

فصل دوم مثلثات

✓ نسبت های مثلثاتی

✓ دایره مثلثاتی

✓ روابط بین نسبت های مثلثاتی

علی نژاد

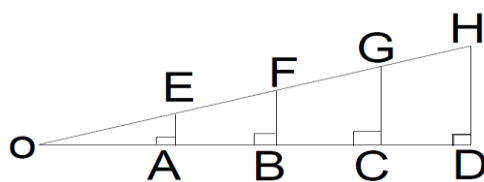
شما می ت

نسبت های مثلثاتی

❖ آشنایی با نسبت های مثلثاتی

- سینوس
- کسینوس
- تانژانت
- کتانژانت

شما می توانید با عضویت در کانال ،سوالات ریاضی خود را پرسیده و در کمترین زمان ممکن جواب خود را دریافت کنید. علی لطفی نژاد



به شکل مقابل نگاه کن! بگو خب که چی! یه خط کش بردار و با من بیا

زاویه دلخواه O را در نظر بگیر، روی یه ضلع اون نقطه دلخواهی مثل A را در نظر بگیر و از اون خطی عمود خارج کن تا ضلع دیگر را در E قطع کند. به همین ترتیب نقاط دلخواه دیگه ای مثل B, C, D انتخاب کن و همون کارهای قبلی را انجام بده. حالا اندازه پاره های روی شکل را به دست بیار خب میدونم به دست نمیاری من به جات به دست آوردم. حالا به تساوی های زیر دقت کن. همانطور که میبینی این تساوی ها ربطی به جای قرار گرفتن A, B, C, D ندارد پس هر کدام شایسته نامی برای خود هستن.

$$1. \frac{AE}{OE} = \frac{BF}{OF} = \frac{CG}{OG} = \dots$$

$$2. \frac{OA}{OE} = \frac{OB}{OF} = \frac{OC}{OG} = \dots$$

$$3. \frac{AE}{OA} = \frac{BF}{OB} = \frac{CG}{OC} = \dots$$

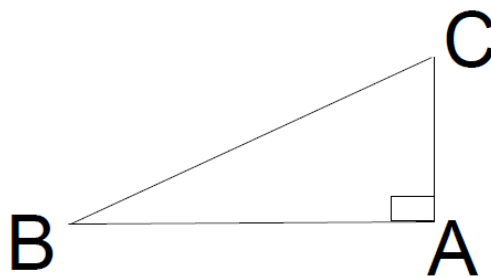
$$4. \frac{OA}{AE} = \frac{OB}{BF} = \frac{OC}{CG} = \dots$$

خب حالا به هر کدام از این نسبت ها یه اسم اختصاص میدیم. در هر تساوی مقدار کسر ها با هم برابرند ولی خب مقدار این کسر ها به اندازه زاویه O بستگی داره. خب حالا به کسر های اول اسم سینوس را میدیم و به صورت $\sin O$ نشون میدیم. کسر های دوم را با اسم کسینوس نام گذاری می کنیم و به صورت $\cos O$ نشون میدیم. کسر های سوم را با اسم تانژانت نام گذاری می کنیم و به صورت $\tan O$ نشون میدیم. در پایان کسر های چهارم را با کتانژانت نام گذاری می کنیم و به صورت $\cot O$ نشون میدیم.

حالا برای اینکه یه کم مطلب را جمع و جور کنیم، یکی از اون مثلث های قائم الزاویه را در نظر میگیریم و مطالب را به صورت زیر

خلاصه می کنیم. در اینجا زاویه B به جای زاویه O در شکل بالاست.

$$1. \sin B = \frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{وتر}}$$



پرسیده و در کمترین زمان ممکن جواب خود را دریافت کنید. علی لطفی نژاد

$$2. \cos B = \frac{\text{ضلع مجاور}}{\text{وتر}}$$

$$3. \tan B = \frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{ضلع مجاور}}$$

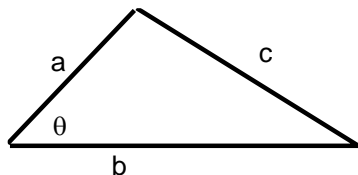
$$4. \cot B = \frac{\text{ضلع مجاور}}{\text{ضلع مقابل}}$$

❖ جدول زیر را یاد بگیر

	0	30	45	60	90	180	270	360
sin	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	-1	0
cos	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0	1
tan	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	تعریف نشده	0	تعریف نشده	0
cot	تعریف نشده	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	تعریف نشده	0	تعریف نشده

❖ به رابطه خوب برای تعیین مساحت یه مثلث با داشتن دو ضلع و زاویه بین آنها :

$$* S = \frac{ab \sin \theta}{2}$$



❖ در هر مثلث داریم :

$$\bullet \frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

نمونه

۱. یک مربع رسم کرده و با رسم یک قطر آن اندازه نسبت های مثلثاتی زاویه ۴۵ را بیابید.

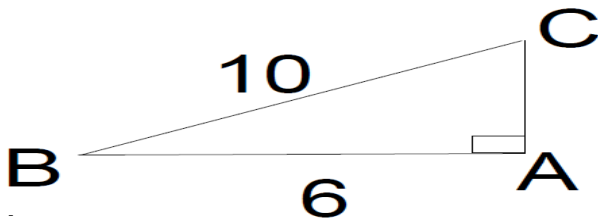
شما می توانید با عضویت در کانال ،سوالات ریاضی خود را پرسیده و در کمترین زمان ممکن جواب خود را دریافت کنید

۲. مقدار عددی عبارت های زیر را بیابید .

a) $\sin^2 60 + \cos^2 60 = ?$

b) $1 + \sin 30 + \cos^2 45 + 4\sin 30 \cos 60 = ?$

۳. در شکل مقابل نسبت های مثلثاتی زاویه B را بیابید .

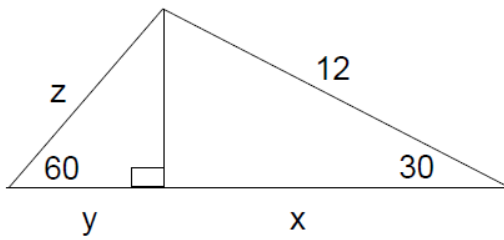


۴. طول وتر یک مثلث قائم الزاویه ۱۰ سانتی متر و سینوس یکی از زاویه های $\frac{3}{5}$ است . محیط مثلث را بیابید .

۵. نردبانی به طول 8m به دیواری تکیه داده شده و زاویه آن با سطح زمین ۶۰ درجه است . نوک نردبان تا زمین چقدر است ؟

شما می توانید با عضویت در کانال ،سوالات ریاضی خود را پرسیده و در کمترین زمان ممکن جواب خود را دریافت کنید. علی لطفی نژاد

۶. در شکل مقابل x, y, z را بیابید.



۷. در مثلث قائم الزاویه ABC که AB وتر مثلث است، اگر $\angle A = 30^\circ$ و $AB = 4$ باشد مساحت این مثلث را بیابید.

۸. در مثلث ABC زاویه $A = 90^\circ$ و $BC = 3\sqrt{2}$ و $\tan B = \sqrt{2}$ اندازه ضلع BC را بیابید.

شما می توانید با عضویت در کانال، سوالات ریاضی خود را پرسیده و در کمترین زمان ممکن جواب خود را دریافت کنید. علی لطفی نژاد

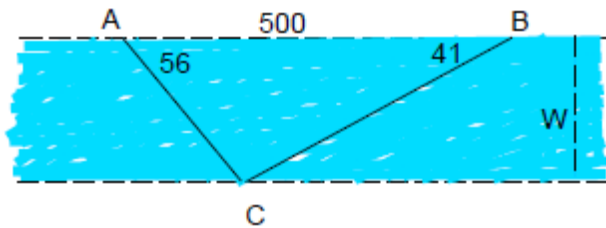
۹. سکوی پرتاب موشکی در ارتفاع ۲۰ متری سطح زمین قرار دارد. موشک تحت زاویه ۶۰ درجه پرتاب میشود و به حرکت خود با همین زاویه ادامه می دهد. اگر سایه موشک روی زمین ۱۰۰۰ متر طی کرده باشد، موشک در چه ارتفاعی است و چه مقدار در خط مسیر خود طی کرده است؟

۱۰. شخصی روبروی یک پرچم ایستاده است و به بالاترین نقطه پرچم نگاه می کند زاویه دید چشمی این شخصی برابر ۳۲ درجه است. ارتفاع چشم شخص از سطح زمین برابر ۱/۸ متر است و فاصله فرد تا میله پرچم برابر ۴۵ است. طول میله پرچم را بیابید.

۱۱. یک مهندس نقشه برداری برای اندازه گیری ارتفاع قله دماوند در نقطه ای از دامنه کوه ایستاده که فاصله آن تا نوک قله برابر ۹۲۱۸ متر می باشد و با دوربین خود نوک قله را با زاویه ۳۰ درجه می بیند. اگر دامنه کوه در ارتفاع ۱۰۰۰ متری سطح دریا واقع باشد این نقشه بردار اندازه ارتفاع قله دماوند را از سطح دریا چه عددی گزارش می کند؟

شما می توانید با عضویت در کانال ،سوالات ریاضی خود را پرسیده و در کمترین زمان ممکن جواب خود را دریافت کنید. علی لطفی نژاد

۱۲. در شکل زیر با توجه به مقادیر داده شده عرض رودخانه را بیابید.



دایره مثلثاتی

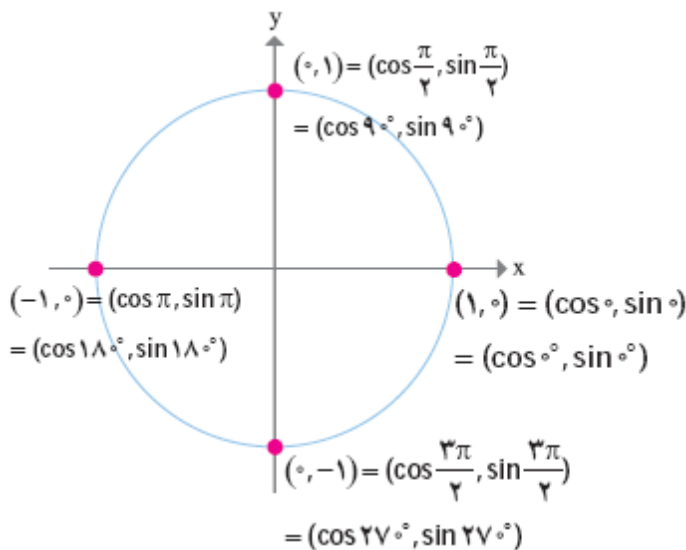
❖ تو این درس چه خبره :

- آشنایی با دایره مثلثاتی
- تعیین نسبت های مثلثاتی زوایای 0° و 90° و 180° و 270° و 360°
- رابطه بین شیب خط و تانژانت زاویه برخورد

شما می توانید با عضویت در کانال، اسوالات ریاضی خود را پرسشیده و در بهترین زمان ممکن جواب خود را دریافت کنید. علی لطفی نژاد

❖ دایره مثلثاتی

❖ دایره ای است به شعاع واحد که جهت مثبت آن برخلاف جهت عقربه های ساعت است.



در نمودار زیر محور افقی محور کسینوس ها و محور عمودی

محور عمودی محور سینوس ها خواهد بود

همچنین خواهیم داشت: $\sin \theta = y_B$, $\cos \theta = x_B$.

علامت $\sin \theta$ و $\cos \theta$ در هر ناحیه به ترتیب از

علامت x, y به دست می آید.

در شکل مقابل اندازه نسبت های مثلثاتی مضارب ۹۰

درجه را می بینید.

❖ رابطه بین شیب خط و تانژانت زاویه

- اگر زاویه برخورد خط باجهت مثبت محور x را برابر θ بگیریم و شیب خط را برابر m بگیریم در این صورت $m = \tan \theta$

تمرین

شما می توانید با عضویت در کانال ،سوالات ریاضی خود را پرسیده و در کمترین زمان ممکن جواب خود را دریافت

۱۳. جدول مقابل را برای علامت نسبت های مثلثاتی کامل کنید.

مقدار θ	ربع	$\cos \theta$	$\sin \theta$	$\tan \theta$
$0 < \theta < \frac{\pi}{2}$	اول			
$\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$	دوم			
$\pi < \theta < \frac{3\pi}{2}$	سوم			
$\frac{3\pi}{2} < \theta < 2\pi$	چهارم			

۱۴. برای هر یک از حالات زیر یک مثال بیاورید .

الف) زاویه ای که کسینوس آن مثبت و تانژانت آن منفی باشد .

ب) زاویه ای که سینوس آن منفی و کتانژانت آن مثبت باشد .

۱۵. اگر $\cos \alpha = \frac{3}{7}$ و α ربع چهارم مثلثاتی باشد سایر نسبت های مثلثاتی را بیابید .

شما می توانید با عضویت در کانال ، سوالات ریاضی خود را پرسیده و در کمترین زمان ممکن جواب خود را دریافت کنید. علی لطفی نژاد

۱۶. اگر $\sin \theta = \frac{2}{7}$ باشد و θ در ربع دوم باشد سایر نسبت های مثلثاتی را بیابید .

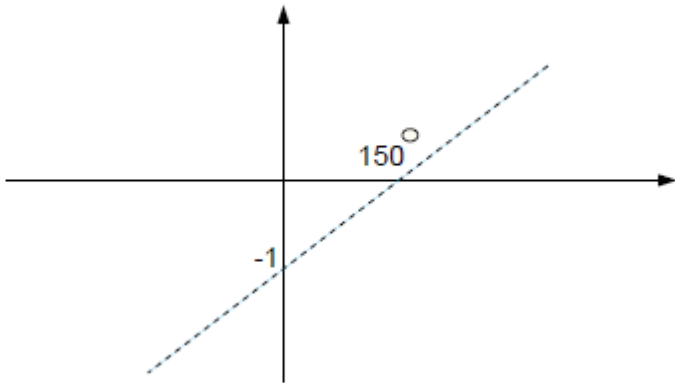
۱۷. معادله خطی را بنویسید که از نقطه A به طول ۲ واقع بر محور افقی گذشته و با محور افقی زاویه 30° درجه بنویسید .

۱۸. معادله خطی را بنویسید که زاویه آن با محور x 45° درجه بوده و از نقطه $(0,2)$ بگذرد .

شما می توانید با عضویت در کانال ،سوالات ریاضی خود را پرسیده و در کمترین زمان ممکن جواب خود را دریافت کنید. علی لطفی نژاد

۱۹. مقدار m را طوری بیابید که خط $(m+2)x + (-2m+1)y = 2$ با محور x زاویه ۴۵ درجه بسازد.

۲۰. با توجه به شکل معادله خط را بنویسید.



۲۱. اگر θ یک زاویه حاده و $\tan \theta = \frac{1}{2}$ باشد مقادیر $\sin \theta$ و $\cos \theta$ را بیابید.

۲۲. اگر $\tan x = -\frac{1}{2}$ و $\cos x < 0$ مقدار $\sin x$ را بیابید.

شما می توانید با عضویت در کانال ،سوالات ریاضی خود را پرسیده و در کمترین زمان ممکن جواب خود را دریافت کنید. علی لطفی نژاد

روابط بین نسبت های مثلثاتی

❖ چی یاد میگیری توی این درس :

- آشنایی با روابط بین نسبت های مثلثاتی
- آشنایی با تعدادی از کار برد های انها

دانلود از اپلیکیشن پادرس



❖ روابط بین نسبت های مثلثاتی

- ★ $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$
- ★ $\cos \theta \times \tan \theta = \sin \theta$
- ★ $\sin \theta \times \cot \theta = \cos \theta$
- ★ $\tan \theta \times \cot \theta = 1$
- ★ $1 + \cot^2 \theta = \frac{1}{\sin^2 \theta}$
- ★ $1 + \tan^2 \theta = \frac{1}{\cos^2 \theta}$

۲۳. اگر انتهای کمان α در ربع چهارم باشد و داشته باشیم $\tan \alpha = -\frac{5}{3}$ باشد سایر نسبت های مثلثاتی زاویه را بیابید .

شما می توانید با عضویت در کانال ،سوالات ریاضی خود را پرسیده و در کمترین زمان ممکن جواب خود را دریافت کنید. علی لطفی نژاد

۲۴. اگر انتهای کمان α در ربع دوم باشد و داشته باشیم $\sin \alpha = \frac{3}{7}$ باشد سایر نسبت های مثلثاتی زاویه را بیابید .

۲۵. ثابت کنید همواره رابطه $(1 - \sin x)(1 + \sin x)(1 + \tan^2 x) = 1$ برقرار است .

۲۶. فرض کنید $\sin x + \cos x = \sqrt{2}$ باشد در این صورت مقدار عبارت $\frac{\sin^4 x - \cos^4 x}{\sin x - \cos x}$ را بیابید .

شما می توانید با عضویت در کانال ،سوالات ریاضی خود را پرسیده و در کمترین زمان ممکن جواب خود را دریافت کنید. علی لطفی نژاد

۲۷. اگر $1 - \cos\theta = \frac{3}{5}$ باشد و داشته باشیم $\tan\theta \times \cos\theta > 0$ باشد معین کنید انتهای کمان θ در کدام ناحیه است؟

۲۸. درستی رابطه های زیر را ثابت کنید .

$$a) \frac{1+\cos\theta}{\sin^3\theta} = \frac{1}{\sin\theta(1-\cos\theta)}$$

$$b) 1 - \frac{\cos^2 x}{1+\sin x} = \sin x$$

شما می توانید با عضویت در کانال ،سوالات ریاضی خود را پرسیده و در کمترین زمان ممکن جواب خود را دریافت کنید. علی لطفی نژاد

$$c) \frac{1}{\cos x} + \cot x = \frac{\tan x + \cos x}{\sin x}$$

۲۹. اگر $\cot x = \frac{3}{4}$ باشد حاصل $\frac{4}{\sin x} - \frac{3}{\cos x}$ را بیابید.

۳۰. فرض کنید $\alpha \geq 60^\circ$ و $\cos \alpha = \frac{m-1}{2}$ باشد حدود تغییرات m را بیابید.

۳۱. کمترین و بیشترین مقدار $\frac{10}{4+3 \sin x}$ را بیابید.

شما می توانید با عضویت در کانال ،سوالات ریاضی خود را پرسیده و در کمترین زمان ممکن جواب خود را دریافت کنید. علی لطفی نژاد