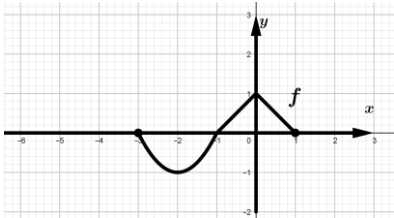
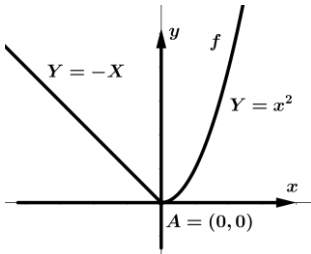
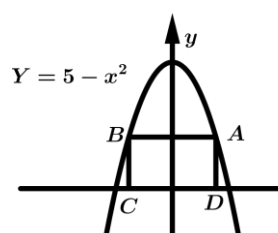


به نام یکتای هستی بخش

نام و نام خانوادگی:	نام درس: ریاضی 3	رشته تحصیلی: تجربی	تاریخ: .../3/98
ساعت: 8 صبح	نوبت: خرداد	مدت امتحان: 110 دقیقه	طراح:

استفاده از ماشین حساب در حد چهار عمل اصلی بلا مانع است (17 سوال در 2 صفحه تنظیم شده)

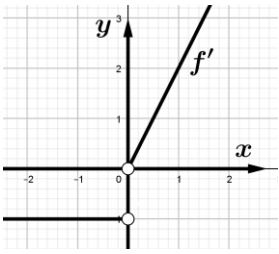
بارم	سوالات	ردیف
0/5	گزینه درست را انتخاب نمایید. ➤ سطح مقطع استوانه با صفحه مایلی که با قاعده های استوانه متقاطع نباشد، (بیضی، سهمی) است. ➤ دوره تناوب $\tan 2x$ عبارتست از $(\frac{\pi}{2}, \pi)$	-1
0/75	هر یک از جمله های زیر را با عبارت مناسب طوری کامل نمایید که یک گزاره صحیح حاصل شود. ➤ اگر $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{ax^n - 3x + 1}{x^2 + 5x - 3} = \frac{2}{5}$ مقادیر a و n به ترتیب عبارتند از و ➤ دایره C به مرکز $(-1, 2)$ و شعاع 3 و دایره C' به معادله $x^2 + y^2 + 2x + 6y + 6 = 0$ نسبت به هم هستند.	-2
1	اگر نمودار تابع f بصورت زیر باشد، نمودار $2f(-\frac{x}{2})$ را رسم کنید. 	-3
1	اگر $f(x) = \frac{1}{8}x - 3$ ، $g(x) = x^3$ ، مقدار $(f \circ g)^{-1}(5)$ را بدست آورید.	-4
1	دوره تناوب و مقادیر ماکزیمم و مینیمم یک تابع مثلثاتی داده شده، ضابطه آن را بنویسید و نمودارش را در یک دوره تناوب رسم کنید. $T = \pi$ ، $max = 3$ ، $min = -1$	-5
1	معادله مثلثاتی $\cos 2x = \sin \frac{\pi}{6}$ را حل کنید و جواب هایی را که در بازه $[0, \pi]$ قرار دارد را مشخص نمایید.	-6
1/5	حاصل حدود زیر را بدست آورید. الف) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - \sqrt{x}}{x^2 + x - 2}$ ب) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x + 1}{\sin^2 x}$	-7
1	اگر تابع $f(x) = x^2 - ax$ در نقطه ای به طول 2 بر خط $y = 3x - 1$ مماس باشد، مقدار a را بیابید.	-8

2	<p>با محاسبه مشتق راست و مشتق چپ تابع داده شده در نقطه A، نشان دهید که این تابع در نقطه A مشتق پذیر نیست. سپس نمودار تابع مشتق را رسم کنید.</p> 	-9
1/5	<p>مشتق توابع زیر را بدست آورید. (محاسبه لازم نیست)</p> <p>الف) $f(x) = \left(\frac{x^2}{3x-1}\right)^5$</p> <p>ب) $g(x) = (x^3 + 1) + \sqrt{3x+2}$</p>	-10
1	<p>اگر نیم مماس های چپ و راست تابع $f(x) = x (x+a)$ در نقطه $x=0$ بر هم عمود باشند، مجموعه مقادیر a را بدست آورید.</p>	-11
1/5	<p>در تابع $f(x) = -x^3 + 3x + 2$ ابتدا نقاط بحرانی تابع را بدست آورید و سپس با رسم جدول تغییرات تابع، نقاط ماکزیمم نسبی و منیمم نسبی آن را در صورت وجود بدست آورید.</p>	-12
1	<p>تابع $f(x) = 7\sqrt{x} + 50$ قد متوسط کودکان را بر حسب سانتیمتر تا حدود 60 ماهگی نشان می دهد که در آن x مدت زمان پس از تولد بر حسب ماه است، آهنگ متوسط رشد در بازه زمانی $[0,25]$ چقدر است؟</p>	-13
1/5	<p>مطابق شکل روبرو از نقطه A روی منحنی تابع $y = 5 - x^2$ خطوطی بر محور x ها و y ها عمود کرده ایم. بیشترین مساحت مستطیل ABCD چقدر است؟</p> 	-14
1/25	<p>مرکز دایره ای نقطه $O(4,2)$ است. این دایره روی خط $y = 1$ و تری به طول 6 جدا می کند، معادله این دایره را بنویسید.</p>	-15
1/25	<p>خروج از مرکز یک بیضی افقی $\frac{4}{5}$، مرکز آن $(-4, -1)$ و طول قطر کوچک این بیضی 6 واحد است. مختصات قطر بزرگ بیضی را پیدا کنید.</p>	-16
2	<p>سه جعبه یکسان داریم، در اولین جعبه 12 مهره قرار دارد که 4 تای آنها قرمز است و در جعبه دوم 10 مهره وجود دارد که تمام آنها قرمزند و در جعبه سوم 8 مهره قرار دارد که 6 تای آنها قرمز است. به تصادف یکی از جعبه ها را انتخاب کرده و از آن یک مهره بیرون می آوریم. احتمال اینکه مهره انتخابی قرمز باشد را پیدا کنید.</p>	-17

به نام یکتای هستی بخش

پاسخنامه آزمون

بارم	پاسخ سوالات	ردیف
0/5	بیضی ، $\frac{\pi}{2}$ (هر مورد 0.25)	-1
0/75	$\frac{2}{5}$ ، 2 ، مماس بیرون (هر مورد 0.25)	-2
1	<p>هر یک از نمودارهای $f(-x)$ و $f(-\frac{x}{2})$ (0.25) و نمودار $2f(-\frac{x}{2})$ (0.5) نمره</p> <p>در صورتیکه نمودار نهایی کشیده شده باشد تمام نمره منظور شود.</p>	-3
1	$(f \circ g)^{-1}(5) = t$ (0.25) $\Rightarrow (f \circ g)(t) = 5$ (0.25) $\Rightarrow \frac{1}{8}t^3 - 3 = 5$ (0.25) $\Rightarrow t^3 = 64 \Rightarrow t = 4$ (0.25)	-4
1	$c = \frac{\max + \min}{2} = \frac{3 - 1}{2} = 1$ $ a = \max - c \Rightarrow a = 3 - 1 = 2 \Rightarrow a = \pm 2$ $T = \frac{2\pi}{ b } \Rightarrow \pi = \frac{2\pi}{ b } \Rightarrow b = 2 \Rightarrow b = \pm 2$ $y = 2 \sin 2x$ یا $y = -2 \sin(-2x)$ یا $y = 2 \sin(-2x) + 1$ یا $y = -2 \sin(2x) + 1$	-5
	<p>نوشتن یک ضابطه (0.5)</p> <p>نمودار نظیر (0.5)</p>	
1	$\cos 2x = \sin \frac{\pi}{6} = \cos \frac{\pi}{3} \Rightarrow 2x = 2k\pi + \frac{\pi}{3} \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{6}, (k \in \mathbb{Z})$ (0.5) $\left\{ \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6} \right\} \in [0, \pi]$ (0.5)	-6

1/5	<p>حاصل حدود زیر را بدست آورید.</p> <p>الف) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - \sqrt{x}}{x^2 + x - 2} \times \frac{x + \sqrt{x}}{x + \sqrt{x}} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x(x-1)}{(x+2)(x-1)} \times \frac{1}{2}$ (0.25)</p> <p>$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x}{x+2} \times \frac{1}{2} = -\frac{1}{2}$ (0.25)</p> <p>ب) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x+1}{\sin^2 x} = \frac{1}{0^+} = +\infty$ (0.5)</p>	-7
1	<p>$f'(x) = 2x - a$ (0.25)</p> <p>$m_{\text{مماس}} = f'(2) \Rightarrow 3 = 2 \times 2 - a$ (0.5) $\Rightarrow a = 1$ (0.25)</p>	-8
2	<p>$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{-x - 0}{x} = -1$ (0.5)</p> <p>$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x^2 - 0}{x} = 0$ (0.5)</p> <p>$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} \neq \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} \Rightarrow f$ در صفر مشتق پذیر نیست (0.25)</p> <p>$f'(x) = \begin{cases} -1, & x < 0 \\ 2x, & x > 0 \end{cases}$</p> <p>رسم هر شاخه شکل (0.25)</p> <p>رسم نقطه ناپیوستگی (0.25)</p> 	-9
1/	<p>الف) $f'(x) = \frac{2x(3x-1) + 3x^2}{(3x-1)^2}$ (0.25)</p> <p>ب) $g'(x) = \frac{(3x^2 + 1)}{2\sqrt{3x+2}}$ (0.25)</p>	-10
1	<p>$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{-x(x+a) - 0}{x} = \lim_{x \rightarrow 0^-} -(x+a) = -a$ (0.25)</p> <p>$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x(x+a) - 0}{x} = \lim_{x \rightarrow 0^+} (x+a) = a$ (0.25)</p> <p>$f'_-(0) = \frac{-1}{f'_+(0)} \Rightarrow -a = \frac{-1}{a}$ (0.25) $\Rightarrow a^2 = 1 \Rightarrow a = \pm 1$ (0.25)</p>	-11
1/5	<p>$D_f = (-\infty, +\infty)$</p> <p>$f'(x) = -3x^2 + 3 = 0$ (0.25) $\Rightarrow -3(x^2 - 1) = 0 \Rightarrow x = \pm 1$ (0.25)</p>	-12

x	-1	1
f'(x)	- 0 + 0 -	
f(x)	↘ 0 ↗ 4 ↘	

رسم جدول (0.5)

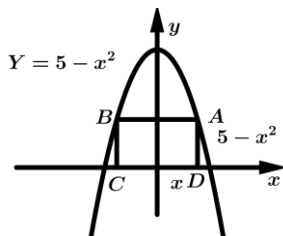
(-1,0) نقطه مینیمم نسبی (0.25) و (1,4) نقطه ماکزیمم نسبی هستند. (0.25)

1

$$\frac{f(25) - f(0)}{25 - 0} \quad (0.25) = \frac{\overbrace{(7 \times 5 + 50)}^{(0.25)} - \overbrace{(50)}^{(0.25)}}{25} = \frac{35}{25} = \frac{7}{5} \quad (0.25)$$

-13

1/5



(0.25) $S_{ABCD} = 2x(5 - x^2) = -2x^3 + 10x$
 $D_S = [0, +\infty)$

(0.25) $S' = -6x^2 + 10 = 0 \Rightarrow x = \pm \sqrt{\frac{5}{3}}$

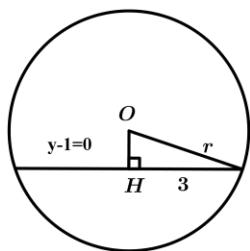
x	$-\sqrt{\frac{5}{3}}$	0	$\sqrt{\frac{5}{3}}$	$+\infty$
S'	0	+	0	-
S		↗	$\frac{10}{3}$	↘

جدول (0.5)

با توجه به جدول مشخص است که بیشترین مساحت به ازای $x = \sqrt{\frac{5}{3}}$ اتفاق می افتد و برابر است با $\frac{10}{3}$

(0.5)

1/25



شکل (0.25)

$y = 1 \Rightarrow y - 1 = 0$

$OH = \left| \frac{ax_0 + by_0 + c}{\sqrt{a^2 + b^2}} \right| = \left| \frac{1 \times (2) - 1}{\sqrt{1}} \right| = 1 \quad (0.25)$

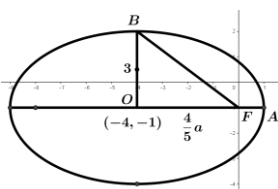
$r = \sqrt{9 + 1} = \sqrt{10} \quad (0.25)$

معادله دایره عبارتست از

$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = r^2 \quad (0.25) \Rightarrow (x - 4)^2 + (y - 2)^2 = 10 \quad (0.25)$

-15

1/25



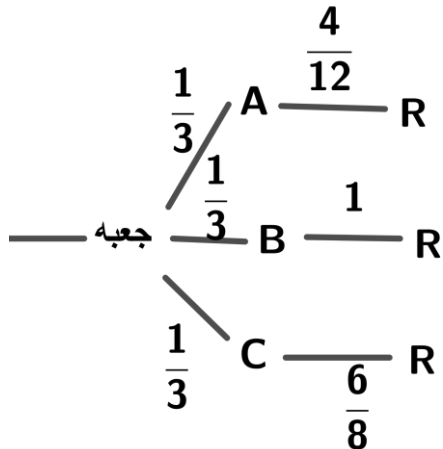
-16

$$\left. \begin{array}{l} \frac{c}{a} = \frac{4}{5} \Rightarrow c = \frac{4}{5}a \\ a^2 = b^2 + c^2 \quad (0.25) \\ b = 3 \\ = 5(0.25) \end{array} \right\} \Rightarrow 3^2 = a^2 - \frac{16}{25}a^2 = \frac{9}{25}a^2(0.25) \Rightarrow a^2 = 25 \Rightarrow a$$

مختصات قطر بزرگ بیضی عبارتند از $(1, -1)$ و $(-9, -1)$ (0.5)

2

-17



$$P(R) = P(R|A)P(A) + P(R|B)P(B) + P(R|C)P(C) \quad (0.25)$$

$$P(R) = \left(\overset{(0.25)}{\widetilde{4}} \times \overset{(0.25)}{\widetilde{1}} \right) + \left(\overset{(0.25)}{\widetilde{1}} \times \overset{(0.25)}{\widetilde{1}} \right) + \left(\overset{(0.25)}{\widetilde{6}} \times \overset{(0.25)}{\widetilde{1}} \right)$$

$$= \frac{8 + 24 + 18}{72} = \overset{(0.25)}{\widetilde{50}} \frac{25}{36}$$

قابل توجه مصحح گرامی: هر راه حل صحیح قابل قبول می باشد.

با آرزوی موفقیت برای شما عزیزان