (0.25)  (0.25)	-4
1	(0.25) $2 \sin x - \cos 2x = 1 \Rightarrow 2 \sin x - (1 - 2 \sin^2 x) - 1 = 0 \Rightarrow$ (0.25) $2 \sin^2 x + 2 \sin x = 0 \Rightarrow 2 \sin x (\sin x + 1) = 0 \Rightarrow$ $\sin x \Rightarrow x = K\pi, K \in \mathcal{Z}$ (0.25) $\sin x = -1 \Rightarrow x = 2K\pi - \frac{\pi}{2}, K \in \mathcal{Z}$ (0.25)	-5
1/5	حاصل حدود زیر را بدست آورید. (0.25) الف) $\lim_{x \rightarrow -8} \frac{\sqrt[3]{x} + 2}{2x + 16} \times \frac{\sqrt[3]{x^2 - 2\sqrt[3]{x}} + 4}{\sqrt[3]{x^2 - 2\sqrt[3]{x}} + 4} = \lim_{x \rightarrow -8} \frac{\sqrt[3]{x + 8}}{2(x + 8)} \times \frac{1}{12}$ (0.25) $= \frac{1}{24}$ (0.25) ب) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^2 - 3x + 1}{x^3 + 5x - 3} = 0$ (0.25) ج) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \tan x = -\infty$ (0.5)	-6

1	$m_{\text{مماس}} = f'(3) \Rightarrow m_{\text{مماس}} = 0.5 \quad (0.25)$ $y = m(x - x_0) + y_0 \Rightarrow y = 0.5(x - 3) + 2.5 \quad (0.5)$ معادله مماس $y = 0.5x - 1 \Rightarrow y_B = 2 - 1 = 1 \quad (0.25)$	-7															
1	هر نمودار صحیحی قابل قبول است و رعایت هر شرط (0.25)	-8															
1/75	$f'(x) = (2x^3 + 1)'(-x^2 + 7x - 2)^2 + (2x^3 + 1)[(-x^2 + 7x - 2)'] =$ $(0.25) \quad (0.25) \quad (0.5)$ $= \overbrace{(6x^2 + 1)(-x^2 + 7x - 2)^2}^{(0.25)} + \overbrace{(2x^3 + 1)[2(-2x + 7)(-x^2 + 7x - 2)]}^{(0.25)}$ $(0.25) \quad (0.25) \quad (0.25)$ $\overbrace{9\sqrt{x}}^{(0.25)} \quad \overbrace{(9x - 2) \times \frac{1}{2\sqrt{x}}}^{(0.25)}$ ب) $g'(x) = \frac{(9x - 2)'\sqrt{x} - (9x - 2)(\sqrt{x})'}{(\sqrt{x})^2} = \frac{x}{(0.25)}$	-9															
1/5	الف) نادرست ب) نادرست پ) نادرست	-10															
1/75	$f'(x) = 3x^2 + 6x \quad (0.25) \Rightarrow 3x^2 + 6x \Rightarrow 3x(x + 2) = 0 \Rightarrow$ $x = 0, x = -2 \quad (0.5)$ <table style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">x</td> <td style="padding: 5px;">$-\infty$</td> <td style="padding: 5px;">-2</td> <td style="padding: 5px;">0</td> <td style="padding: 5px;">$+\infty$</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">f'</td> <td style="padding: 5px;">$+$</td> <td style="padding: 5px;">0</td> <td style="padding: 5px;">$-$</td> <td style="padding: 5px;">0</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">f</td> <td style="padding: 5px;">\nearrow</td> <td style="padding: 5px;">0</td> <td style="padding: 5px;">\searrow</td> <td style="padding: 5px;">\nearrow</td> </tr> </table> رسم جدول (0.25) تابع f در $(-\infty, -2] \cup [0, +\infty)$ اکیدا صعودیست (0.5) و در بازه $[-2, 0]$ اکیدا نزولی است (0.25)	x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$	f'	$+$	0	$-$	0	f	\nearrow	0	\searrow	\nearrow	-11
x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$													
f'	$+$	0	$-$	0													
f	\nearrow	0	\searrow	\nearrow													
1/5	اگر شعاع قاعده قوطی را r و ارتفاع آن را h بگیریم داریم $V = \pi r^2 h \Rightarrow 16\pi = \pi r^2 16 \quad (0.25) \Rightarrow h = \frac{16}{r^2}$ $S = 2\pi r^2 + 2\pi r h \quad (0.25) = 2\pi r^2 + 2\pi r \times \frac{16}{r^2} = 2\pi r^2 + \frac{32\pi}{r} \quad (0.25)$ $S' = 4\pi r - \frac{32\pi}{r^2} = 0 \Rightarrow 4\pi r = \frac{32\pi}{r^2} \Rightarrow r^3 = 8 \Rightarrow r = 2 \quad (0.25)$ $h = \frac{16}{4} = 4 \quad (0.25)$	-12															
1/25	می دانیم شعاع دایره برابر است با فاصله مرکز تا خط مماس پس $r = \frac{ ax_0 + by_0 + c }{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{ 3 \times 1 + 4 \times 2 - 1 }{\sqrt{9 + 16}} = \frac{10}{5} = 2 \quad (0.5)$ معادله دایره $(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = r^2 \Rightarrow (x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 4 \quad (0.5)$	-13															
1/25	$2c = 1 - (-5) = 6 \Rightarrow c = 3 \quad (0.25)$	-14															

	$b^2 = a^2 - c^2 \Rightarrow b^2 = 36 - 9 = 25 \Rightarrow b = 5(0.5) \Rightarrow 2b = 10(0.25)$ $\frac{c}{a} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} \quad (0.25)$	
2	<p>اگر دانشجویان خوابگاهی را با A و دانشجویان پسر را با B و دانشجویان دختر را با G نمایش دهیم، داریم</p> $P(A) = P(A B) \times P(B) + P(A G) \times P(G) \quad (0.5)$ $P(A) = \frac{1}{6} \times \frac{40}{100} + \frac{1}{2} \times \frac{60}{100} = \frac{1}{15} + \frac{3}{10} = \frac{11}{30} \quad (0.25)$ <p style="text-align: center;"> <small>(0.25) (0.25) (0.25) (0.5)</small> </p>	-15

قابل توجه مصحح گرامی: هر راه حل صحیح قابل قبول می باشد.

با آرزوی موفقیت برای شما عزیزان