

تاریخ: ۱۳۹۷/۶/۹ فصل اول درس سوم و ارون تابع مهر آموزشگاه:	باسمه تعالی جمهوری اسلامی ایران وزارت آموزش و پرورش سازمان آموزش و پرورش استان چهارمحال و بختیاری مدیریت آموزش و پرورش منطقه فلارد به نام خدایی که از نسبت محیط به قطر دایره آگاه است	رشته: علوم تجربی پایه: دوازدهم نام درس: ریاضیات ۳ تجربی تعداد سوالات: ۸۴ نام و نام خانوادگی: ..... دبیرستان: علامه طباطبایی دبیر و طراح: حسین لهراب
---	--	--

امام علی (ع): "از آنان مباحثید که بدون زحمت و تلاش امید به عاقبتی نیک دارند" سوالات در ۱۲ صفحه طراحی شده اند.

ردیف	" سال نوید و حمایت از کالای ایرانی مبارک باد "	نمره:
	<b>پیامبر اعظم (ص):</b> دانش اگر در ثریا هم باشد مردانی در سرزمین پارس بر آن دست خواهند یافت.	
۱	اگر $f = \{(3, 4), (b, 5), (a^2 - 1, 4), (7b - 3, 5)\}$ یک به یک باشد، مقدار $a$ و $b$ کدام است؟	
۲	اگر $f = \{(3, 2), (a, 5), (3, a^2 - a), (b, 2), (-1, 4)\}$ تابعی یک به یک باشد، $f^{-1}(a)$ را بیابید.	
۳	ابتدا نمودار تابع $f(x) = 2x +  x - 1 $ را رسم کرده و با استفاده از شکل، و ارون پذیری آن را بررسی کنید.	
۴	۶- ابتدا نمودار تابع $f(x) = 2x +  x - 1 $ را رسم کرده و با استفاده از شکل، و ارون پذیری آن را بررسی کنید. (خرداد ۹۰ - خارج کشور)	
۵	اگر $f(x) = \begin{cases} 4 - x^2 & x \leq 0 \\ 2x + m & x > 0 \end{cases}$ تابعی یک به یک باشد، حدود $m$ را بیابید.	
۶	نشان دهید دو تابع $f(x) = 4x^2 + 3$ و $g(x) = \sqrt[3]{\frac{x-3}{4}}$ و ارون یکدیگرند.	
۷	در تابع $f(x) = -x + \sqrt{-2x}$ مقدار $f^{-1}(4)$ را بیابید.	
۸	اگر $f(x) = 2x + 1$ و $g(x) = x - 1$ باشند، ضابطه ی $f \circ g^{-1}(x)$ را بیابید.	
۹	بررسی کنید تابع زیر صعودی یا نزولی است و سپس ضابطه ی تابع معکوس را بیابید و نمودار تابع $f$ و $f^{-1}$ را در یک دستگاه رسم کنید. $f(x) = x^2 - 2x, x \geq \frac{3}{2}$	
۱۰	اگر $A = \{0, 1, 4, 9\}$ و $f = \{(x, \sqrt{x})   x \in A\}$ باشد، مجموعه ی اعضای برد $f^{-1} \circ (f + f)$ را بیابید.	
۱۱	اگر $f^{-1}(x) = x + \sqrt{x+1}$ تابع $f$ محور طول ها را در چه نقطه ای قطع می کند؟	
۱۲	اگر $f(x) = 2x + 4$ و $g^{-1}(x) = 4x + 7$ باشد تابع و ارون $f \circ g$ را بیابید.	
۱۳	اگر $f(x) = x + \sqrt{x}$ و $g(x) = 2f^{-1}(x) - 1$ مقدار $g^{-1}(7)$ را بیابید.	
۱۴	می دانیم تابع $f(x) = \frac{x-1}{2x+3}$ و ارون پذیر است. و ارون آن را بیابید و سپس برد آن را بیابید.	
۱۵	و ارون پذیری تابع زیر را بررسی کنید و در صورت وجود و ارون پذیری تابع، ضابطه ی و ارون آن را به	

	$f(x) = \sqrt{x+3} - 5$	دست آورید.
۱۶	نشان دهید خط $y = x$ محور تقارن دو تابع $y = \sqrt[3]{x+1}$ و $y = x^3 - 1$ است.	
۱۷	اگر $f: A \rightarrow B$ معکوس پذیر باشد می دانیم $f \circ f^{-1}(x) = x$ و $f^{-1} \circ f(x) = x$ ، آیا دو تابع $f^{-1} \circ f(x) = x$ و $f \circ f^{-1}(x) = x$ مساوی هستند؟	
۱۸	نشان دهید تابع $f(x) = \sqrt{4x-5}$ یک به یک است و ضابطه ی تابع معکوس آن را بیابید.	
۱۹	ثابت کنید $x \geq 2$ , $f(x) = (x-2)^2$ وارون پذیر است سپس ضابطه ی وارون آن را بنویسید.	
۲۰	ابتدا یک به یک بودن تابع با ضابطه ی $f(x) = \begin{cases} x+1 & x < 0 \\ x^2+1 & x \geq 0 \end{cases}$ را بررسی کنید، سپس در صورت وجود معکوس تابع $f$ را تعیین کنید.	
۲۱	اگر $f^{-1}(-2) = 3$ و $g^{-1}(3) = -1$ حاصل $(f \circ g)^{-1}$ به ازای $x = -2$ کدام است؟ $\frac{1}{3}$ (۱) $-1$ (۲) $-2$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴)	
۲۲	تابع $f$ با ضابطه ی $f(x) = x^3 + x + 1$ مفروض است. مقدار عددی $f^{-1}(1)$ چقدر است؟ $\frac{1}{3}$ (۱) $-1$ (۲) $-1$ (۳) $4$ صفر	
۲۳	اگر $f: [-2, 2] \rightarrow [1, 4]$ معکوس پذیر باشد، نمودارهای $f \circ f^{-1}(x) = x$ و $f^{-1} \circ f(x) = x$ را رسم کنید.	
۲۴	فرض کنید $f(x) = 7x - 5$ و $g(x) = 2 - x$ باشند و آن گاه: الف) $f^{-1}(x)$ و $g^{-1}(x)$ را محاسبه کنید. ب) $g^{-1} \circ f^{-1}(x)$ را محاسبه کنید. پ) معکوس $f \circ g(x)$ را محاسبه کنید. ت) دو تابع قسمت های ب و پ را با هم مقایسه کنید. چه نتیجه ای می گیرید؟	
۲۵	ثابت کنید تابع $f(x) = x^2 + 1$ در بازه ی $(-\infty, 0]$ یک به یک است. سپس ضابطه ی معکوس تابع $f$ را تعیین کنید.	
۲۶	تابع $f$ با ضابطه ی $f(x) = \begin{cases} 4x - x^2 - 3 & x < 2 \\ x - 2 & x \geq 2 \end{cases}$ مفروض است. اولاً ثابت کنید این تابع در $(-\infty, 2]$ یک به یک است. ثانياً ضابطه ی تابع معکوس تابع $f$ را در بازه ی $(-\infty, 2]$ بنویسید.	
۲۷	نشان دهید تابع با ضابطه ی $f(x) = (1-x)^3$ یک به یک است. وارون آن را بیابید.	
۲۸	اگر $f(x) = 2x - 2$ و $g(x) = 2 + x$ باشد ضابطه ی معکوس $f \circ g$ را بدست آورید.	
۲۹	اگر $f(x) = 2x + 1$ و $g(x) = x - 1$ باشد ضابطه ی $f \circ g^{-1}$ را بدست آورید.	

۳۰	معکوس تابع $f(x) = \begin{cases} x^2 & x \geq 1 \\ 2x-1 & x < 1 \end{cases}$ را به دست آورید.
۳۱	نقطه برخورد تابع $f(x) = x^3 + 2x$ را با وارونش، در صورت وجود به دست آورید.
۳۲	نمودار تابع $f(x) = \sqrt[3]{x}$ با وارونش چند نقطه تلاقی دارد؟ مختصات آن ها را به دست آورید.
۳۳	توابع $f$ و $g$ یک به یک هستند و می دانیم $f^{-1}(x) = \frac{x}{3} + 1$ و $g^{-1}(x) = x + 2$ ضابطه ی توابع $(fog)^{-1}$ و $gof$ را به دست آورید.
۳۴	اگر $f(x) = \begin{cases} -x^2 + 4x - 11 & x \geq 2 \\ -4x + 1 & x < 2 \end{cases}$ مقدار $f^{-1}(-11)$ را به دست آورید.
۳۵	به کمک رسم نمودار، ثابت کنید تابع زیر وارون پذیر نیست. $f(x) = \begin{cases} x^2 & x \geq 0 \\ -x-1 & x < 0 \end{cases}$
۳۶	فاصله ی نقطه ی برخورد تابع نمایی با محور $y$ ها و نقطه ی برخورد وارون ایت تابع نمایی با محور $x$ ها چقدر است؟
۳۷	$f(x) = \frac{1-2x}{4}$ ، $2 \leq x < 4$ داده شده است. دامنه ی تابع $f^{-1}$ را به دست آورید.
۳۸	مقدار $k$ را طوری بیابید تا تابع $f(x) = \begin{cases} 3x+2k & k > 1 \\ 2x-k & x \leq 1 \end{cases}$ یک به یک شود.
۳۹	مقدار $a$ و $b$ را طوری بیابید تا تابع $f(x) = \begin{cases} ax+1 & x < -1 \\ x+2 & -1 \leq x < 2 \\ 2x+b & x \geq 2 \end{cases}$ تابعی یک به یک شود.
۴۰	دامنه ی تابع وارون $f(x) = x^2 - 4x + 2$ ، $x \geq 3$ را بیابید.
۴۱	اگر $f(x) = (x-1)^3$ و $g(x) = \sqrt[3]{x} + 1$ باشند، آیا $f$ و $g$ وارون یکدیگرند؟
۴۲	معکوس تابع $y = \sqrt{x+2} + 1$ را بدست آورید. دامنه و برد تابع وارون را بیابید.
۴۳	ضابطه ی معکوس تابع $f(x) = (1-2x)^3$ را بیابید.
۴۴	نمودار تابع $f(x) = (x-2)^3 + 3$ و معکوس آن را در یک دستگاه رسم کنید و ضابطه ی معکوس را بنویسید.
۴۵	مقدار $m$ چقدر باشد تا نمودار معکوس تابع $f(x) = x^2 + x + m$ از نقطه ی $(4,1)$ بگذرد؟
۴۶	منحنی معکوس تابع $y = -(x+2)^3 - 2$ نمودار تابع را در چند نقطه قطع می کند؟
۴۷	اگر $f^{-1}(x) = x + \sqrt{x}$ و $g^{-1}(x) = x^2$ ، $x \geq 0$ آن گاه ضابطه ی $fog$ را بیابید.
۴۸	اگر $g(x) = f(2x-4)$ و $f^{-1}(x) = x + \sqrt{x}$ حاصل $f^{-1}(16)$ چقدر است؟
۴۹	درستی یا نادرستی گزاره های زیر را مشخص کنید.

	الف) اگر نقطه ای نحل تلاقی نمودار های $f$ و $f^{-1}$ باشد، آن گاه قرینه ی آن نسبت به خط $y=x$ نیز نقطه ی تلاقی نمودار های $f$ و $f^{-1}$ خواهد بود. ب) اگر تابع $f$ نزولی اکید باشد آن گاه تمام نقاط تلاقی نمودار های $f$ و $f^{-1}$ روی خط $y=x$ قرار دارند.	
۵۰	توابع $f = \{(3,2), (1,-2), (0,1)\}$ و $g = \{(-2,1), (3,0), (0,-1), (2,-2)\}$ مفروضند: الف) تابع $f^{-1}$ را تعیین کنید. ب) تابع $f^{-1} \circ g$ را تعیین کنید. پ) نشان دهید: $D_f = R_{f^{-1}}$	
۵۱	اگر تابع $f$ با ضابطه ی $f(x) = x^2 + 2ax$ در بازه ی $(-\infty, 1]$ تعریف شده است و معکوس پذیر است و $f^{-1}(2) = \frac{1}{4}$ مقدار $a$ را به دست آورید.	
۵۲	دامنه ی توابع زیر را طوری محدود کنید که تابع حاصل یک به یک شود. (با بزرگترین دامنه ی ممکن) ۱) $y =  x+1  - 3$ ۲) $y = x^2 - 4x$ ۳) $y = \cos x$ ۴) $y = x^2 - 2x + 3$	
۵۳	تابع با ضابطه ی $y = 3 +  x-2 $ روی بازه ی $(a, +\infty)$ یک به یک است. حداقل مقدار $a$ کدام است؟	
۵۴	نمودار تابع $f$ را طوری رسم کنید که تمام شرایط زیر را داشته باشد: الف) روی اعداد منفی خطی باشد.                      ب) $f(-1) = 2$ پ) وارون پذیر باشد.                                      ت) از مبدا عبور نکند.	
۵۵	وارون تابع $y = 3 + \sqrt{x-2}$ از کدام نقطه زیر می گذرد؟ الف) $(5, 10)$ ب) $(3, 4)$	
۵۶	اگر $f(x) = \frac{2x+1}{x-2}$ الف) مقدار $f(3)$ را بیابید.                      ب) $f^{-1}(7)$ را بیابید.	
۵۷	دامنه ی وارون تابع $f(x) = 2 - \sqrt{x-3}$ را بیابید.	
۵۸	اگر $f(x) = \sqrt{2-6x}$ باشد، برد تابع $f^{-1}$ را بیابید.	
۵۹	آیا محل برخورد دو تابع $f$ و $f^{-1}$ همواره روی خط $y=x$ است؟ چه حالاتی ممکن است رخ دهد؟ (مثال بزنید).	
۶۰	تابع $f$ باید چه شرطی داشته باشد تا محل برخورد دو نمودار $f$ و $f^{-1}$ روی خط $y=x$ قرار بگیرد؟	
۶۱	اگر $x \geq 2$ باشد، محل برخورد نمودار تابع $f(x) = x^2 - 4x$ با نمودار وارون آن را بیابید.	
۶۲	اگر تابع $f$ روی بازه ی $[a, b]$ صعودی اکید باشد، $f^{-1}$ ..... خواهد بود. (صعودی اکید - نزولی اکید)	
۶۳	اگر تابع $f$ روی بازه ی $[a, b]$ نزولی اکید باشد، $f^{-1}$ ..... خواهد بود. (صعودی اکید - نزولی اکید)	
۶۴	ضابطه ی وارون توابع زیر را بیابید.	

الف) $f(x) = \frac{3x-4}{5}$	ب) $f(x) = x^2 - 2x, x \geq 1$	
پ) $f(x) =  x+2 , x \geq 2$	ت) $f(x) = \sqrt{3x-2} + 5$	
ث) $f(x) = (1-x)^3$	ج) $f(x) = -x^2 + 4$	
تابع خطی $f(x) = ax + b$ چه موقع یک به یک است. در این صورت ضابطه ی وارون آن را بیابید.		۶۵
تحت چه شرایطی وارون تابع $f(x) = ax + b$ با خودش برابر است؟		۶۶
اگر $f = \{(1,2), (-1,0), (3,1), (4,-1)\}$ و $g = \{(1,-2), (3,0), (0,4), (-2,2)\}$ باشند مطلوب است:		۶۷
۱) $f^{-1} \circ g(-2)$	۲) $g^{-1} \circ g^{-1}(4)$	
۳) $g^{-1} \circ f^{-1}$	۴) $(f \circ g)^{-1}$	
اگر $f(x) = 4x - 2$ و $g(x) = \sqrt{x-2}$ در این صورت حاصل $(f^{-1} \circ g^{-1})(0)$ و ضابطه ی $g \circ f^{-1}$ را بیابید.		۶۸
طبق ماشین اگر $f(x) = \frac{3x-4}{2}$ باشد مقدار $g(2)$ را بیابید.		۶۹
$x \rightarrow f(x) \rightarrow g(x) \rightarrow x$		
نشان دهید توابع $f(x) = 2 + \sqrt[3]{x}$ و $g(x) = (x-2)^3$ وارون هم هستند.		۷۰
دامنه ی وارون تابع $f(x) = -\sqrt{1-x}$ را بیابید.		۷۱
اگر $f(x) = 1 + \sqrt{x+2}$ باشد:		۷۲
الف) $f^{-1} \circ f(x)$ و $f \circ f^{-1}(x)$ را بیابید.		
ب) دامنه ی آن ها را بیابید.		
پ) نمودار $f^{-1} \circ f(x)$ و $f \circ f^{-1}(x)$ را رسم کنید.		
ت) آیا $f \circ f^{-1}(x) = f^{-1} \circ f(x)$ است؟ چرا؟		
آیا دو تابع $f(x) = \frac{2}{y}$ و $g(x) = \frac{y}{2}$ وارون یکدیگرند؟ چرا؟		۷۳
تابع $f(x) = x^2 - 4x + 2$ یک به یک نیست. بزرگترین بازه ای که در آن تابع یک به یک است را مشخص کنید. سپس وارون آن را بیابید.		۷۴
اگر $f(x) = x x $ ابتدا آن را به صورت یک تابع دو ضابطه ای بنویسید. تابع و وارونش را رسم کنید.		۷۵
اگر $f(x) = x + 3$ و $g(x) = 3x - 7$ تابع $f^{-1} \circ g$ را بیابید.		۷۶
اگر $f = \{(1,2), (2,3), (-1,1)\}$ و $g = \{(0,3), (2,-2), (-2,2)\}$ باشد، حاصل عبارت های زیر را بیابید.		۷۷
۱) $(f^{-1} \circ g)(0)$	۲) $(f^{-1} \circ g)(2)$	۳) $g^{-1} \circ f^{-1}$
		۴) $\frac{1}{f^{-1} \circ f^{-1}}$

۷۸	تابع با ضابطه ی $f(x) =  x^2 $ با دامنه ی $\mathbf{R}$ چگونه است؟ (۱) نزولی (۲) صعودی (۳) وارون ناپذیر (۴) یک به یک
۷۹	تابع $y = x x-2 $ در یک بازه نزولی است. ضابطه ی معکوس آن در این بازه کدام است؟ (۱) $x < 1, 1 - \sqrt{1-x}$ (۲) $0 < x < 1, 1 - \sqrt{1-x}$ (۳) $x < 1, 1 + \sqrt{1-x}$ (۴) $0 < x < 1, 1 - \sqrt{1+x}$
۸۰	تابع با ضابطه ی $f(x) =  2x-6  -  x+1 $ در یک بازه صعودی است. ضابطه ی معکوس آن کدام است؟ (۱) $x > 8, -x+7$ (۲) $x > -4, x+7$ (۳) $x > 3, \frac{1}{3}x+2$ (۴) $-4 < x < 8, \frac{1}{2}x-1$
۸۱	ضابطه ی وارون تابع $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x} & x \geq 0 \\ -\sqrt{-x} & x < 0 \end{cases}$ کدام است؟ (۱) $-x^2$ (۲) $x^2$ (۳) $x x $ (۴) $-x x $
۸۲	نمودار تابع $f(x) = \frac{x+4}{x-2}$ با دامنه ی $\mathbf{R} - \{2\}$ نمودار وارون خود را با کدام طول قطع می کند؟ (۱) ۱ و ۴ (۲) ۱ و -۴ (۳) -۱ و ۴ (۴) -۴ و -۱
۸۳	اگر $x \geq 2, f(x) = x^2 - 8x$ نمودار های دو تابع $f, f^{-1}$ با کدام طول متقاطع اند؟ (۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۴ (۴) ۳
۸۴	ضابطه ی معکوس $y = 2 - \sqrt{x-1}$ به کدام صورت است؟ (۱) $y = x^2 - 4x + 5, x \leq 2$ (۲) $y = -x^2 - 4x + 5, x \leq 2$ (۳) $y = x^2 - 4x + 5, x \geq 1$ (۴) $y = -x^2 - 4x + 5, x \geq 1$