

مثال: کرایه تاکسی برای هر سوار شدن ۲۰۰۰ تومان است و به ازای هر ۱ کیلومتر مسیر، ۳۰۰ تومان به آن اضافه می شود. کرایه تاکسی را به صورت یک رابطه ی ریاضی بنویسید.

$$y = 300x + 2000$$

رابطه کرایه تاکسی به ازای هر کیلومتر یک رابطه خطی است.

- در رابطه ی خطی بالا  $y$  تابعی از تغییرات مستقل  $x$  است. یعنی وقتی  $x$  را به دلخواه و مستقل تغییر دهیم،  $y$  نیز تغییر خواهد کرد.

به رابطه ی خطی  $y = 2x - 3$  دقت کنید. می خواهیم مقادیر  $y$  را به ازای  $x = 1, 2, 3$  بدست آوریم.

با محاسبه ی مقادیر  $y = -1, 1, 3$  بدست می آید.

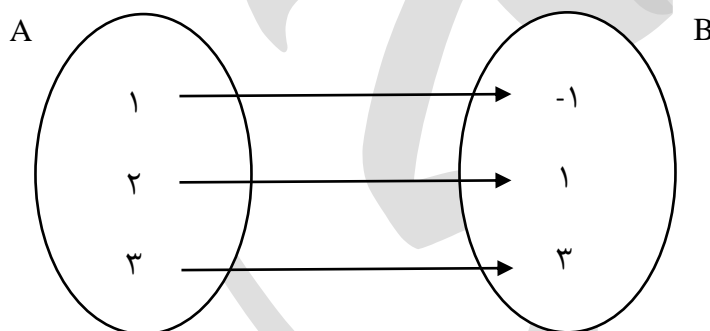
اگر  $x, y$  ها را روی محور مختصات نشان دهیم به شکل  $(x, y)$  خواهند بود که ترتیب قرار گرفتن آنها اهمیت دارد.

تعریف: هرگاه یک رابطه ای را به صورت مجموعه ای از زوج نشان دهیم که در آن ترتیب قرار گرفتن مولفه ها اهمیت داشته باشد به آن زوج مرتب می گویند.

برای مثال رابطه ی بالا را به صورت زیر نمایش می دهیم.

$$y = \{(1, -1), (2, 1), (3, 3)\}$$

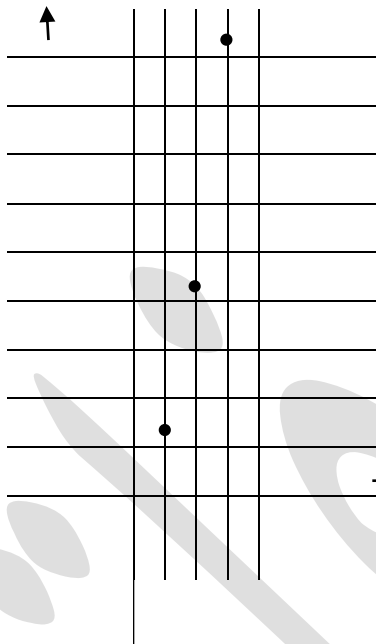
- یک روش دیگر برای نمایش تابع استفاده از نمودار پیکانی می باشد. به این صورت که مولفه های اول در یک مجموعه و مولفه های دوم در مجموعه ی دیگر به هم وصل خواهد شد.



روش چهارم برای نشان دادن یک تابع استفاده از نمودار مختصات است.

اگر هر یک از زوج های مرتب را یک نقطه در صفحه فرض کنیم نمودار مختصاتی تابع بدست خواهد آمد.

مثال: برای رابطه  $y = x^2$  که  $x \in A, \{1, 2, 3\}$  می‌باشد، نمودار مختصاتی به صورت زیر است.



روش حل: استفاده از جدول برای نمایش تابع

$$y = 3x - 2$$

$x$  ها را در ردیف اول و  $y$  ها را در ردیف دوم قرار می‌دهیم.

$x$	-1	0	1	2
$y$	-5	-2	1	4

مفهوم تابع

تعریف: یک رابطه بین دو مجموعه  $A$  و  $B$  یک تابع نامیده می‌شود، هرگاه متناظر با هر عنصر از مجموعه  $A$  یک عضو از مجموعه  $B$  را بتوان مربوط کرد.

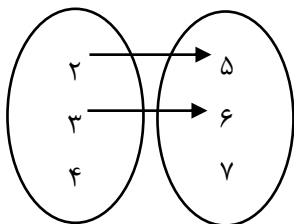
نکته: اگر یک نمودار پیکانی تابع باشد شرایط زیر را دارد.

(الف) از تمامی اعضای مجموعه اول باید فلش خارج شود.

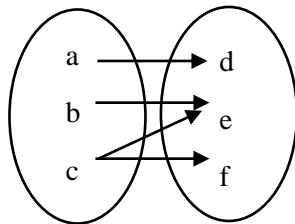
(ب) از هر یک از اعضای مجموعه اول باید یک فلش خارج شود.

مثال: کدام یک از نمودارهای زیر یک تابع را نمایش می‌دهد.

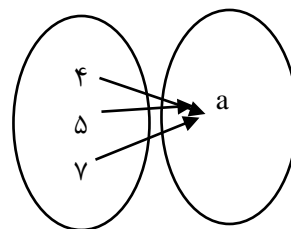
الف



ب



ج



نمودار ج یک تابع را نمایش می‌دهد.

مثال: کدام مجموعه نمایش یک تابع است.

الف)  $f = \{(2,3), (3,4), (4,5), (2,7)\}$

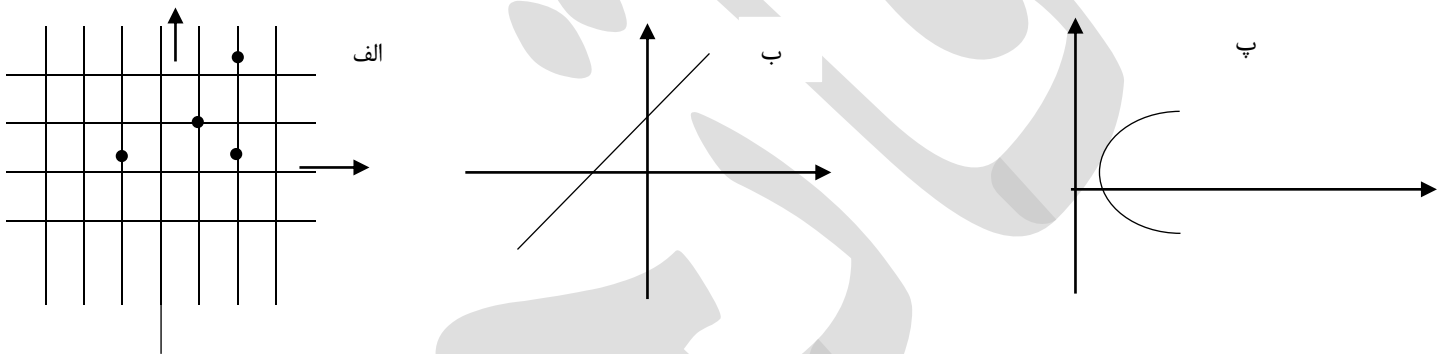
ب)  $f = \{(1,5), (2,3), (7,2)\}$

پ)  $f = \{(2,4), (3,5), (2,4)\}$

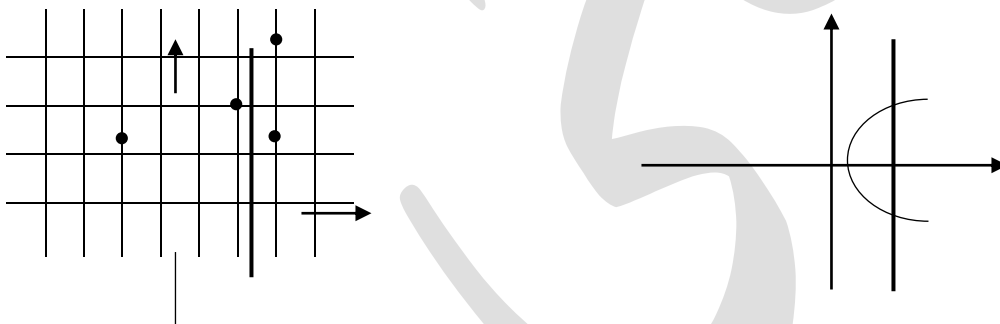
گزینه‌های ب و پ یک تابع را نمایش می‌دهند.

نکته: اگر نمودار مختصاتی یک رابطه رسم شود، در صورتی تابع است که هیچ دو نقطه‌ای روی خطی که موازی محور  $y$  ها باشد، قرار نگیرد.

مثال: کدام رابطه یک تابع را نشان می‌دهد.



رابطه‌های الف و پ تابع نیستند، چون اگر خطی موازی محور  $y$  ها رسم کنیم تابع را در بیش از دو نقطه قطع می‌کند.



### درس دوم: ضابطه‌ی جبری تابع

گاهی اوقات می‌توانیم رابطه‌ی بین مولفه‌ی اول و دوم زوج مرتب‌های مربوط به یک تابع را توسط یک ضابطه ریاضی بنویسیم.

که به طور مثال به صورت  $f(x) = 3x + 1$  نمایش داده می‌شود.

تعریف: در نمایش زوج مرتبی برای یک تابع مجموعه‌ی شامل همه‌ی مولفه‌های اول را دامنه و مجموعه‌ی شامل همه‌ی مولفه‌های دوم را برد تابع می‌گویند.

نکته: دامنه تابع  $f$  را با  $D_f$  و برد تابع  $f$  را با  $R_f$  نمایش می‌دهند.

تعریف دیگر از تابع: یک تابع مانند  $f$  از مجموعه  $A$  به مجموعه  $B$  قانون یا ضابطه‌ای است که به هر عضو از  $A$  دقیقاً یک عضو از مجموعه  $B$  را نسبت می‌دهد.

$$\begin{cases} f : A \rightarrow B \\ y = f(x) \end{cases}$$

نکته: برای نمایش تابع با ضابطه‌ی  $f(x)$  و دامنه  $A$  داریم:

مثال: با توجه به ضابطه و دامنه، برد تابع مقابل را بدست آورده و روی جدول نشان دهید.

$$\begin{cases} f : A \rightarrow \mathbb{R} \\ f(x) = 3x - x^2 \end{cases} \quad A = \{1, -1, 2, \sqrt{5}\}$$

پاسخ

$x$	1	-1	2	$\sqrt{5}$
$f(x)$	$3(1) - (1)^2 = 2$	-4	2	$3\sqrt{5} - 5$

$$\rightarrow R_f = \{2, -4, 2, 3\sqrt{5} - 5\}$$

مثال: دامنه و برد توابع زیر را مشخص کنید.

الف)  $f = \{(2, 1), (3, 4), (5, 6), (7, -1)\}$

$$D_f = \{2, 3, 5, 7\}$$

پاسخ الف)

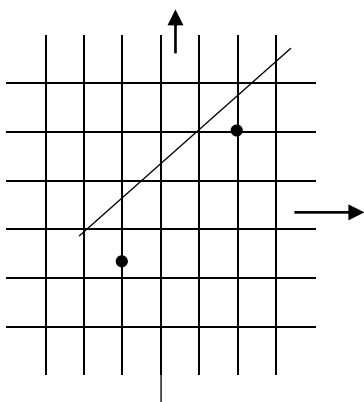
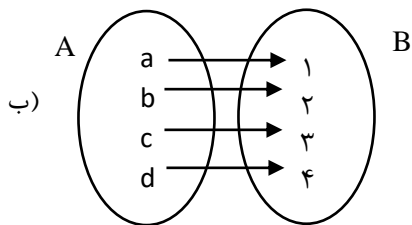
$$R_f = \{1, 4, 6, -1\}$$

$$D_f = \{a, b, c, d\}$$

پاسخ ب)

$$R_f = \{1, 2, 3, 4\}$$

مثال: دامنه و برد



$$D_f = [-1, 2]$$

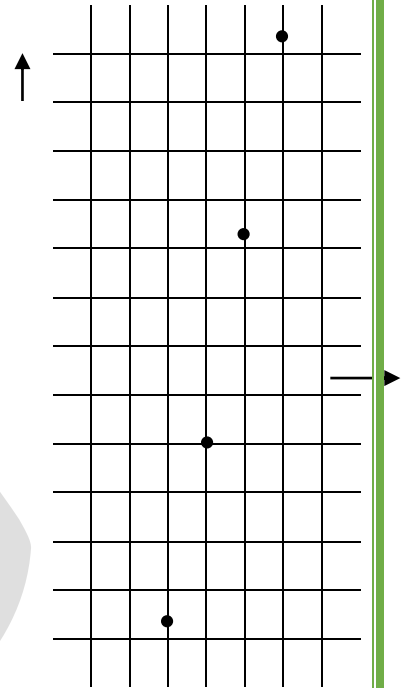
$$R_f = [-1, 2]$$

$$\text{ضابطه} = f(x) = x$$

09126605143

مثال : تابع  $f(x) = 4x - 1$  مفروض است. مقادیر  $f(2)$  و  $f(-1)$ ،  $f(0)$ ،  $f(1)$  را بدست آورید. و سپس روی محور نشان دهید.

$$f(0) = -1, f(1) = 3, f(-1) = -5, f(2) = 7$$



اگر دامنه‌ی تابع فوق  $k$  باشد نمودار آن به صورت خط خواهد بود.

تعریف : هر تابع به صورت  $y = f(x)$  که در آن  $y = mx + h$ ، یک تابع خطی نامیده می‌شود.

رسم نمودار تابع درجه یک

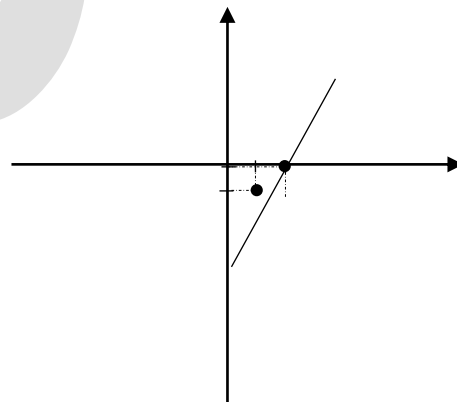
نکته : اگر  $f(a) = b$  و  $f(a) = b$  باشد با استفاده از فرمول  $m = \frac{d-b}{c-a}$  شیب خط بدست می‌آید و با استفاده از فرمول  $y - d = m(x - c)$  رابطه‌ی خط بدست خواهد آمد.

مثال : اگر  $f(1) = -1$  و  $f(2) = 1$  باشد، ضابطه‌ی نمودار را بدست آورده و نمودار  $y = f(x)$  را رسم کنید.

$$m = \frac{1 - (-1)}{2 - 1} = \frac{2}{1} = 2$$

$$y - 1 = 2(x - 2) \Rightarrow$$

$$y - 1 = 2x - 4 \rightarrow y = 2x - 3$$



معادله تابع درجه دوم در حالت کلی به صورت  $y = ax^2 + bx + c$  که در آن  $a \neq 0$  می‌باشد.

نمودار آن به یکی از دو صورت  $\cup$  یا  $\cap$  می‌باشد که به آن سهمی می‌گویند.

نکته : در سهمی نقطه‌ای به طول  $x = \frac{-b}{2a}$  رأس سهمی است.

نکته : اگر  $a > 0$  باشد سهمی رو به بالا و دارای مینیمم است.

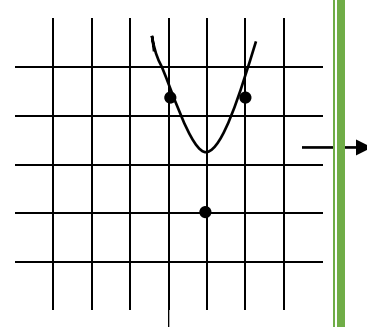
نکته : اگر  $a < 0$  باشد سهمی رو به پایین و دارای ماکزیمم است.

رسم سهمی : برای رسم سهمی مختصات رأس آن و دو نقطه‌ی دیگر سهمی را تعیین می‌کنیم. این نقاط بهتر است نسبت به رأس سهمی قرینه باشند.

مثال : معادله سهمی  $y = 2x^2 - 4x + 1$  را رسم کنید.

$$x = \frac{-b}{2a} = \frac{-(-4)}{2 \times 2} = 1$$

$x$	۰	۱	۲
$f(x)$	۱	-۱	۱



$$f(0) = 1$$

$$f(2) = 2(2)^2 - 4(2) + 1 = 1$$

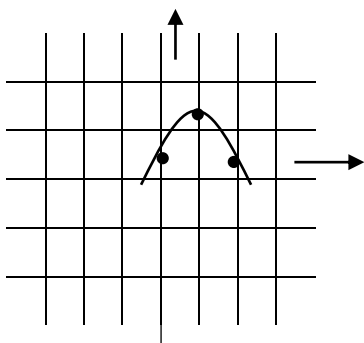
$$f(1) = 2(1)^2 - 4(1) + 1 = -1$$

نکته : اگر معادله‌ی سهمی به صورت  $y = a(x - h)^2 + k$  باشد، مختصات رأس آن  $(h, k)$  و معادله‌ی محور تقارن آن  $x = h$  است.

مثال : نمودار تابع  $y = -(x - 1)^2 + 1$  را رسم کنید.

$$f(0) = -(-1)^2 + 1 = -1 + 1 = 0$$

$$f(2) = -(2 - 1)^2 + 1 = 0$$



# فایده‌های

# فایده‌های



09126605143

۱۵- اگر تابع  $f$  به صورت  $f = \{(-1, 2), (3, 1), (2, -2), (0, 4), (1, 3)\}$  تعریف شود، مطلوب است:الف)  $f(f(-1))$ 

ب) 
$$\frac{2f(3) + f(2)}{f(0)}$$

۱۶- معادله ی محور تقارن هر یک از سهمی های زیر را بنویسید.

$$y = -(2x - 1)^2 - 2$$

$$y = -\frac{1}{4}(4 - 3x)^2 - \frac{5}{4}$$

$$y = -5x^2 - 10x - 20$$

$$y = (x - 3)^2 + 2x - 1$$

۱۷- نمودار هر یک از سهمی های زیر را رسم کنید.

$$y = -4x^2 + 4$$

$$y = -2(x - 3)^2 + 9$$

$$y = x^2 - 2x + 3$$

$$y = -x^2 - 4x - 3$$

۱۸- به ازای کدام مقادیر  $m$  تابع  $m$   $x^2 + mx + 2m + 3$  همواره کوچک تر یا مساوی صفر است؟

<p>۲</p>	<p>درستی یا نادرستی عبارت های زیر را مشخص کنید.                  الف) در تابع <math>f(x)=2x+1</math> ، <math>f(2)</math> قرینه ی <math>f(-2)</math> است.                  ب) زوج مرتب <math>\{(5,1),(6,1),(7,1)\}</math> یک تابع است.                  پ) تابعی که حجم کره را بر حسب شعاع بیان می کند ، یک تابع چند جمله ای است.                  ت) مجموعه ی همه ی مولفه های اول زوج مرتب های تشکیل دهنده ی تابع را دامنه ی تابع می گویند.</p>	<p>۱</p>
<p>۲</p>	<p>هر یک از جملات زیر را با اعداد یا کلمات مناسب کامل کنید.                  الف) تابع <math>f(x) = x^3 - x^2 + 1</math> یک تابع ..... است.                  ب) برد تابع <math>f(x) =  x  - 1</math> برابر بازه ی ..... است.                  پ) اگر <math>f(x)=5x-1</math> باشد ، <math>f(-1)</math> برابر ..... است.                  ت) اگر <math>f=\{(a,2),(\dots,a)\}</math> یک تابع باشد ، در جای خالی باید عدد ..... قرار داد.</p>	<p>۲</p>
<p>۲</p>	<p>گزینه ی مناسب را انتخاب کنید.                  A) برد تابع <math>f(x)=3</math> برابر است با :                  الف) R (ب) <math>R^+</math> (پ) <math>+3</math> (ت) <math>-3</math>                  B) دامنه ی تابع <math>f(x) = x^2 + 1</math> برابر است با :                  الف) R (ب) <math>R &gt; 0</math> (پ) <math>R - \{1\}</math> (ت) <math>R - \{-1\}</math>                  C) مجموعه ی زوج های مرتب <math>\{(a, \frac{2a}{2}), (b, \frac{3b}{3}), (c, \frac{4c}{4})\}</math> یک تابع ..... است.                  الف) ثابت (ب) همانی (پ) قدرمطلق (ت) چند جمله ای                  D) کدام یک از زوج مرتب های زیر یک تابع را نشان می دهد؟                  الف) <math>\{(1,2),(1,4),(2,5)\}</math> (ب) <math>\{(a,x),(a,y),(a,a)\}</math>                  پ) <math>\{(a,b),(c,d)\}</math> (ت) <math>\{(-5,-5),(-5,2),(5,-2)\}</math></p>	<p>۳</p>

09126605143

۴	جدول زیر دمای هوای شهری در هفت روز اول ماه را نشان می دهد. این جدول را به صورت نمودار بی‌کافی و زوج مرتب نشان دهید.																
۱	<table border="1"> <tr> <td>روز</td> <td>۱</td> <td>۲</td> <td>۳</td> <td>۴</td> <td>۵</td> <td>۶</td> <td>۷</td> </tr> <tr> <td>دما</td> <td>۲۰</td> <td>۲۱</td> <td>۲۲</td> <td>۲۱</td> <td>۱۹</td> <td>۲۰</td> <td>۲۱</td> </tr> </table>	روز	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	دما	۲۰	۲۱	۲۲	۲۱	۱۹	۲۰	۲۱
روز	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷										
دما	۲۰	۲۱	۲۲	۲۱	۱۹	۲۰	۲۱										
۵	مجموعه ی زوج های مرتب زیر را روی نمودار رسم کنید و بگویید که یک تابع است یا خیر؟ $F = \{(0, -1), (2, 3), (5, -1), (2, -3)\}$																
۶	مقدار $m$ را طوری بیابید که مجموعه ی زوج های مرتب مقابل یک تابع باشد. $F = \{(2, 5), (7, 1), (4, 3), (2, 3m-1)\}$																
۷	رابطه ی (( به اعداد طبیعی کم تر از ۴ مکعب آن ها را نسبت می دهد )) را در نظر بگیرید . این رابطه را با جدول نشان دهید . آیا این رابطه یک تابع است.																
۹	با توجه به جدول زیر ابتدا تابع $g$ را به صورت زوج های مرتب بنویسید . سپس دامنه و برد آن را تعیین کنید.																
۱	<table border="1"> <tr> <td><math>x</math></td> <td>۲</td> <td>۳</td> <td>۴</td> <td>۵</td> <td>۶</td> </tr> <tr> <td><math>g(x)</math></td> <td>۵</td> <td>۶</td> <td>۷</td> <td>۸</td> <td>۹</td> </tr> </table>	$x$	۲	۳	۴	۵	۶	$g(x)$	۵	۶	۷	۸	۹				
$x$	۲	۳	۴	۵	۶												
$g(x)$	۵	۶	۷	۸	۹												
۱۰	دامنه و نمایش جبری یک تابع به صورت مقابل است . الف) $f(x)$ را در یک جدول مشخص کنید. ب) برد آن را تعیین کنید. $f(x) = x - \frac{1}{2}$ دامنه $= \left\{ \frac{-1}{2}, 0, \frac{1}{2} \right\}$																
۱۱	اگر در تابع $h(x)$ داشته باشیم $h(1) = -2$ و $h(0) = -7$ ضابطه تابع را به دست آورید.																
۱۲	در تابع $g(x) = \frac{2x-1}{x}$ حاصل $g(2) + g(-2)$ را به دست آورید.																
۱۳	تابع $f(x) = 2x - 2$ را در دو حالت زیر رسم کنید. الف) دامنه ی آن مجموعه ی اعداد طبیعی باشد. ب) دامنه ی آن $R$ باشد.																
۱۴	دامنه و برد تابع زیر را به دست آورید و بگویید چه نوع تابعی است ؟ $h(x) = \{(a, 5), (b, 5), (c, 5), (d, \frac{1}{2})\}$																

09126605143 ۱		دامنه و برد توابع رسم شده را بنویسید. ۱۵
۱	$f(x) = \begin{cases} 2x + 1: x \geq 1 \\ 2: -3 < x < 1 \end{cases}$	دامنه ی تابع مقابل را مشخص کرده و آن را رسم کنید. ۱۶
۱	توابع $f(x) = x^2 - 2$ و $g(x) = (x - 2)^2$ را به کمک انتقال تابع $h(x) = x^2$ رسم کنید. ۱۷	
۱	با استفاده از رسم تابع $h(x) = - x + 1  - 1$ دامنه و برد آن را تعیین کنید. ۱۸	