

فصل اول : عبارت های جبری

۲	درس نامه
۸	سوالات
۱۷	آزمون ۱

فصل دوم : معادله ی درجه دوم

۱۹	درس نامه
۲۳	سوالات
۲۹	آزمون ۲

فصل سوم : تابع

۳۱	درس نامه
۳۷	سوالات
۴۵	آزمون ۳
۴۷	آزمون ۴ (میان ترم اول)

فصل چهارم : داده های آماری

۵۰	درس نامه
۵۵	سوالات
۶۲	آزمون ۵
۶۴	آزمون ۶ (ترم اول)
۶۷	آزمون ۷ (ترم اول)

فصل پنجم : نمایش داده ها

۷۰	درس نامه
۷۶	سوالات
۸۲	آزمون ۸

یاد آوری اتحاد ها :

$$1- \text{اتحاد مربع دو جمله ای (مجموع)} \quad (a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$2- \text{اتحاد مربع دو جمله ای (تفاضل)} \quad (a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$3- \text{اتحاد مزدوج} \quad (a - b)(a + b) = a^2 - b^2$$

$$4- \text{اتحاد جمله ی مشترک} \quad (x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$$

مثال : به کمک اتحاد طرف دوم تساوی های زیر را به بنویسید.

$$(3x - 2)^2 = \quad (2a + 3b)^2 = \quad (4x - zy)(4x + zy) = \quad (2x + 1)(2x + 3) =$$

مثال : عبارات های زیر را تجزیه کنید.

$$x^2 + 6x + 9 = \quad a^2 + 3a - 10 = \quad 4x^2 + 2x - 6 = \quad 7z^2 - 7x^2 =$$

مثال : حاصل عبارات های زیر را به کمک اتحاد به دست آورید.

$$(99)^2 = \quad (102) \times (98) =$$

مثلث خیام

به جدول روبه رو نگاه کنید:

در جدول روبه رو مشاهده می شود که هر عدد از جمع دو عدد

بالای خود به دست می آید.

با کمی دقت می توانیم سطر بعدی را حدس بزنیم

به توجه به مثلث خیام می توانیم اتحاد های درجه های بالا تر را به دست آوریم .

$$\begin{cases} (a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 \\ (a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 \end{cases}$$

اتحاد مکعب دو جمله ای

مثال : با استفاده از اتحاد های بالا تساوی های زیر را کامل کنید.

$$\text{الف) } (2x + 1)^3 = \quad \text{ب) } (2a - 3b)^3 =$$

$$(2x + 1)^3 = (2x)^3 + 3(2x)^2(1) + 3(2x)(1)^2 + (1)^3 = 8x^3 + 12x^2 + 6x + 1 \quad \text{پاسخ:}$$

$$(2a - 3b)^3 = (2a)^3 - 3(2a)^2(3b) + 3(2a)(3b)^2 - (3b)^3 = 8a^3 + 36a^2b + 54ab^2 - 27b^3$$

نکته : اگر در مثلث خیام اعداد سطرها را با هم جمع کنیم رابطه ی روبه رو برقرار است :

$$\text{مجموع اعداد سطر } n \text{ ام} = 2^n$$

09126605143

نکته : با کمی دقت متوجه می شویم که توان های عدد ۱۱ نیز مانند سطرهای مثلث خیام است.

به عنوان مثال 11^3 برابر 1331 است که این رقم ها ضرایب توان سوم در مثلث خیام هستند. $(a+b)^3 = 1a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + 1b^3$

$$\begin{cases} (a-b)(a^2+ab+b^2) = a^3-b^3 \\ (a+b)(a^2-ab+b^2) = a^3+b^3 \end{cases}$$

اتحاد مکعب دو جمله ای

مثال : به کمک اتحاد طرف دوم عبارت های زیر را بنویسید.

الف) $27b^3 + 8 =$

ب) $(x-2)(x^2+2x+4) =$

$27b^3 + 8 = (3b)^3 + 2^3 = (3b+2)(9b^2-6x+4)$

پاسخ :

$(x-2)(x^2+2x+4) = x^3-2^3 = x^3-8$

درس دوم : عبارات های گویا

تعریف : کسرهایی که صورت و مخرج آن ها چند جمله ای باشند عبارت های گویا نام دارند.

نکته : به عبارت دیگر در صورت و مخرج عبارت های گویا نباید توان منفی و رادیکال و قدرمطلق و متغیر در توان نباشد باشد.

مثال : کدام یک از عبارات های زیر گویا است؟

الف) $\sqrt{x}-1$

ب) $\frac{1}{x^2-\sqrt{3}}$

پ) $\frac{x}{|y|}$

ت) x^{-3}

ث) $\frac{5x}{2x}$

پاسخ : فقط گزینه ی ب یک عبارت گویا است.

نکته : مقدار یک عبارت گویا وقتی تعریف شده است که مخرج آن صفر نباشد

مثال : عبارات های گویا ی زیر به ازای چه مقادیری تعریف نشده هستند.

الف) $\frac{x+3}{x-4}$

ب) $\frac{x+1}{5+x}$

پ) $\frac{x^2+3}{x^2-4}$

ت) $\frac{3}{x^2+5}$

پاسخ : باید مخرج را مساوی صفر قرار داده و حل کنیم تا مقدار تعریف نشده به دست آید

ب) $5+x=0 \rightarrow x=-5$

الف) $x-4=0 \rightarrow x=4$

ت) هیچ مقداری عبارت x^2+5 را صفر نمی کند.

پ) $x^2-4=0 \rightarrow x=\pm 2$

ساده کردن عبارات های گویا

$$\frac{ka}{kb} = \frac{a}{b}$$

اگر a, b, k عددهای حقیقی باشند به طوریکه $b, k \neq 0$ باشند داریم :

روش کلی : برای ساده کردن عبارت گویا ابتدا باید صورت و مخرج آن را تجزیه کنیم سپس با خط کشیدن روی عوامل مشترک از صورت و مخرج کسر عبارت گویا ساده می شود.



$$\frac{4x^2-9}{4x^2+10x+6} = \frac{(2x-3)(2x+3)}{(2x)^2+5(2x)+6} = \frac{(2x-3)(2x+3)}{(2x+2)(2x+3)} = \frac{2x-3}{2x+2}$$

پاسخ :

نکته : فقط وقتی می توانیم دو عبارت صورت و مخرج را با هم ساده کنیم که به صورت ضرب چند عبارت باشند (در جمع یا تفریق نمی توان ساده کرد)

نکته : در ساده کردن عبارت های گویا باید دقت داشت عبارتی که ساده می شود در عبارت اصلی تعریف شده باشد.

جمع و تفریق عبارت های گویا

برای جمع و تفریق عبارت های گویا باید مخرج مشترک گیری کنیم.

برای پیدا کردن مضرب مشترک دو چند جمله ای $P(x)$ و $Q(x)$ به طوری که نسبت به x از کوچکترین درجه باشد، ابتدا هریک از چند جمله ای ها را تجزیه می کنیم. سپس حاصلضرب عبارت های مشترک با بزرگترین توان در عبارت های غیر مشترک را بدست می آوریم و آن را $A(x)$ می نامیم.

برای جمع و تفریق دو عبارت گویا که مخرج آنها $P(x)$ و $Q(x)$ باشند، عبارت $A(x)$ را مخرج مشترک دو کسر تعریف می کنیم.

مثال: در هر مورد مضرب مشترکی را پیدا کنید که نسبت به متغیر x آن از کوچکترین توان باشد.

۱) $x^2 = 5x - 6$, $x^2 - 2x + 1$ ۲) $x^2 - 2x$, $x - 2$

پاسخ ها:

$$1) \begin{cases} x^2 + 5x - 6 = (x - 1)(x + 6) \\ x^2 - 2x + 1 = (x - 1)(x - 1) = (x - 1)^2 \end{cases} \rightarrow (x - 1)^2(x + 6)$$

$$2) \begin{cases} x^2 - 2x = x(x - 2) \\ x - 2 \end{cases} \rightarrow x(x - 2)$$

روش کامل جمع و تفریق عبارت های گویا:

۱. ابتدا مخرج مشترک دو مخرج که همان مضرب مشترک با کمترین درجه متغیر است را پیدا می کنیم.

۲. مخرج کسر اول را با مخرج مشترک مقایسه می کنیم برای اینکه مخرج کسر اول مانند مخرج مشترک شود. باید صورت و مخرج کسر اول در چه عبارتی ضرب شود، این کار را انجام می دهیم.

۳. این کار را برای کسر های دیگر نیز انجام می دهیم.

۴. حالا مخرج همه ی کسر ها مساوی است. می توانیم صورت کسر ها را با هم جمع یا از هم تفریق کنیم.

مثال: حاصل عبارت زیر را بدست آورید.

$$\frac{2x+3}{2x-2} - \frac{5}{x^2} - \frac{2x-3}{2x+2}$$

09126605143

پاسخ:

مرحله ی اول)

$$\begin{cases} 2x-2=2(x-1) \\ x^2-1=(x-1)(x+1) \\ 2x+2=2(x+1) \end{cases} \rightarrow 2(x-1)(x+1)=2(x^2-1)=2x^2-2$$

مرحله ی دوم و سوم)

$$2x-2=2(x-1) \rightarrow (2x-2)(x+1)=2x^2-2$$

$$\frac{2x+2}{2x-2} \times \frac{x+1}{x-1} = \frac{(2x+2)(x+1)}{2x^2-2} = \frac{2x^2+5x+2}{2x^2-2}$$

$$\frac{5}{x^2-1} \times \frac{2}{2} = \frac{10}{2x^2-2}, \quad \frac{2x-2}{2x+2} \times \frac{x-1}{x-1} = \frac{2x^2-5x+2}{2x^2-2}$$

مرحله ی آخر پاسخ)

$$\frac{2x^2+5x+2}{2x^2-2} - \frac{10}{2x^2-2} - \frac{2x^2-5x+2}{2x^2-2} = \frac{2x^2+5x+2-10-2x^2+5x-2}{2x^2-2} = \frac{10x-10}{2x^2-2} = \frac{10(x-1)}{2(x-1)(x+1)} = \frac{5}{x+1}$$

تعریف: هر معادله به صورت $ax+b=0$ که در آن a, b اعداد حقیقی و a مخالف صفر است را یک معادله ی درجه اول می نامند. جواب این معادله $x = -\frac{b}{a}$ می باشد.

مثال: در یک بازی جریمه ی هر خطا ۳ برابر خطای قبلی است. اگر یک بازیکن ۴ خطا انجام دهد و در کل ۴۰۰۰۰ تومان جریمه شود، جریمه ی اولین خطا چقدر بوده است؟

پاسخ:

$x =$ جریمه ی اولین خطا

$$x+3x+9x+27x=40000 \rightarrow 40x=40000 \rightarrow x=1000$$

تعریف: معادله ی درجه دوم معادله ای است به شکل ax^2+bx+c که در آن $a \neq 0$ ضریب x^2 و b ضریب x و c عدد ثابت است.

مثال: حاصل ضرب دو عدد متوالی ۱۳۲ است. آن دو عدد کدامند؟ (فقط نوشتن معادله کافی است).

پاسخ

$$n-1 = \text{عدد بعدی} \rightarrow n = \text{عدد اول}$$

$$n(n-1)=132 \rightarrow n^2-n=132 \rightarrow n^2-n-132=0$$

۱- درستی یا نادرستی عبارت های زیر را مشخص کنید.

الف) $(a - b)^2 = a^2 - b^2$

ب) در مثلث خیام حاصل جمع دو عدد در یک سطر به سطر پایین انتقال می یابد.

پ) حاصل جمع اعداد سطر پنجم در مثلث خیام 2^5 است.

ت) وقتی مخرج یک عبارت گویا صفر شود ، آنگاه مقدار عبارت گویا تعریف شده است.

ث) $\frac{7xy - 9x^2y}{x^2y} = 7xy - 9$

۲- جمله های زیر را با عبارت های مناسب کامل کنید.

الف) $(\sqrt{5} - \dots)(\dots - \sqrt{2}) = 5 - 2 = 3$

ب) مخرج ضرایب سطر پنجم در مثلث خیام برابر است.

پ) عدد 2^{10} حاصل جمع ضرایب سطر در مثلث خیام است.

ت) عبارت $\frac{x+1}{\sqrt{x+1}}$ به ازای x مساوی تعریف نشده است.

ث) عبارتی گویا است که صورت و مخرج آن بعد از ساده شدن باشند.

$8y^3 + \frac{1}{8}x^3$

۳- در تجزیه عبارت جبری مقابل کدام عامل وجود ندارد؟

الف) $2y + \frac{1}{4}x$ ب) $4y^2 - xy + \frac{1}{4}x^2$ پ) $4y^2 - xy - \frac{1}{4}x^2$ ت) $2(y + \frac{1}{4}x)$

۴- عبارت $a^6 - 1$ مضرب کدام یک از عبارت های زیر است؟

الف) $a - 1$ ب) $a^4 + a^2 + 1$ پ) $a^4 - a^2 + 1$ ت) $a + 1$

۵- کدام عبارت مضرب $(x + y)$ است؟

الف) $(x - y)$ ب) $x^2 + y^2$ پ) $\sqrt{y}(x + y)$ ت) $(2x + 3y)$

۶- حاصل عبارت های زیر را به کمک اتحاد به دست آورید.

الف) $(x - 3)^2$ ب) $(2 + 2\sqrt{3})^2$
 پ) $(2x - 5)(2x + 3)$ ت) $(\sqrt{3} - xy)(\sqrt{3} + xy)$

۷- عبارت های زیر را تجزیه کنید.

الف) $25a^2 - 81$ ب) $a^2 + \frac{2}{5}a + \frac{1}{25}$



09126605143

ب) $16t^2 - 8t + 1$
 ث) $y^4 - 64y^2$

ت) $9a^2 + 18a + 8$

ج) $7x^2 + 21x - 70$

۸- محاسبات عددی زیر را انجام دهید (به کمک اتحاد)

الف) $99^2 =$

ب) $75 \times 85 =$

۹- حاصل عبارت $(x + y)^4$ را به کمک اتحاد مربع دو جمله ای به دست آورید.

$(x + y)^4 = (x + y)^2(x + y)^2$

۱۰- حاصل عبارت های زیر را به کمک اتحاد به دست آورید.

الف) $(3x - 2)^2$

ب) $(\frac{2}{3}a + b)^2$

پ) $(2x + 3y)^2$

ت) $(5 - 2\sqrt{3})^2$

۱۱- چه رابطه ای بین توان های به دست آمده در عدد 11^4 و اعداد واقع در سطر پنجم مثلث خیام وجود دارد؟

۱۲- عبارت های زیر را تجزیه کنید.

الف) $a^3 - \frac{1}{27}$

ب) $64x^3 + 8$

۱۳- حاصل عبارت های عددی زیر را به دست آورید.

الف) $(101)^3$

ب) $(99)^3$

۱۴- کدام یک از عبارت های زیر گویا است.

الف) $\frac{\sqrt{x}+3}{x-2}$

ب) $\frac{x+\sqrt{2}}{2x-2}$

پ) $\frac{a-1}{a^2+5a-1}$

ت) $\sqrt{a^2} + y - 1$

۱۵- عبارت های زیر به ازای چه مقادیری تعریف شده نیستند.

الف) $\frac{1}{a-1} + \frac{1}{a+1} - \frac{1}{a^2-1}$

ب) $\frac{1}{a^2-4a+4} - \frac{3}{a+2}$

پ) $\frac{2}{3x-2} + \frac{3}{3x+2} - \frac{1}{9x^2+4}$

ت) $\frac{7}{y-3} - \frac{4}{y+3} - \frac{1}{y^2+9}$

۱۶- عبارت های زیر را ساده کنید.

09126605143

الف) $\frac{x^3+8}{x^2-4}$

ب) $\frac{x^6+1}{x^8-1}$

پ) $\frac{a^6+27}{a^4+3a^2+9}$

ت) $\frac{a^5-4a^3-45a}{6a^2+18}$

۱۷- مضرب مشترک چند جمله ای های دیگر را به دست آورید.

الف) $(x-2)(x+2)$

ب) $(2x-3y)(2x+3y)$

۱۸- جمع و تفریق های زیر را انجام دهید.

الف) $\frac{1}{y-3} - \frac{1}{y+3} + \frac{1}{y^2-9} + \frac{1}{y^2+9} =$

ب) $\frac{1}{x-2} - \frac{1}{x+2} + \frac{1}{x^2-4} + \frac{1}{x^2+4} =$

	<p>درستی یا نادرستی عبارت های زیر را مشخص کنید.</p> <p>الف) $a^4 + b^4 = (a^2 - b^2)(a^2 + b^2)$</p> <p>ب) تجزیه عبارت $8a^3 - 27$ برابر $(4a^2 - 6a + 9)(2a + 3)$ است.</p> <p>پ) $\sqrt{3}(a + b)$ مضرب $(a + b)$ است.</p> <p>ت) $a + b$ یک مقسوم علیه مشترک برای $a^2 - b^2$ و $a^3 + b^3$ است.</p>	۱
۲	<p>جمله های زیر را با عبارت های مناسب کامل کنید.</p> <p>الف) $(a + \dots)(\dots - 2a + \dots) = x^3 + 8$</p> <p>ب) عبارت های $(a + b)(a - b)$ و $-3(a + b)$ و $(a + b)^3$ از مضرب های عبارت هستند.</p> <p>پ) تجزیه عبارت $2a^2 + 3a + 1$ برابر است.</p> <p>ت) مجموع ضرایب سطر یازدهم در مثلث خیام برابر است.</p>	۲
۲	<p>گزینه مناسب را انتخاب کنید.</p> <p>A) عبارت $125m^3 - 1$ مضرب چند تا از عبارت های زیر است؟</p> <p>الف) یکی $(m + 1)$</p> <p>ب) دو تا $(25m^2 + 5m + 1)$</p> <p>پ) سه تا $(5m - 1)$</p> <p>ت) چهار تا $(m - 1)$</p> <p>B) در تجزیه دو عبارت $2x^2 - 5x + 3$ ، $x^2 - 7x + 6$ ، کدام دو عبارت زیر مشترک است؟</p> <p>الف) $x + 1$</p> <p>ب) $x - 1$</p> <p>پ) $x + 6$</p> <p>ت) $x + 3$</p> <p>C) اگر $\sqrt[3]{64} = a$ باشد در این صورت $2 - a^3$ برابر کدام گزینه است؟</p> <p>الف) ۶۴</p> <p>ب) ۶۲</p> <p>پ) ۶</p> <p>ت) ۲</p> <p>D) اگر $A = \frac{2}{x^2 - 9}$ و $A + B = \frac{x + 7}{2x^2 - 18}$ ، آنگاه عبارت B کدام است؟</p> <p>الف) $\frac{1}{x - 3}$</p> <p>ب) $\frac{1}{2x - 6}$</p> <p>پ) $\frac{1}{x + 3}$</p> <p>ت) $\frac{1}{2x + 6}$</p>	۳
۲/۲۵	<p>حاصل عبارت های زیر را به دست آورید.</p> <p>الف) $(x - 3)(x^2 + 3x + 9) =$</p> <p>ب) $(4a - 1)^2 =$</p> <p>پ) $(a + b + c)^2 =$</p>	۴
۲	<p>عبارت های زیر را تجزیه کنید.</p> <p>الف) $8x^3 - 125$</p> <p>ب) $128 - 2x^3 =$</p>	۵
۱	<p>اگر $a + b = 7$ و $ab = 10$ حاصل عبارت $a^3 - b^3$ کدام است؟</p>	۶

09126605143	از تساوی $\frac{1}{x^2-3x+2} = \frac{1}{x-1} + \frac{b}{x-2}$ مقدار b کدام است؟	۷
۲	<p>حاصل عبارت های زیر را بیابید.</p> <p>الف) $\frac{3}{x+y} - \frac{1}{x^3+y^3} =$</p> <p>ب) $\frac{x-2}{x+3} + \frac{3}{x^3-27} =$</p>	۸
۰/۵	کدام یک از عبارت های $a^2 - z^2$ و $a^2 + z^2$ تجزیه پذیر است؟	۹
۱	حاصل عبارت $(202)^3$ را به کمک اتحاد به دست آورید.	۱۰
۲	<p>الف) به کمک مثلث خیام عبارت مقابل را کامل کنید.</p> <p>$(a + b)^5$</p> <p>ب) مجموع ضرایب سطر هفتم در مثلث خیام چه عددی است؟</p> <p>پ) حاصل 11^6 با ضرایب کدام سطر مثلث خیام برابر است؟</p>	۱۱
	<p>الف) آیا عبارت $\frac{x-1}{2\sqrt{x}-1}$ گویا است؟</p> <p>ب) عبارتهای $\frac{12}{y^6-64}$ و $\frac{5}{2a^2+18a+14}$ به ازای چه مقادیری تعریف نشده هستند؟</p>	۱۲