

کد آموزشگاه: دوره تحصیلی: متوسطه نظری پایه تحصیلی: دوم ریاضی نام دبیر و طراح: سهیلا چناری نام کلاس: مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	 وزارت آموزش و پرورش اداره کل آموزش و پرورش استان کرمانشاه اداره آموزش و پرورش ناحیه ۳ دبیرستان شاهد علامه مجلسی	شماره صندلی: نام: نام خانوادگی: نام درس: ریاضیات گسسته تاریخ امتحان: ۹۷/۱۰/۱ دی ماه ۱۳۹۷
--	---	---

بارم	متن سؤال	نمره
۰/۵	کدام یک از گزاره های زیر مثال نقض ندارد؟ $(\forall x, y \in \mathbb{R})$ $\sqrt{x+y} = \sqrt{x} + \sqrt{y}$ (۱) $\sqrt{x \times y} = \sqrt{x} \times \sqrt{y}$ (۲) $[x+y] = [x] + [y]$ (۳) $ xy = x y $ (۴)	۱
۰/۵	در روش اثبات یک حکم به کمک برهان خلف، همواره	۲
۲	ثابت کنید برای هر عدد طبیعی n ، $n^2 - 5n + 7$ عددی فرد است.	۳
۱/۲۵	گزاره ی زیر را به روش بازگشتی ثابت کنید: $x^2 + y^2 + 1 \geq xy + x + y$	۴
۱	ثابت کنید اگر $a b$ آنگاه $a^n b^n$.	۵
۱/۵	اگر $a 2b-1$ و $a b^2+2$ ، آن گاه برای a چند جواب طبیعی وجود دارد؟ $(\forall b \in \mathbb{Z})$	۶
۱/۲۵	اگر $k \in \mathbb{Z}$ ، $4k+1$ ، $5 4k+1$ ، آن گاه باقی مانده ی تقسیم عدد $6 + 28k + 16k^2$ را بر عدد ۲۵ بیابید.	۷
۱	اگر a و b دو عدد طبیعی باشند، بزرگترین مقسوم علیه مشترک دو عدد a و $ab+1$ را به دست آورید.	۸
۱/۵	باقیمانده ی تقسیم 7^{35} بر ۴۳ را به دست آورید.	۹
۱/۵	معادله ی هم نهشتی زیر را در صورت امکان حل کرده و جواب عمومی آن را به دست آورید. $24a \equiv 15 \pmod{9}$	۱۰
۱/۵	معادله سیاله خطی $11x + 9y = 1000$ را حل کنید.	۱۱
۱/۵	اگر دو عدد $(3a-5)$ و $(4a-7)$ رقم یکان برابر داشته باشند، رقم یکان عدد $(9a+6)$ را به دست آورید.	۱۲
۰/۷۵	چند گراف ساده با ۴ رأس و ۳ یال وجود دارد؟ (رأس ها نام گذاری نشده اند).	۱۳
۰/۵	در گرافی با ۱۶ رأس، تعداد رأس های زوج، عددی و تعداد رأس های فرد عددی است.	۱۴

ادامه ی سؤالات صفحه ی دوم ←

کد آموزشگاه: دوره تحصیلی: متوسطه نظری پایه تحصیلی: دوم ریاضی نام دبیر و طراح: سهیلا چناری نام کلاس: مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه		 وزارت آموزش و پرورش اداره کل آموزش و پرورش استان کرمانشاه اداره آموزش و پرورش ناحیه ۳ دبیرستان شاهد علامه مجلسی		شماره سندلی: نام: نام خانوادگی: نام درس: ریاضیات گسسته تاریخ امتحان: ۹۷/۱۰/۱ دی ماه ۱۳۹۷	
بارم	متن سؤال			نمره	
۱/۲۵	در گرافی با ۱۴ یال، دو رأس با درجه ۴، سه رأس با درجه ۳ و چهار رأس با درجه ۲ وجود دارد. اگر درجه سایر رأس ها برابر ۱ باشد، مرتبه گراف را به دست آورید.			۱۵	
۱/۵	در یک گراف ۳-منتظم از مرتبه p و اندازه q ، تساوی $3q = 4(p+1)$ برقرار است. حاصل $p+q$ چند است؟			۱۶	
۱	در یک گراف کامل، تعداد یال ها برابر ۶۶ است. در این گراف ماکزیمم درجه هر رأس را به دست آورید.			۱۷	
۲۰	توفیق رفیق راهنان باد.				
جمع نمره					



وزارت آموزش و پرورش

اداره کل آموزش و پرورش استان کرمانشاه

اداره آموزش و پرورش ناحیه ۳

دبیرستان شاهد علامه مجلسی

کد آموزشگاه:

دوره تحصیلی: متوسطه نظری

پایه تحصیلی: سوم ریاضی

نام دبیر و طراح: سهیلا چناری

نام کلاس:

مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه

بارم	متن پاسخ ها	نمره
۰/۵		گزینه ۴ (۰/۵)
۰/۵		حکم را نادرست فرض می کنیم. (۰/۵)
۲	<p>حالت اول: n زوج است. پس $n = 2k$ می باشد ($k \in \mathbb{N}$) و داریم: (۰/۲۵)</p> $n^x - 5n + 7 = (2k)^x - 5(2k) + 7 = 4k^x - 10k + 6 + 1$ $= 2(2k^x - 5k + 3) + 1 = 2k' + 1 \quad (۰/۲۵)$ <p style="text-align: center;">$k' \in \mathbb{Z}$</p>	۳
	<p>حالت دوم: n فرد است. پس $n = 2k + 1$ می باشد. ($k \in \mathbb{N}$) و داریم: (۰/۲۵)</p> $n^x - 5n + 7 = (2k + 1)^x - 5(2k + 1) + 7 = 4k^x - 6k + 3$ $= 2(2k^x - 3k + 1) + 1 = 2k'' + 1 \quad (۰/۲۵)$ <p style="text-align: center;">$k'' \in \mathbb{Z}$</p>	
۱/۲۵	$x^x + y^y + 1 \geq xy + x + y \Leftrightarrow 2(x^x + y^y + 1) \geq 2(xy + x + y) \quad (۰/۲۵)$ $\Leftrightarrow 2x^x + 2y^y + 2 \geq 2xy + 2x + 2y$ $\Leftrightarrow (x^x - 2x + 1) + (y^y - 2y + 1) + (x^x + y^y - 2xy) \geq 0 \quad (۰/۲۵)$ $\Leftrightarrow (x-1)^x + (y-1)^y + (x-y)^x \geq 0 \quad (۰/۲۵)$	۴
۱	$a \mid b \Rightarrow b = aq \Rightarrow b^n = a^n q^n \xrightarrow{q^n = q'} b^n = a^n q' \Rightarrow a^n \mid b^n \quad (۰/۲۵)$ <p style="text-align: center;"><small>(۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)</small></p>	۵
۱/۵	$\begin{cases} a \mid b^x + 2 \rightarrow a \mid 3(b^x + 2) \rightarrow a \mid 3b^x + 6 \quad (۰/۲۵) \\ a \mid 3b - 1 \rightarrow a \mid b(3b - 1) \rightarrow a \mid 3b^2 - b \quad (۰/۲۵) \end{cases}$ $\rightarrow 11 \mid 11a + 2k - 1 \quad (۰/۲۵)$ $\begin{cases} 11 \mid 11a + 2k - 1 \\ 11 \mid 11a \quad (۰/۲۵) \end{cases} \rightarrow 11 \mid 2k - 1 \quad (۰/۲۵)$ <p style="text-align: right;">مضارب فرد ۱۱ عبارتند از: ۱۱, ۳۳, ۵۵, ...</p> <p style="text-align: right;">پس اولین عدد دو رقمی برای k ، $k = ۱۷$ است. (۰/۲۵)</p>	۶

ادامه ی پاسخ ها صفحه ی بعد ←



وزارت آموزش و پرورش

اداره کل آموزش و پرورش استان کرمانشاه

اداره آموزش و پرورش ناحیه ۳

دبیرستان شاهد علامه مجلسی

کد آموزشگاه:

دوره تحصیلی: متوسطه نظری

پایه تحصیلی: سوم ریاضی

نام دبیر و طراح: سهیلا چناری

نام کلاس:

مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه

۱/۲۵	$\begin{cases} ۵ \mid ۴k + ۱ \xrightarrow{\times ۵} ۲۵ \mid ۲۰k + ۵ \quad (۰/۲۵) \\ ۵ \mid ۴k + ۱ \rightarrow ۲۵ \mid (۴k + ۱)^2 \rightarrow ۲۵ \mid ۱۶k^2 + ۸k + ۱ \quad (۰/۵) \\ ۲۵ \mid ۱۶k^2 + ۸k + ۱ \rightarrow ۲۵ \mid ۱۶k^2 + ۲۵k + ۶ \quad (۰/۲۵) \\ ۲۵ \mid ۲۰k + ۵ \end{cases}$ <p>عدد $۱۶k^2 + ۸k + ۱$ بر عدد ۲۵ بخش پذیر است و در نتیجه باقیمانده ی آن برابر صفر است. (۰/۲۵)</p>	۷
۱	$(a, ab + ۱) = (a, ab + ۱ - ab) = (a, ۱) = ۱ \quad (۰/۲۵)$	۸
۱/۵	$\begin{aligned} ۷^۲ \equiv ۶ \pmod{۲۵} &\xrightarrow{\times ۷} ۷^۳ \equiv ۴۲ \equiv -۱ \pmod{۵} \\ ۷^{۳۳} \equiv -۱ \pmod{۲۵} &\rightarrow ۷^{۳۵} \equiv -۴۹ \equiv -۶ \equiv ۳۷ \pmod{۷۵} \end{aligned}$	۹
۱/۵	$\begin{aligned} ۲۴a \equiv ۱۵ + ۹ \pmod{۲۵} &\Rightarrow ۲۴a \equiv ۲۴ \pmod{۲۵} \xrightarrow{\div ۲۴} a \equiv ۱ \pmod{۲۵} \Rightarrow a \equiv ۱ \\ ۳ \mid a - ۱ \xrightarrow{k \in \mathbb{Z}} &a - ۱ = ۳k \Rightarrow a = ۳k + ۱ \quad (۰/۵) \end{aligned}$ <p>به ازای $k = ۳$ ، کوچک ترین عدد طبیعی سه رقمی طبیعی $a = ۱۰۰$ است. (۰/۲۵)</p>	۱۰
۱/۵	$\begin{aligned} ۱۱x + ۹y = ۱۰۰۰ &\rightarrow ۱۱x \equiv ۱۰۰۰ \pmod{۹} \xrightarrow{۱۰۰۰ \equiv ۱} ۱۱x \equiv ۱ \pmod{۹} \rightarrow ۱۱x \equiv ۱ + ۶ \times ۹ \\ \rightarrow ۱۱x \equiv ۵۵ \pmod{۹} &\xrightarrow{(۹,۱)=1} x \equiv ۵ \pmod{۹} \rightarrow x = ۹k + ۵, y = -۱۱k + ۱۰۵ \end{aligned}$	۱۱
۱/۵	$۴a - ۷ \equiv ۳a - ۵ \pmod{۲۵} \Rightarrow ۴a - ۳a \equiv ۷ - ۵ \pmod{۲۵} \Rightarrow a \equiv ۲ \pmod{۲۵} \xrightarrow{\times ۹} ۹a \equiv ۱۸ \equiv ۸ \pmod{۲۵} \xrightarrow{+۶} ۹a + ۶ \equiv ۱۴ \equiv ۴ \pmod{۲۵}$	۱۲
۰/۷۵		۱۳

ادامه ی پاسخ ها صفحه ی بعد ←





وزارت آموزش و پرورش

اداره کل آموزش و پرورش استان کرمانشاه

اداره آموزش و پرورش ناحیه ۳

دبیرستان شاهد علامه مجلسی

کد آموزشگاه:

دوره تحصیلی: متوسطه نظری

پایه تحصیلی: سوم ریاضی

نام دبیر و طراح: سهیلا چناری

نام کلاس:

مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه

۰/۵		زوج زوج	۱۴
۱/۲۵	$2q = 4 + 4 + 3 + 3 + 3 + 2 + 2 + 2 + 2 + \underbrace{1 + \dots + 1}_x = 2 \times 14 \quad (۰/۷۵)$ $\Rightarrow 25 + x \times 1 = 28 \Rightarrow x = 3 \quad (۰/۲۵)$ $p = 2 + 3 + 4 + 3 = 12 \quad (۰/۲۵)$		۱۵
۱/۵	$p \times 3 = 2q \Rightarrow q = \frac{3p}{2} \quad (*) \quad (۰/۵)$ $3q = 4(p+1) \xrightarrow{*} 3 \left(\frac{3p}{2} \right) = 4p + 4 \Rightarrow \frac{9p}{2} - 4p = 4$ $\Rightarrow \frac{1}{2}p = 4 \Rightarrow p = 8 \xrightarrow{*} q = \frac{3 \times 8}{2} = 12 \Rightarrow p + q = 20 \quad (۰/۲۵)$		۱۶
۱	$q = \binom{p}{2} \rightarrow 66 = \binom{p}{2} \Rightarrow 66 = \frac{p(p-1)}{2} \Rightarrow p(p-1) = 132$ $\Rightarrow p = 12 \Rightarrow \Delta = \delta = 12 - 1 = 11 \quad (۰/۲۵)$		۱۷
۲۰	توفیق رفیق راهنان باد.		
	جمع نمره		

