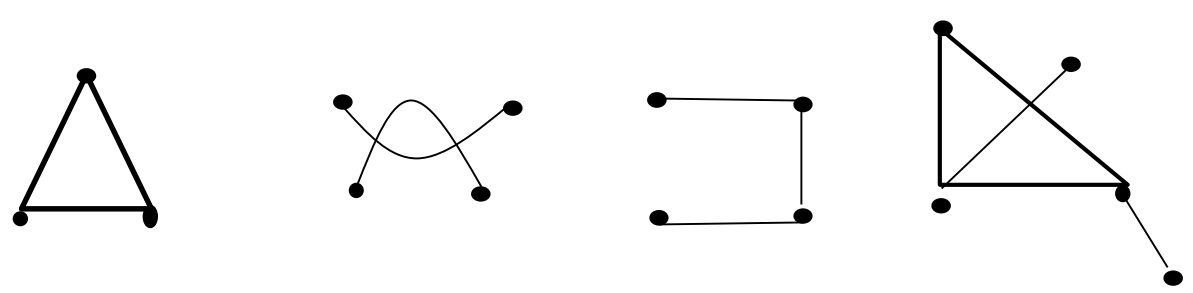


«علم میراث گرانبھائی است و ادب لباس فاخر و زینتی است و فکر آئینه ای است صاف» (مولا علی (ع))

ردیف	سوالات	بارم
<p>سوالات امتحان : ریاضی گسسته      رشته: ریاضی      تاریخ امتحان:      مدت امتحان: ۹۰ دقیقه</p> <p>دبیرستان:      استان: کرمانشاه      شهرستان: اسلام آباد غرب      نام خانوادگی:</p>		
۱	<p>جاهای خالی را با عبارت‌های مناسب پر کنید.</p> <p>الف) اگر ارزش دو گزاره یکسان باشد آنها را گزاره‌های ..... می‌نامند.</p> <p>ب) اگر <math>a   1</math> آنگاه ..... یا ..... است.</p> <p>ج) در گراف <math>G</math> یالی که از یک رأس به خودش متصل می‌شود را ..... می‌گویند.</p>	۱
۲	<p>درستی یا نادرستی عبارت‌های زیر را تعیین کنید.</p> <p>الف) مجموع هر دو عدد اول ، عددی مرکب است.</p> <p>ب) اگر از مربع یک عدد فرد یک واحد کم کنیم، یک عدد زوج حاصل می‌شود.</p> <p>ج) از اینکه <math>a   b + c</math> همواره می‌توان نتیجه گرفت که <math>a   c</math> یا <math>a   b</math>.</p> <p>د) گراف کامل <math>K_{10}</math> دارای ۵۵ یال است.</p>	۱
۳	<p>گزینه‌ی درست را انتخاب کنید.</p> <p>الف) حاصل <math>[m^{12}, (m^4, m^6)]</math> برابر است <math>(m^{12} - m^4)</math></p> <p>ب) در هر گراف تعداد رأس‌های فرد (زوج - فرد) است.</p>	۰/۵
۴	<p>با استفاده از استدلال استنتاجی ثابت کنید مجموع مربعات دو عدد فرد، عددی زوج است.</p>	۱/۵
۵	<p>می‌دانیم <math>\sqrt{2}</math> عددی گنگ است. به روش برهان خلف ثابت کنید <math>\sqrt{2} + \sqrt{1}^3</math> نیز عددی گنگ است.</p>	۱
۶	<p>برای دو عدد حقیق <math>a</math> و <math>b</math> به روش بازگشتی درستی رابطه‌ی زیر را نشان دهید.</p> $a^2 + 1 \geq b(2 - b)$	۱/۲۵
۷	<p>اگر <math>a</math> عددی طبیعی باشد و دو عدد <math>(7k + 8)</math> و <math>(6k + 5)</math> را عاد کند ثابت کنید <math>a = 1</math> یا <math>a = 13</math>.</p>	۱
۸	<p>اگر <math>n</math> یک عدد صحیح باشد ثابت کنید <math>3   n^3 - n</math>.</p>	۱/۵
۹	<p>اگر باقی مانده‌ی تقسیم عدد <math>a</math> بر دو عدد ۹ و ۸ به ترتیب ۵ و ۷ باشد. باقی مانده‌ی تقسیم عدد <math>a</math> بر ۷۲ را بدست آورید.</p>	۱/۵
۱۰	<p>ثابت کنید <math>8 - 2^{23}</math> بر ۳۱ بخش پذیر است.</p>	۱
۱۱	<p>اگر در یک سال ، اول خرداد یکشنبه باشد، در این صورت ۱۵ شهریور همان سال چه روزی است.</p>	۱

سؤالات امتحان : ریاضی گسسته		رشته: ریاضی	تاریخ امتحان:	مدت امتحان: ۹۰ دقیقه
دبیرستان:		استان: کرمانشاه	شهرستان: اسلام آباد غرب	
نام:		نام خانوادگی:		
ردیف	سؤالات	بارم		
۱۲	جواب‌های عمومی معادله‌ی سیاله‌ی زیر را بدست آورید.	۱/۵	$3x + 7y = 17$	
۱۳	رقم یکان عدد $7^{327}$ را بدست آورید.	۱/۲۵		
۱۴	اگر $a b$ و $a c$ نشان دهید $a mb + nc$ .	۱		
۱۵	گراف $G$ با مجموعه رأس‌های $V(G) = \{a, b, c, d, e\}$ و مجموعه یال‌های به صورت $E(G) = \{ab, bc, be, bd, cd, ae, ed\}$ مفروض است. نمودار این گراف را رسم نموده و به سؤالات زیر پاسخ دهید. الف) دنباله درجه‌های رئوس این گراف را به صورت نزولی بنویسید. ب) یک دور به طول ۴ و یک دور به طول ۵ در این گراف بنویسید. ج) چند یال به گراف اضافه کنیم تا $G$ گرافی کامل شود.	۲		
۱۶	در یک گراف ۵- منتظم از مرتبه‌ی $p$ و اندازه‌ی $q$ رابطه‌ی $2q - 3p = 12$ برقرار می‌باشد. مقادیر $p$ و $q$ را بدست آورید.	۱		
۱۷	کدام یک از گراف‌های زیر همبند و کدام یک ناهمبند است.	۱		
				
	طراح سؤالات : خانم فریبا حیدری		موفق باشید.	

ردیف	پاسخنامه‌ی سوالات
۱	الف) هم ارز      ب) $a = 1$ یا $a = -1$ ج) طوقه
۲	الف) نادرست      ب) درست      ج) نادرست      د) نادرست
۳	الف) $m^{12}$ ب) زوج
۴	$a = 2k + 1 \quad , \quad b = 2k + 1$ $a^2 + b^2 = (2k + 1)^2 + (2k + 1)^2 = 4k^2 + 4k + 1 + 4k^2 + 4k + 1$ $= 4k^2 + 4k + 4k^2 + 4k + 2$ $= 2 \underbrace{(2k^2 + 2k + 2k^2 + 2k + 1)}_{k_1} = 2k_1$
۵	<p>فرض کنیم <math>\sqrt[3]{1 + \sqrt{2}}</math> گنگ نباشد پس گویاست.</p> $\sqrt[3]{1 + \sqrt{2}} = \frac{a}{b} \quad \text{به توان 3} \quad 1 + \sqrt{2} = \left(\frac{a}{b}\right)^3 \rightarrow \sqrt{2} = \left(\frac{a}{b}\right)^3 - 1$ <p>تفاضل دو عدد گویا، گویاست و این یعنی <math>\sqrt{2}</math> گویاست و این با فرض مسأله در تناقض است و در نتیجه حکم پذیرفته است.</p>
۶	$a^2 + 1 \geq 2b - b^2 \Leftrightarrow a^2 + 1 - 2b + b^2 \geq 0 \Leftrightarrow a^2 + (1 - b)^2 \geq 0$ <p>رابطه‌ی آخر همواره بدیهی و رابطه‌ها قابل بازگشت هستند.</p>
۷	$a 7k + 8 \rightarrow a (7k + 8) \times 6 \rightarrow a 42k + 48$ $a 6k + 5 \rightarrow a (6k + 5) \times 7 \rightarrow a 42k + 5$ <p>از مجموع این دو رابطه نتیجه میگیریم:</p> $a 42k + 48 - 42k - 5 \rightarrow a 13 \rightarrow a = 1 \quad \text{یا} \quad a = 13$
۸	$n^3 - n = n(n^2 - 1) = n(n - 1)(n + 1)$ <p>در تقسیم عدد <math>n</math> بر ۳ داریم:</p> $n = 3k \rightarrow 3 n \rightarrow 3 n(n - 1)(n + 1)$ $n = 3k + 1 \rightarrow n - 1 = 3k \rightarrow 3 n - 1 \rightarrow 3 n(n - 1)(n + 1)$ $n = 3k + 2 \rightarrow n + 1 = 3k + 3 = 3(k + 1) = 3k_1 \rightarrow 3 n + 1 \rightarrow 3 n(n - 1)(n + 1)$
۹	$(a = 9k + 5) \times 8 \rightarrow 8a = 72k + 40$ $(a = 8k + 7) \times 9 \rightarrow 9a = 72k + 63$ $9a - 8a = 72k + 63 - 72k - 40 \rightarrow a = 72(k - k) + 23$ $a = 72k_1 + 23 \rightarrow r = 23$
۱۰	$2^5 \equiv_{31} 1 \xrightarrow{\text{طرفین به توان 4}} (2^{20} \equiv_{31} 1) \times 2^3 \rightarrow 2^{23} \equiv_{31} 8 \xrightarrow{-8 \text{ طرفین}} 2^{23} - 8 \equiv_{31} 0 \rightarrow r = 0$

$$31 - 1 = 30 + 2 \times 31 + 51 = 45 + 62 = 107$$

$$107 \equiv 2 \pmod{7}$$

شنبه	جمعه	پنج شنبه	چهارشنبه	سه شنبه	دوشنبه	یکشنبه
۶	۵	۴	۳	۲	۱	۰

روز سه شنبه است

$$3x - 17 = -7y \rightarrow 3x \equiv 17 \pmod{7}$$

$$3x \equiv 17 + 7 \pmod{7} \rightarrow \frac{3}{3}x \equiv \frac{24}{3} \xrightarrow{(13,7)=1} x \equiv 8 \pmod{7} \rightarrow x - 8 = 7k \rightarrow x = 7k + 8$$

$$3(7k + 8) + 7y = 17 \rightarrow 21k + 24 + 7y = 17$$

$$7y = 17 - 21k - 24 \rightarrow 7y = -21k - 7 \rightarrow y = -3k - 1$$

باقی مانده‌ی تقسیم بر عدد ۱۰ برابر رقم یکان است

$$7^2 \equiv -1 \pmod{10} \xrightarrow{\text{طرفین به توان 163}} (7^2)^{163} \equiv (-1)^{163} \pmod{10} \rightarrow (7^{326} \equiv -1) \times 7 \rightarrow 7^{327} \equiv -7 \pmod{10}$$

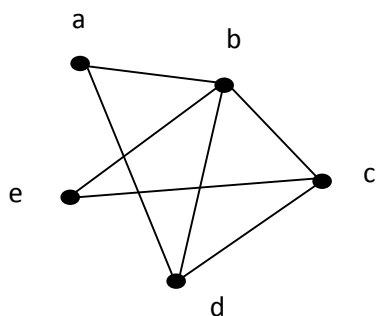
چون  $3 \equiv -7 \pmod{10}$  پس داریم  $7^{327} \equiv 3 \pmod{10}$  و در نتیجه رقم یکان برابر ۳ است.

$$a|b \rightarrow a|mb$$

$$\rightarrow a|mb + nc$$

$$a|c \rightarrow a|nc$$

۲, ۲, ۳, ۳, ۴ (الف)



(ب) دور به طول ۴ : a , b, d, e, a / دور به طول ۵ : a , b, c, d, e, a

(ج) تعداد یال‌های گراف  $K_5$  برابر است با :  $\frac{5(5-1)}{2} = 10$  و  $10 - 7 = 3$  پس ۳ یال باید اضافه شود.

$$rp = 2q \rightarrow 5p = 2q \xrightarrow{\text{طبق فرض}} 5p - 3p = 12 \rightarrow 2p = 12 \rightarrow p = 6$$

$$5 \times 6 = 2q \rightarrow 30 = 2q \rightarrow q = 15$$

۱۶

(د) ناهمبند

(ج) همبند

(ب) ناهمبند

(الف) همبند

۱۷