

ریاضیات گسسته
درس اول فصل اول
۸۸ سوال تستی و تشریحی

سال تحصیلی ۹۸-۹۷



درس اول: استدلال ریاضی

- ۱- ثابت کنید جمع پنج عدد طبیعی متوالی بر ۵ بخش پذیر است.
- ۲- ثابت کنید اگر به ۴ برابر حاصل ضرب دو عدد طبیعی متوالی، یک واحد اضافه کنیم حاصل مربع کامل در می آید.
- ۳- ثابت کنید ضرب دو عدد طبیعی متوالی همواره زوج است.
- ۴- ثابت کنید مربع هر عدد فرد در تقسیم بر ۸ باقیمانده ای برابر ۱ دارند.
- ۵- ثابت کنید حاصل ضرب سه عدد طبیعی متوالی همواره بر ۳ بخش پذیر است.
- ۶- ثابت کنید اگر a بر ۳ بخش پذیر باشد، آنگاه $a^2 = 3q + 1$. سپس نتیجه بگیرید به ازای هر دو عدد صحیح x, y عبارت $xy(x^2 - y^2)$ همواره بر ۳ بخش پذیر است.
- ۷- ثابت کنید جمع عددی گویا با عددی گنگ، گنگ می شود.
- ۸- نشان دهید اگر n^2 فرد باشد، آنگاه n هم فرد است.
- ۹- a, b, c, d چهار عدد طبیعی فرد هستند. نشان دهید معادله $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} + \frac{1}{d} = 1$ جواب ندارد.
- ۱۰- نشان دهید اگر $a^2 + b^2$ فرد باشد، آنگاه a فرد است یا b فرد است.
- ۱۱- آیا ترکیب $a^2 < b^2 \Leftrightarrow a < b$ درست است؟ b, a چه شرطی داشته باشند تا این ترکیب دوشروطی درست باشد؟
- ۱۲- برای هر دو عدد حقیقی b, a ثابت کنید $a^2 + b^2 + 1 \geq ab + a + b$
- ۱۳- فرض کنید a, b, c سه عدد حقیقی مثبت باشند، ثابت کنید: $(a+b+c)\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right) \geq 9$
- ۱۴- a, b دو عدد حقیقی مثبت هستند. ثابت کنید: $\frac{1}{\sqrt{a}} + \frac{1}{\sqrt{b}} \geq \frac{\sqrt{a+b}}{\sqrt{ab}}$
- ۱۵- گزاره های زیر را با استفاده از ارائه مثال نقض مناسب رد کنید
 - (الف) برای هر عدد طبیعی n ، عدد $3^n + 4$ اول است. (ب) معکوس هر عدد مثبت بزرگ تر یا مساوی خودش است.
 - (پ) ضرب دو عدد گنگ غیرمساوی، عددی گنگ است. (ت) ضرب هر عدد گویا در عددی گنگ، گنگ میشود..

۱۶- نادرستی گزاره های زیر را ثابت کنید.

الف) اگر $\alpha + \beta$ گنگ باشد، $\alpha - \beta$ گنگ است. ب) اگر α, β دو عدد گنگ غیر مساوی باشند، $\frac{\alpha + \beta}{2\beta}$ گنگ است.

پ) اگر a, b دو عدد حقیقی باشند که $ab = 0$ ، آنگاه $a = 0 \wedge b = 0$

ت) اگر $A \cap B = A \cap C$ باشد، آن گاه $B = C$

۱۷- درستی گزاره های زیر را به صورت مستقیم نشان دهید.

الف) جمع دو عدد گویا، عددی گویا است.

ب) اگر n عددی فرد باشد، مجموع n عدد طبیعی متوالی بر n بخش پذیر است.

پ) میانگین هفت عدد طبیعی متوالی، همان عدد وسطی می شود.

ت) اگر a مضرب ۳ باشد، آنگاه $a(a+3)$ بر ۱۸ بخش پذیر است.

ث) اگر مربع عددی فرد را با ۳ برابر عددی زوج جمع کنیم، حاصل فرد می شود.

۱۸- گزاره های زیر را ثابت کرده یا با ارائه مثال نقض آن ها را رد کنید.

الف) به ازای هیچ دو عدد اول a, b ، عدد $a+b$ اول نمیشود.

ب) اگر از مکعب عددی فرد یک واحد کم کنیم، حاصل عددی زوج می شود.

پ) مجموع سه عدد طبیعی فرد متوالی همواره بر ۳ بخش پذیر است.

ت) اگر a, b, c سه عدد طبیعی باشند، $a\sqrt{bc}$ گنگ است.

ث) ضرب سه عدد زوج متوالی بر ۲۴ بخش پذیر است.

ج) اگر a, b دو عدد صحیح و $3ab$ عددی فرد باشد، $a^2 + b^2$ عددی زوج است.

۱۹- ثابت کنید حاصل ضرب سه عدد صحیح متوالی که عدد وسطی فرد است بر ۲۴ بخش پذیر است.

۲۰- گزاره های زیر را ثابت کنید. (به روش اشباع)

الف) برای هر عدد طبیعی n ، عبارت $n^2 + 5n - 7$ عددی فرد است.

ب) به ازای هر عدد طبیعی n ، عدد $n^2 + 2$ بر ۴ بخش پذیر نیست.

پ) اگر n عددی طبیعی و $\frac{n(n+1)}{2}$ زوج باشد، $n = 4q$ یا $n = 4q + 3$

۲۱- گزاره "اگر $(a-1)b = 0$ باشد، آن گاه $a = 1$ یا $b = 0$ " را ثابت کنید.

۲۲- فرض کنیم $A = \{3, 4, 5\}$, $S = \{2, 3, 4, 5, 6\}$ ، اگر $\frac{n^2(n^2-1)}{36}$ زوج باشد و $n \in S$ ، ثابت کنید $n \in A$.

۲۳- ثابت کنید معکوس هر عدد گنگ؛ عددی گنگ است.

۲۴- می دانیم $\sqrt{2}$ گنگ است، ثابت کنید $\sqrt{\sqrt{2}+2}$ نیز گنگ است.

۲۵- می دانیم $\sqrt{2}$ گنگ است، ثابت کنید $\sqrt{2} + \sqrt{3}$ نیز گنگ است.

۲۶- فرض کنید n عددی طبیعی و $3n-2$ عددی فرد باشد، ثابت کنید n نیز فرد است.

۲۷- به صورت غیر مستقیم ثابت کنید برای هر عدد طبیعی n داریم: $\frac{n+1}{n+2} \leq \frac{n+2}{n+3}$

۲۸- فرض کنید a, b دو عدد گنگ باشند به طوری که $a-b$ گویا باشد، ثابت کنید $a+b$ گنگ است.

۲۹- فرض کنید a عدد گویای غیرصفر و x عددی گنگ باشد، ثابت کنید ax گنگ است.

۳۰- a, b^2 دو عدد گنگ هستند به طوری که ab عددی گویا است. ثابت کنید $\frac{a}{b}$ گنگ است.

۳۱- نشان دهید اگر ضرب دو عدد طبیعی a, b زوج باشد، آنگاه a زوج یا b زوج بوده است.

۳۲- الف) همه جواب های معادله $(a+b)^2 = a^2 + b^2$ را به دست آورید.

ب) همه جواب های طبیعی معادله $\frac{1}{a+b} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$ را در صورت وجود به دست آورید.

۳۳- a_1, a_2, a_3, a_4, a_5 عددهای صحیح هستند، b_1, b_2, b_3, b_4, b_5 همان اعداد هستند ولی با ترتیب دیگری. ثابت کنید عبارت

$$(a_1 - b_1)(a_2 - b_2) \dots (a_5 - b_5)$$
 عددی زوج است.

۳۴- کدام یک از ترکیب های شرطی زیر درست و کدام یک نادرست است؟ چرا؟

الف) n^2 زوج است اگر و فقط اگر n زوج باشد. (ب) $a < b \Leftrightarrow a^2 < b^2$

پ) $x = 1 \Leftrightarrow x^2 = 1$ (ت) $x^2 \leq x^3 \Leftrightarrow x \leq 1$

۳۵- احکام زیر را ثابت کنید.

الف) برای دو عدد حقیقی و نامنفی x, y داریم $x + y \geq 2\sqrt{xy}$

ب) اگر $a < 0$ باشد، آن گاه $a + \frac{1}{a} \leq -2$

پ) a, b, c سه عدد حقیقی هستند. ثابت کنید $a^2 + b^2 + c^2 \geq 2(a+b+c)$

ت) a, b دو عدد حقیقی مثبت هستند. داریم: $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \geq \frac{4}{a+b}$

ث) x, y دو عدد حقیقی مثبت هستند. داریم: $x^2 y^2 \leq \left(\frac{x^2 + y^2}{2}\right)^2$

۳۶- احکام زیر را ثابت کنید.

الف) a, b, c سه عدد حقیقی هستند. ثابت کنید $a^2 + b^2 + c^2 \geq ab + ac + bc$

ب) برای اعداد حقیقی ناصفر و هم علامت a, b ثابت کنید: $\frac{5a-3b}{b} \geq \frac{-4a-5b}{2a}$

پ) برای هر دو عدد حقیقی a, b ثابت کنید: $a^2 - ab + b^2 \geq 0$

۳۷- a, b دو عدد حقیقی و مثبت هستند. ثابت کنید: $\frac{a}{b^2} + \frac{b}{a^2} \geq \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$

۳۸- برای هر دو عدد حقیقی و مثبت x, y داریم: $(x+y)\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) \geq 4$

۳۹- برای هر عدد حقیقی a ثابت کنید: $\frac{a^2+2}{\sqrt{a^2+1}} \geq 2$

۴۰- گزاره های زیر را ثابت کنید و برای گزاره های نادرست مثال نقض ارائه کنید.

الف) برای هر عدد حقیقی x داریم: $x^4 + 1 \geq x^2 + x$

ب) اگر x گنگ باشد، $3x^2 + 18x + 4$ نیز گنگ است.

پ) ضرب هر چهار عدد طبیعی متوالی از مربع کامل یک واحد کم تر است.

۴۱- کدام حکم مثال نقض ندارد؟

الف) مجموع هر دو عدد اول، عددی مرکب است. ب) مجموع هر دو عدد گنگ، عددی گنگ است.

پ) حاصل ضرب هر دو عدد فرد، عددی فرد است. ت) حاصل ضرب هر دو عدد گنگ، عددی گنگ است.

۴۲- کدام گزاره برای هر عدد صحیح n درست است؟

الف) n^2 عددی زوج است ب) $n^2 + n$ عددی زوج است

پ) $n^2 - 1$ عددی زوج است ت) $n + 6$ عددی زوج است

۴۳- اثبات کدام گزاره به روش برهان خلف صورت نمیگیرد؟

(الف) حاصل جمع یک عدد گویا و یک عدد گنگ، عددی گنگ است

(ب) اگر x یک عدد گنگ باشد، $\frac{2}{x}$ نیز عددی گنگ است.

(پ) اگر x^2 عددی گنگ باشد، x نیز عددی گنگ است.

(ت) اگر n بر ۳ بخش پذیر باشد، n^2 نیز بر ۳ بخش پذیر است.

۴۴- فرض کنید a, b عددهایی حقیقی باشند. کدام جفت گزاره ها با یکدیگر هم ارزند؟

(الف) $a > b^2$, $a > b$ (ب) $a^2 = b^2$, $a = b$

(پ) $a^2 + b^2 = 0$, $a + b = 0$ (ت) $a^2 + b^2 = 1$, $a + b = 1$

۴۵- کدام گزاره درست است؟

(الف) مجموع هر دو عدد صحیح متوالی بر ۲ بخش پذیر است.

(ب) مجموع هر سه عدد صحیح متوالی بر ۳ بخش پذیر است.

(پ) مجموع هر چهار عدد صحیح متوالی بر ۴ بخش پذیر است.

(ت) مجموع هر شش عدد صحیح متوالی بر ۶ بخش پذیر است.

۴۶- کدام گزاره مثال نقض دارد؟

(الف) مجموع هر دو عدد فرد عددی زوج است. (ب) مجموع هر دو عدد گویا عددی گویاست

(پ) مکعب هر عدد فرد، عددی فرد است (ت) برای هر سه مجموعه مثل C, B, A اگر $A \cup B = A \cup C$ ، آنگاه $B = C$

۴۷- کدام گزاره مثال نقض ندارد؟

(الف) اگر n برابر حاصل ضرب دو عدد زوج متوالی باشد، آنگاه $n+1$ مربع کامل است.

(ب) برای هر عدد حقیقی و مثبت مانند x, y ، $\sqrt{x+y} = \sqrt{x} + \sqrt{y}$

(پ) مجموع هر دو عدد مرکب، $x+y$ عددی مرکب است

(ت) اگر $n > 1$ عددی طبیعی باشد، $2^n - 1$ عددی اول است.

۴۸- کدام گزاره درست نیست؟

(الف) اگر a, b دو عدد حقیقی باشند و $ab = 0$ ، آنگاه $a = 0$ یا $b = 0$

ب) اگر a, b دو عدد صحیح باشند و ab عددی زوج باشد، آنگاه $a+b$ نیز عددی زوج است.

پ) اگر $n \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$ و $n^2 + 1$ عددی اول باشد، آنگاه $n \in \{1, 2, 4\}$

ت) اگر a, b دو عدد صحیح باشند و $a+b$ عددی فرد باشد، آنگاه ab عددی زوج است.

۴۹- اعداد کدام گزینه کلیت حکم "حاصل ضرب هر دو عدد گنگ، عددی گنگ است" را نقض میکند؟

الف) $\sqrt{6}, \sqrt{216}$ ب) $\sqrt{6}, \sqrt{12}$ پ) $\sqrt{18}, \sqrt{216}$ ت) $\sqrt{18}, \sqrt{12}$

۵۰- کدام عدد کلیت حکم "رقم سمت راست هر عددی که بر ۳ و ۵ بخش پذیر باشد، صفر است" را نقض می کند؟

الف) ۱۱۵ ب) ۱۲۰ پ) ۲۱۰ ت) ۲۲۵

۵۱- چند تا از گزاره های زیر درست است؟

الف) اگر x, y گنگ باشند، آنگاه $x^2 y^2$ گویا است.

ب) اگر x گویا و y گنگ باشد، آنگاه xy گنگ است.

پ) اگر x گویا و y گنگ باشد، آنگاه $x + y\sqrt{2}$ گنگ است.

ت) اگر x, y گویا باشند، آنگاه $x + y\sqrt{2}$ گنگ است.

۵۲- کدام گزاره مثال نقض دارد؟

الف) اگر n عددی صحیح و n^2 فرد باشد، آنگاه n نیز فرد است.

ب) اگر n^2 عددی صحیح باشد، آنگاه n نیز عددی صحیح است.

پ) اگر n عددی صحیح و n^2 زوج باشد، آنگاه n نیز زوج است.

ت) اگر n عددی صحیح باشد، آنگاه $n^2 + 3n$ عددی زوج است.

۵۳- کدام عدد کلیت حکم "هر عدد طبیعی به صورت $4k + 5$ عددی مرکب است" را نقض می کند؟

الف) ۱۷ ب) ۲۴ پ) ۲۹ ت) ۳۲

۵۴- کدام عدد کلیت حکم "به ازای هر عدد طبیعی n ، $3^n + 3$ عددی اول است" را نقض می کند؟

الف) ۴ ب) ۵ پ) ۶ ت) ۷

۵۵- فرض کنید x, y عددهایی حقیقی و ناصفر باشند. کدام جفت از گزاره های داده شده هم ارز نیستند؟

الف) $x > 0, \frac{x}{y} > 0$ ب) $x > y, x^2 > y^2$ پ) $|x| > |y|, x^2 > y^2$ ت) $x^2 y > 0, xy^2 > 0$

۵۶- در اثبات حکم "اگر n عددی صحیح و $5n+3$ عددی فرد باشد، آنگاه n عددی زوج است" به روش برهان خلف، "فرض خلف" کدام است؟

(الف) n عددی زوج نیست. (ب) n عددی غیر صحیح است

(پ) $5n+3$ عددی زوج است. (ت) n عددی غیر صحیح است یا $5n+3$ عددی زوج است.

۵۷- فرض کنید x عددی حقیقی باشد. در اثبات حکم $x(4-x) \leq 4$ به روش اثبات بازگشتی از درستی کدام گزاره حکم را نتیجه می‌گیریم؟

(الف) $(x+2)^2 \geq 0$ (ب) $(x-2)^2 \geq 0$ (پ) $x^2+4 \geq 0$ (ت) $x^2+1 \geq 0$

۵۸- فرض کنید a, b عددهایی حقیقی باشند. در اثبات حکم $2(a^2+b^2) \geq (a+b)^2$ به روش بازگشتی از درستی کدام گزاره حکم را نتیجه می‌گیریم؟

(الف) $(a-b)^2 \geq 0$ (ب) $(a+b)^2 \geq 0$ (پ) $a^2+b^2 \geq 0$ (ت) $2a^2+b^2 \geq 0$

۵۹- فرض کنید n عددی صحیح باشد. کدام جفت از گزاره‌های داده شده هم ارز نیستند؟

(الف) n زوج است و n^2 زوج است (ب) n فرد است و $3n+2$ فرد است

(پ) n زوج است و $2n+3$ فرد است (ت) n فرد است و n^2 فرد است

۶۰- فرض کنید n عددی صحیح باشد. کدام گزاره با گزاره " $7n+3$ عددی زوج است" هم ارز است.

(الف) $3n+5$ عددی فرد است. (ب) $5n+4$ عددی فرد است.

(پ) $4n+3$ عددی فرد است. (ت) $n+3$ عددی فرد است.

۶۱- فرض کنید n عددی صحیح باشد. کدام گزاره با گزاره " $8n+3$ عددی زوج است" هم ارز است.

(الف) $3n+5$ عددی فرد است. (ب) $6n+4$ عددی زوج است.

(پ) $4n+7$ عددی زوج است. (ت) $5n+1$ عددی زوج است.

۶۲- فرض کنید a عددی حقیقی و ناصفر باشد. گزاره $\left(a + \frac{1}{a}\right)(a+1) \geq 3$ با کدام گزاره هم ارز است؟

(الف) $a^3+a^2-2a+1 \geq 0$ (ب) $a^3+a^2-2a+1 \leq 0$

(پ) $a^4+a^3-2a^2+a \geq 0$ (ت) $a^4+a^3-2a^2+a \leq 0$

۶۳- فرض کنید x, y عددهایی حقیقی باشند. در اثبات حکم $(x^2 + y^2 + 1 \geq xy + x + y)$ به روش بازگشتی از درستی کدام گزاره حکم را نتیجه میگیریم؟

الف) $(x-y)^2 + (x-1)^2 + (y-1)^2 \geq 0$ ب) $(x-y)^2 + (x+y)^2 \geq 0$

پ) $x^2 + y^2 \geq 0$ ت) $(x+y)^2 + (x+1)^2 + (y+1)^2 \geq 0$

۶۴- کدام عدد کلیت حکم "اگر x عددی گنگ باشد، آن گاه $x^2 - 6x - 6$ نیز عددی گنگ است" را نقض می کند؟

الف) $\sqrt{7} - 3$ ب) $\sqrt{6}$ پ) $\sqrt{11} + 3$ ت) $\sqrt{5} + 2$

۶۵- اثبات کدام حکم به روش برهان خلف صورت می گیرد؟

الف) کوچک ترین عدد حقیقی مثبت وجود ندارد. ب) برای هر عدد حقیقی و مثبت مانند a ، $a + \frac{1}{a} \geq 2$

پ) اگر a برابر مجموع مربع های دو عدد صحیح باشد، $2a$ نیز برابر مجموع مربع های دو عدد صحیح است.
ت) هر عدد فرد برابر تفاضل مربع های دو عدد صحیح است.

۶۶- اثبات کدام حکم به روش برهان خلف صورت نمی گیرد؟

الف) معادله $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 1$ در مجموعه اعداد فرد جواب ندارد.

ب) $\sqrt{5} + \sqrt{7} < 2\sqrt{6}$ پ) اگر $x \neq y$ آنگاه $\frac{x^2 + y^2}{2} \neq xy$

ت) اگر a, b, c جایگشتی از اعداد ۱ و ۲ و ۳ باشد، آن گاه $(a-1)(b-2)(c-3)$ عددی زوج است.

۶۷- کدام عدد کلیت حکم هر عدد طبیعی را می توان به صورت مجموع چند عدد متوالی نوشت را نقض می کند؟

الف) ۵۶ ب) ۶۴ پ) ۷۲ ت) ۷۴

۶۸- فرض کنیم C, B, A سه مجموعه دلخواه از مجموعه مرجع U باشند، کدام جفت از گزاره های داده شده هم ارز نیستند؟

الف) $A \cap C = B \cap C, A = B$ ب) $A \subseteq B, A - B = \emptyset$

پ) $A \cap B = \emptyset, A - B = A$ ت) $A \cup B = B, A \subseteq B$

۶۹- کدام عدد کلیت حکم "اگر n عددی صحیح باشد و $n > 73$ ، آنگاه $n > 74$ " را نقض می کند؟

الف) $73/5$ ب) ۷۴ پ) $74/5$ ت) ۷۵

۷۰- کدام حکم مثال نقض ندارد؟

الف) اگر n عددی طبیعی و زوج باشد، آنگاه $2^n + 1$ عددی اول است.

ب) اگر x, y عددی طبیعی و زوج باشند به گونه ای که $[x] = [y]$ ، آنگاه $[x^2] = [y^2]$

پ) مجموع هر چهار عدد صحیح متوالی بر ۴ بخش پذیر نیست.

ت) اگر x, y عددهایی حقیقی باشند به طوری که $|x - y| < 1$ ، آنگاه $[x] = [y]$

۷۱- کدام گزاره برای هر عدد صحیح n درست است؟

الف) $12n + 21$ بر ۳ بخش پذیر است.

ب) $8n + 5$ عددی زوج است.

پ) $7n + 6$ عددی زوج است.

ت) $n^2 - n$ عددی فرد است.

۷۲- در اثبات کدام گزاره از روش برهان خلف استفاده نمیکنیم؟

الف) اگر xy عددی گنگ باشد، آنگاه حداقل یکی از x و y عددی گنگ است.

ب) در بازه $(0, 1)$ عضوی که از همه اعضا بزرگ تر باشد وجود ندارد.

پ) اگر $x \neq 0$ عددی گویا و y عددی گنگ باشد، آنگاه xy عددی گنگ است.

ت) حاصل ضرب هر دو عدد فرد متوالی به علاوه یک مربع کامل است.

۷۳- کدام عدد کلیت حکم به ازای هر عدد فرد n ، $3^n + 1$ بر n بخش پذیر نیست را نقض می کند؟

الف) ۵

ب) ۶

پ) ۷

ت) ۹

۷۴- فرض کنید a, b عددهایی حقیقی باشند. کدام جفت از گزاره های داده شده با یکدیگر هم ارزند؟

الف) $[a] = [b], a = b$

ب) $[a - b] = 0, a = b$

پ) $[a] = [b], 0 \leq a - b < 1$

ت) $[a - b] = 0, 0 \leq a - b < 1$

۷۵- فرض کنید x, y عددهایی حقیقی باشند. کدام گزاره مثال نقض ندارد؟

الف) $[x + y] = [x] + [y]$

ب) $|x + y| = |x| + |y|$

پ) $[x^2 + y^2] = [x^2] + [y^2]$

ت) $|x^2 + y^2| = |x^2| + |y^2|$

۷۶- فرض کنید a, b عددهایی صحیح باشند، کدام گزاره درست است؟

- (الف) اگر ab فرد باشد، آن گاه $a-b$ زوج است. (ب) اگر ab فرد باشد، آن گاه $a-b$ فرد است.
 (پ) اگر ab زوج باشد، آن گاه $a-b$ زوج است. (ت) اگر ab زوج باشد، آن گاه $a-b$ فرد است.

۷۷- اعداد کدام گزینه کلیت حکم "برای هر دو عدد حقیقی x, y ، $[x-y]=[x]-[y]$ " را نقض می کنند؟

- (الف) $y=7, x=9$ (ب) $y=6/9, x=9/1$ (پ) $y=6/9, x=8/8$ (ت) $y=7/1, x=8/8$

۷۸- کدام عدد کلیت حکم "هر عدد طبیعی که بر ۷ بخش پذیر باشد، مجموع رقم هایش نیز بر ۷ بخش پذیر است" را نقض می کند؟

- (الف) ۷۰ (ب) ۶۸ (پ) ۶۱ (ت) ۱۶۸

۷۹- چندتا از گزاره های زیر درست اند؟

- (۱) اگر x, y عددهایی گنگ باشند، آن گاه $x+y\sqrt{2}$ عددی گنگ است.
 (۲) اگر x عددی گویا و y عددی گنگ باشد، آن گاه $x\sqrt{2}+y$ عددی گنگ است.
 (۳) اگر x, y عددهایی گویا و ناصفر باشند، آنگاه $x\sqrt{2}+y$ عددی گنگ است.

- (الف) صفر (ب) ۱ (پ) ۲ (ت) ۳

۸۰- کدام عدد کلیت حکم "هر عدد طبیعی، به صورت $5k-1$ مربع کامل است" را نقض می کند؟

- (الف) ۷۴ (ب) ۶۱ (پ) ۴۹ (ت) ۳۶

۸۱- فرض کنید x عدد حقیقی و ناصفر باشد. کدام جفت از گزاره های داده شده هم ارز نیستند؟

(الف) $\frac{1}{x} > 0, x > 0$ (ب) $[x] = x, x \in \mathbb{Z}$

(پ) $x \in \{2, 4\}, |x-3|=1$ (ت) $x^2 > 1, x > 1$

۸۲- فرض کنید x, y عددهایی حقیق باشند. در اثبات حکم $x^2 + y^2 \geq 2(x+y-1)$ به روش بازگشتی از درستی کدام گزاره حکم را

نتیجه می گیریم؟

(الف) $(x-y)^2 \geq 0$ (ب) $(x-1)^2 + (y-1)^2 \geq 0$

(پ) $(x-y+1)^2 \geq 0$ (ت) $(x+y-1)^2 \geq 0$

۸۳- فرض کنید n عددی صحیح باشد. کدام جفت از گزاره های زیر هم ارز نیستند؟

(الف) $2n+1$ عددی فرد است و $6n+2$ عددی زوج است.

(ب) $4n+1$ عددی زوج است و $6n+4$ بر ۳ بخش پذیر است.

(پ) $3n+1$ عددی زوج است و $n+4$ عددی زوج است.

(ت) $5n+4$ عددی فرد است و $3n$ عددی فرد است.

۸۴- فرض کنید a عددی حقیقی باشد و $a \neq 2$. گزاره $\frac{a+5}{a-2} > 0$ با کدام گزاره هم ارز است؟

(الف) $a^2 - 3a - 10 > 0$ (ب) $a^2 + 3a - 10 > 0$

(پ) $a^2 - 3a + 10 > 0$ (ت) $a^2 + 3a + 10 > 0$

۸۵- در اثبات حکم $(ab+cd)^2 \leq (a^2+c^2)(b^2+d^2)$ به روش بازگشتی از درستی کدام گزاره حکم را نتیجه می گیریم؟

(الف) $(ad-bc)^2 \geq 0$ (ب) $(ac-bd)^2 \geq 0$

(پ) $(a+b-c-d)^2 \geq 0$ (ت) $(a-b)^2(c-d)^2 \geq 0$

۸۶- کدام عدد کلیت حکم اگر x عددی گنگ باشد، آن گاه $x^3 + 3x^2 + 3x$ نیز عددی گنگ است را نقض می کند؟

(الف) $\sqrt{2}+1$ (ب) $\sqrt{2}-1$ (پ) $\sqrt{2}+3$ (ت) $\sqrt{2}-3$

۸۷- برای اثبات کدام حکم از روش برهان خلف استفاده نمی کنیم؟

(الف) اگر تابع f در $x=a$ پیوسته باشد ولی g در $x=a$ ناپیوسته باشد، آنگاه $f+g$ در $x=a$ ناپیوسته است.

(ب) اگر مجموع سه عدد صحیح برابر ۵۰ باشد، آن گاه یکی از این سه عدد بزرگ تر از یا مساوی با ۱۷ است.

(پ) اعداد ۱ تا ۱۳ را می توانیم به ۳ دسته تقسیم کنیم به طوری که مجموع اعداد در هر سه دسته با هم برابر باشند.

(ت) هر عدد طبیعی که بر ۴ بخش پذیر باشد برابر تفاضل دو مربع کامل است.

۸۸- کدام گزاره مثال نقض ندارد؟

(الف) به ازای هر عدد طبیعی k ، $24k-1$ عددی اول است.

(ب) به ازای هر عدد طبیعی k ، $25k-4$ مربع کامل است.

(پ) به ازای هر عدد طبیعی k ، $8k+6$ عددی مرکب است.

(ت) به ازای هر عدد طبیعی k ، $7k+1$ عددی زوج است.