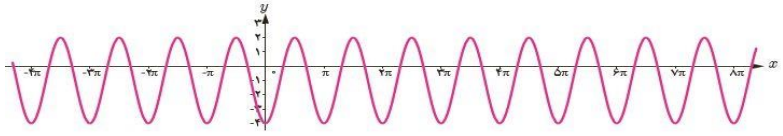
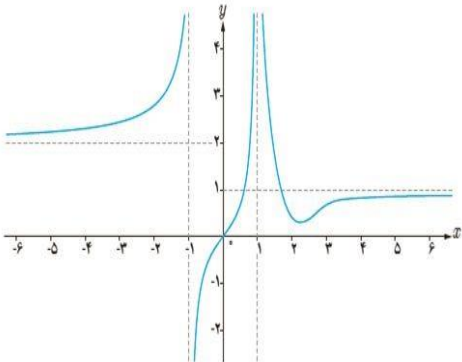


سوالیات امتحان درس: ریاضی ۳	پایه: دوازدهم	رشته: علوم تجربی	تاریخ آزمون: ۹۸ / ۰۳ /
امتحانات خرداد ماه	سال تحصیلی ۹۷-۹۸	تعداد صفحات سوال: ۲ صفحه	ساعت شروع: ۸/۳۰ صبح
نام و نام خانوادگی:	دبیرستان:	سنجش و ارزشیابی	مدت آزمون: ۱۰ دقیقه

امام علی (ع): دانش، میراثی گرانبها، و آداب، زیورهای همیشه تازه، و اندیشه، آینه ای شفاف است .

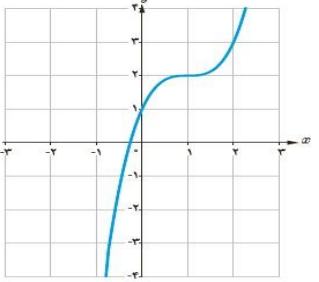
ردیف	سوالیات	بارم
۱	درستی یا نادرستی عبارات های زیر را مشخص کنید. الف) در احتمال شرطی تعداد اعضای فضای نمونه تغییر می کند. ب) دو پیشامد را مستقل گویند هر گاه اشتراک آنها تهی باشد.	۰/۵
۲	جاهای خالی را با کلمات مناسب کامل کنید. الف) تابعی که اکیداً صعودی یا اکیداً نزولی باشد تابع..... است. ب) شرط این که دو دایره مماس بیرونی باشند این است که پ) مقدار را خروج از مرکز بیضی می نامند و معمولاً با حرف e نشان می دهند.	۱/۲۵
۳	نمودار تابع $y = (x-1)^3 + 2$ را رسم نمایید.	۰/۷۵
۴	در تابع $f(x) = x^2 - 3$ و $g(x) = \sqrt{x+1}$ مطلوب است: الف) $(f \circ g)(x) =$ ب) $D_{g \circ f} =$	۱
۵	معادله مثلثاتی مقابل را حل کنید $\sin 2x + 2 \sin x = 0$	۱
۶	ضابطه مربوط به نمودار تابع زیر را بنویسید. 	۱
۷	نمودار تابع f به شکل زیر است حدود خواسته شده را بنویسید. $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) =$ $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) =$ 	۱
۸	حاصل حد های زیر را محاسبه کنید. ب) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{2x-3}$ $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{[x]-3}{ 2x-1 }$	۱
۹	معادله خط مماس بر منحنی تابع $y = 2x^2 + 3$ را در نقطه ای به طول ۲- بنویسید.	۱
۱۰	مشتق پذیری تابع $f(x) = \sqrt[3]{x}$ را در نقطه $x = 0$ بررسی کنید.	۱

۲	مشتق توابع زیر را به دست آورید. $f(x) = \left(\frac{-3x-1}{x^2+5}\right)^8$ $g(x) = (\sqrt{3x+2})(x^3+1)$	۱۱
۱	معادله حرکت متحرکی به صورت $f(t) = t^2 - t + 10$ بر حسب متر در بازه زمانی $[0,5]$ (بر حسب ثانیه) داده شده است. در کدام لحظه سرعت لحظه ای با سرعت متوسط در بازه زمانی $[0,5]$ باهم برابرند؟	۱۲
۲/۵	با تشکیل جدول تغییرات تابع $f(x) = x^3 - 3x$ ، مشخص کنید تابع در چه بازه ای اکیدا صعودی و در کدام بازه اکیدا نزولی است؟ نقاط اکسترمم نسبی آن را در صورت وجود مشخص کرده و نوع آنها را تعیین کنید.	۱۳
۱	می خواهیم یک قوطی فلزی استوانه ای شکل و در باز بسازیم که گنجایش آن دقیقاً یک لیتر باشد. ابعاد قوطی چقدر باشد تا مقدار فلز به کار رفته در تولید آن مینیمم شود.	۱۴
۱	اگر در یک بیضی داشته باشیم $a = 5$ و $b = 3$ ، در این صورت اندازه ی فاصله ی کانونی را حساب کنید	۱۵
۱/۵	معادله ی گسترده دایره ای به صورت $x^2 + y^2 - 2x - 6y + 6 = 0$ است. مختصات مرکز دایره و شعاع آن را پیدا کرده و معادله ی دایره را به شکل استاندارد بنویسید.	۱۵
۰/۵	پدر علی سه فرزند دارد احتمال آنکه فقط یکی از آن ها دختر باشد چقدر است؟	۱۷
۱	دو ظرف یکسان داریم، ظرف اول شامل ۴ مهره سبز و ۶ مهره آبی و ظرف دوم شامل ۵ مهره سبز و ۷ مهره آبی است. از ظرف اول به تصادف یک مهره انتخاب کرده و بدون رؤیت در ظرف دوم قرار می دهیم. سپس یک مهره از ظرف دوم انتخاب می کنیم، به چه احتمالی این مهره سبز است؟	۱۸
۲۰	نام و نام خانوادگی طراح: رضا علیوند	

پاسخنامه سؤالات ریاضی ۳

پایه: دوازدهم متوسطه رشته: علوم تجربی امتحانات نوبت خرداد ماه

امام علی (ع): دانش، میراثی گرانبها، و آداب، زیورهای همیشه تازه، و اندیشه، آینه ای شفاف است

بارم	پاسخنامه سؤالات	ردیف
۰/۵	الف) درست ب) نادرست	۱
۰/۷۵	الف) اکیدا یکنوا (ب) $oo' = r + r'$ (خط مرکزین) (پ) ۰/۵	۲
۰/۷۵	رسم درست ۰/۷۵ 	۳
۱	الف) $(f \circ g)(x) = f(g(x)) = f(\sqrt{x+1}) = (\sqrt{x+1})^2 - 3 = x - 2$ ۰/۵ ب) $D_{g \circ f} = \{x \in D_f \mid f(x) \in D_g\} = \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 - 3 \geq -1\} = \mathbb{R} - (-2, +2)$ ۰/۵	۴
۱	$\sin 2x + 2 \sin x = 0 \rightarrow 2 \sin x \cdot \cos x + 2 \sin x = 0 \rightarrow 2 \sin x (\cos x + 1) = 0 \rightarrow \begin{cases} 2 \sin x = 0 \rightarrow x = k\pi \\ \cos x = -1 \rightarrow x = 2k\pi + \pi \end{cases}$	۵
۱	با توجه به نمودار، تابع کسینوسی است و a منفی و b مثبت است. $c = \frac{\max + \min}{2} = \frac{2 - 4}{2} = -1$ $ a = \frac{\max - \min}{2} = 3 \rightarrow a = -3$ و $ b = \frac{2\pi}{T} = 2 \rightarrow b = 2$ در نتیجه $y = -3 \cos 2x - 1$	۶
۱	$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$ $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = +\infty$ $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 2$ $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x) = -\infty$	۷
۱	الف) $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{[x] - 3}{ 2x - 1 } = \frac{0 - 3}{0^+} = -\infty$ ب) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{2x - 3} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x(2 - \frac{3}{x})} = \frac{1}{-\infty} = 0$	۸
۱	$f(x) = 2x^2 + 3 \rightarrow f'(x) = 4x \rightarrow f'(-2) = -8$ $f(x) = 2x^2 + 3 \rightarrow f(-2) = 11$ معادله خط ممای بر منحنی $y - 11 = -8(x + 2) \rightarrow y = -8x - 5$	۹
۱	بنابراین تابع در صفر مشتق پذیر نیست. $f'(\circ) = \lim_{x \rightarrow \circ} \frac{\sqrt[3]{x} - \circ}{x} = \lim_{x \rightarrow \circ} \frac{\sqrt[3]{x}}{x} = \lim_{x \rightarrow \circ} \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}} = +\infty$	۱۰
۲	$f(x) = \left(\frac{-3x-1}{x^2+5}\right)^8 \rightarrow f'(x) = 8 \left(\frac{-3(x^2+5) - 2x(-3x-1)}{(x^2+5)^2}\right) \left(\frac{-3x-1}{x^2+5}\right)^7$ $g(x) = (\sqrt{3x+2})(x^3+1) \rightarrow g'(x) = \frac{3}{2\sqrt{3x+2}}(x^3+1) + 3x^2(\sqrt{3x+2})$	۱۱
۱	سرعت لحظه ای $= 2t - 1$ و $\frac{f(5) - f(0)}{5 - 0} = \frac{30 - 10}{5} = 4$ سرعت متوسط، که با مساوی قرار دادن آن ها داریم: $2t - 1 = 4 \Rightarrow t = 2/5s$	۱۲

۲/۵	$f'(x) = 3x^2 - 3$ $f'(x) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 1 \end{cases}$	f' را به دست آورده و آن را تعیین علامت می کنیم	۱۳																									
	<table border="1"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>-1</td> <td>1</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>بازه</td> <td>$(-\infty, -1)$</td> <td>$(-1, 1)$</td> <td>$(1, +\infty)$</td> <td></td> </tr> <tr> <td>علامت f'</td> <td>$+$</td> <td>0</td> <td>$-$</td> <td>$0+$</td> </tr> <tr> <td>یکنوایی f</td> <td>$-\infty$</td> <td>اکیدا صعودی</td> <td>۲</td> <td>اکیدا نزولی</td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> <td>-2</td> <td>اکیدا صعودی</td> </tr> </table>	x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	بازه	$(-\infty, -1)$	$(-1, 1)$	$(1, +\infty)$		علامت f'	$+$	0	$-$	$0+$	یکنوایی f	$-\infty$	اکیدا صعودی	۲	اکیدا نزولی				-2	اکیدا صعودی		
x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$																								
بازه	$(-\infty, -1)$	$(-1, 1)$	$(1, +\infty)$																									
علامت f'	$+$	0	$-$	$0+$																								
یکنوایی f	$-\infty$	اکیدا صعودی	۲	اکیدا نزولی																								
			-2	اکیدا صعودی																								
	نقاط $(-1, 2)$ و $(1, -2)$ نقاط اکسترم های نسبی تابع هستند که ماکزیمم نسبی $(-1, 2)$ و مینیمم نسبی $(1, -2)$ می باشد.																											
۱	حجم استوانه $= 1000 \text{ (lit)} = 1000 \text{ (cm}^3\text{)}$ $\Rightarrow \pi r^2 h = 1000 \text{ (cm}^2\text{)} \Rightarrow h = \frac{1000}{\pi r^2}$	باید مساحت کل استوانه کمترین مقدار ممکن گردد. مساحت جانبی + مساحت قاعده = مساحت کل استوانه \rightarrow	۱۴																									
		$s(r) = \pi r^2 + 2\pi r h = \pi r^2 + \frac{2000}{r}$																										
۱	$b^2 = a^2 - c^2 \Rightarrow c^2 = 25 - 9 = 16 \Rightarrow c = \sqrt{16} = 4$ $FF' = 2c = 8$		۱۵																									
۱/۵	$x^2 + y^2 - 2x - 6y + 6 = 0 \rightarrow (x-1)^2 + (y-3)^2 = 4 = r^2$ پس مختصات مرکز دایره $(1, 3)$ بوده و شعاع آن ۲ می باشد.		۱۶																									
۰/۵	$P(A) = \frac{\binom{3}{1}}{7} = \frac{3}{7}$		۱۷																									
۱	مهره انتخاب شده از ظرف اول می تواند سبز یا آبی می باشد اگر این پیشامدها را به ترتیب با G و B و پیشامد انتخاب مهره سبز از ظرف دوم را با A نشان دهیم خواهیم داشت: $P(A) = P(G).P(A G) + P(B).P(A B) = \frac{4}{10} \times \frac{6}{13} + \frac{6}{10} \times \frac{5}{13} = \frac{54}{130}$		۱۸																									
۲۰	نام و نام خانوادگی: رضا علیوند																											

توجه:

- ۱- بارم راه حل با توجه به بارم کلی با نظر همکاران محترم توزیع گردد.
- ۲- به پاسخ های درست دیگر متناسب با بارم سوالات نمره در نظر گرفته شود.