

رکتیس



گردآوری و تدوین:

مهندس اکبر فرزانه

فصل دوم - الکتريسته ساکن

یادآوری

- بار الکتريکی الکترون منفی و بار الکتريکی پروتون مثبت است ولی اندازه بار هر دو با هم مساوی است. نوترون بار الکتريکی ندارد.
 - در حالت عادی تعداد پروتون های موجود در هسته هر اتم با تعداد الکترون های آن اتم برابر است. در نتیجه اتم از نظر الکتريکی خنثی است. مولکول ها نیز که از اتم های خنثی درست شده اند، خنثی هستند؛ بنابراین هر ماده (جامد، مایع، گاز) از نظر الکتريکی خنثی است.
 - یکای بار الکتريکی کولن نام دارد. کولن را با نماد C و بار الکتريکی را با نماد q نشان می دهیم.
 - اندازه بار الکتريکی یک الکترون و یا یک پروتون برابر $C \times 1.6 \times 10^{-19}$ است که آن را با نماد e نمایش می دهیم.
- نکته: هر گاه تعداد n الکترون به یک جسم بدهیم (یا از آن بگیریم)، بار الکتريکی آن منفی (مثبت) می شود.

$$q = \pm ne$$

الکترون بدهیم

الکترون بگیریم

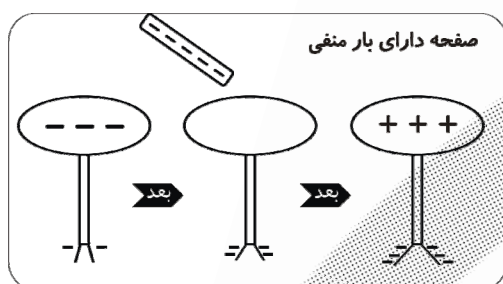
- هر گاه تیغه پلاستیکی (ابونیتی) را با پارچه پشمی مالش دهیم، تعدادی الکترون از پارچه به تیغه می رود، تیغه دارای بار الکتريکی منفی و پارچه دارای بار الکتريکی مثبت می شود.
- هر گاه تیغه شیشه ای را با پارچه ابریشمی مالش دهیم، تعداد الکترون از تیغه به پارچه می رود؛ تیغه دارای بار الکتريکی مثبت و پارچه دارای بار الکتريکی منفی می شود.
- اصل پایستگی بار الکتريکی: به طور کلی بر اثر مالش یا تماس دو جسم با یکدیگر، بار الکتريکی به وجود نمی آید و از بین هم نمی رود، بلکه از جسمی به جسم دیگر منقل می شود. این اصل، پایستگی بار الکتريکی نام دارد.
- الکترون آزاد: در بعضی اجسام، برخی از الکترون ها به راحتی از اتم جدا می شوند و درون جسم جابجا می شوند. چنین الکترون هایی را، الکترون آزاد می نامیم. تعداد الکترون های آزاد در فلزها بسیار زیاد است.
- رسانا
- مس، آهن و سایر فلزها، که به علت داشتن الکترون آزاد، بار الکتريکی در آن ها شارش می کند، رسانا نامیده می شوند.
- نارسانا (عایق): جسم هایی مانند میله پلاستیکی و شیشه ای را که الکترون نمی تواند در آنها آزادانه حرکت کند و در نتیجه بار الکتريکی در محل تماس یا مالش باقی می ماند نارسانا (عایق) می نامند.
- قانون الکترواستاتیک: بارهای الکتريکی هم نوع، یکدیگر را می رانند و بارهای الکتريکی غیر هم نوع، یکدیگر را می ربایند.

• الکتروسکوپ: از یک کلاهک فلزی و یک میله رسانا که در انتهای آن، دو ورقه نازک طلا قرار دارد، تشکیل شده است.

مثال: یک تیغه پلاستیکی (ابونیتی) را با پارچه پشمی مالش داده و به آرامی به کلاهک الکتروسکوپی که دارای بار الکتریکی به شرح زیر است نزدیک می کنیم. چگونگی انحراف ورقه های طلا را در هر حالت توضیح دهید.

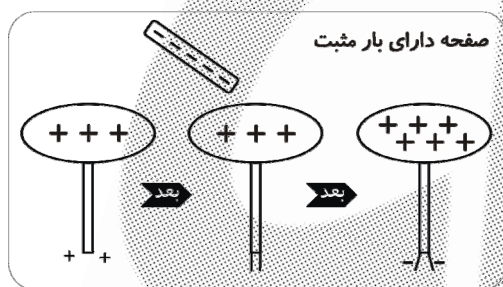
الف) منفی

ب) مثبت



حل: الف) تیغه پلاستیکی بر اثر مالش با پارچه پشمی دارای بار منفی می شود. با نزدیک شدن این تیغه به کلاهک الکتروسکوپ که دارای بار منفی است، تعدادی الکترون از کلاهک به طرف ورقه ها رانده شده و ورقه ها بازتر می شوند.

ب) در این حالت نیز با نزدیک شدن تیغه به کلاهک، تعدادی الکترون از کلاهک به ورقه ها می رود و ورقه ها آزاد می شوند. با



نزدیکتر کردن بیشتر تیغه به کلاهک، الکترون های بیشتری از کلاهک به ورقه ها می روند و ورقه ها دوباره باز می شوند.

نکته: هرگاه دو کره رسانای هم اندازه را که دارای بارهای الکتریکی q_1 و q_2 هستند، به یکدیگر تماس داده و سپس جدا کنیم، بار الکتریکی هر کره پس از تماس برابر است با:

$$q = \frac{q_1 + q_2}{2}$$

مثال: دو کره رسانا هم اندازه A و B دارای بار الکتریکی $q_A = -28 \mu C$ و $q_B = 12 \mu C$ روی دو پایه عایق قرار دارند. اگر این دو کره را توسط یک سیم فلزی به یکدیگر وصل کنیم، چند الکترون بین آنها جابجا می شود؟

$$e = 1/6 \times 10^{-19} C$$

$$\frac{q_A + q_B}{2} = \frac{-28 + 12}{2} = -8 \mu C$$

حل: بار هر کره برابر خواهد شده با:

کره B به اندازه $(-8 - 12 = -20 \mu C)$ بار منفی دریافت خواهد کرد.

$$q = -ne \Rightarrow -2 \times 10^{-6} = -n \times 1/6 \times 10^{-19} \Rightarrow n = 1/25 \times 10^{14}$$

بنابراین $1/25 \times 10^{14}$ الکترون از کره A به کره B می رود.

نیروی الکتریکی: نیرویی که دو جسم باردار بر یکدیگر وارد می کنند، نیروی الکتریکی می نامیم.

قانون کولن: نیروی ربایشی یا رانشی بین دو ذره باردار q_1, q_2 که در فاصله r از یکدیگر قرار دارند، با حاصل ضرب بار دو ذره نسبت مستقیم و با مربع فاصله دو ذره از یکدیگر نسبت وارون دارد.

$$F = K \frac{q_1 q_2}{r^2}$$

\vec{F} : نیروی الکتریکی، بر حسب نیوتن (N) q_1, q_2 : بار الکتریکی، بر حسب کولن (C)

r : فاصله دو ذره، بر حسب متر (m) ضریب قانون کولن: $K = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \approx 9 \times 10^9 \frac{N.m^2}{C^2}$

علامت مثبت و یا منفی بارهای الکتریکی را در رابطه بالا قرار نمی دهیم.



نکته: نیروهای الکتریکی که دو ذره باردار به یکدیگر وارد می کنند، هم اندازه، هم راستا و در سوی مخالف یکدیگر است (قانون سوم نیوتن). بنابراین:

$$\vec{F}_{21} = -\vec{F}_{12} \Rightarrow |F_{21}| = |F_{12}| = F = 9 \times 10^9 \frac{q_1 q_2}{r^2}$$

مثال: دو ذره باردار از فاصله 3 cm با نیروی 4 N یکدیگر را می ربایند. اگر بار الکتریکی یکی از ذره ها $5 \mu\text{C}$ باشد، بار الکتریکی ذره دیگر چقدر است؟

حل:

$$F = 9 \times 10^9 \frac{q_1 q_2}{r^2} \Rightarrow 4 = 9 \times 10^9 \frac{5 \times 10^{-6} q_2}{(3 \times 10^{-2})^2} \Rightarrow q_2 = 8 \times 10^{-6} \text{ C}$$

چون نیروی بین دو بار الکتریکی ربایشی است، پس: $q_2 = -8 \mu\text{C}$

مثال: دو بار الکتریکی از فاصله 1 cm نیروی 20 N بر یکدیگر وارد می کنند. اگر این دو بار الکتریکی را در فاصله 12 cm هم قرار دهیم، چه نیرویی بر یکدیگر وارد می کنند؟

حل: با توجه به رابطه $F = K \frac{q_1 q_2}{r^2}$ اگر بارهای الکتریکی ثابت باشند، خواهیم داشت:

$$\frac{F_2}{F_1} = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 \Rightarrow \frac{F_2}{20} = \left(\frac{1}{12}\right)^2 = \frac{9}{4} \Rightarrow F_2 = 45 \text{ N}$$

مثال: دو بار الکتریکی مثبت q در فاصله d از یکدیگر ثابت شده اند و نیروی \vec{F} بر یکدیگر وارد می کنند. چند درصد یکی را برداشته و به دیگری اضافه کنیم تا در فاصله $\frac{d}{2}$ نیروی بین آنها $\frac{15}{4}F$ می شود؟

$$F = K \frac{q_1 q_2}{r^2} \Rightarrow \begin{cases} F = K \frac{q_1 q_2}{d^2} \\ \frac{15}{4} F = K \frac{(q-x)(q+x)}{\left(\frac{d}{2}\right)^2} \Rightarrow \frac{15}{4} \times K \frac{q^2}{d^2} = K \frac{4(q^2 - x^2)}{d^2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow 15q^2 = 16(q^2 - x^2) \Rightarrow 15q^2 = 16q^2 - 16x^2 \Rightarrow x = \frac{1}{4}q = 25\%q$$

مثال: دو کره فلزی یکسان دارای بارهای الکتریکی $2q$ و $-6q$ هستند و از فاصله d نیروی \vec{F}_1 بر هم وارد می کنند. دو کره را چند لحظه با هم تماس داده و در همان فاصله d قرار می دهیم. اگر نیرویی را که در این حالت به یکدیگر وارد می کنند \vec{F}_2 بنامیم، $\frac{F_2}{F_1}$ را به دست آورید.

حل: بار هر کره پس از تماس برابر است با:

$$q_1 = q_2 = \frac{-6q + 2q}{2} = -2q$$

$$F = K \frac{q_1 q_2}{r^2} \xrightarrow{r=\text{ثابت}} \frac{F_2}{F_1} = \frac{q_1' q_2'}{q_1 q_2} = \frac{2q \times 2q}{2q \times 6q} = \frac{1}{3}$$

یادآوری برآیند دو نیرو

هرگاه دو نیروی \vec{F}_1 و \vec{F}_2 با هم زاویه α بسازند، اندازه برآیند این دو نیرو از رابطه زیر بدست می آید:

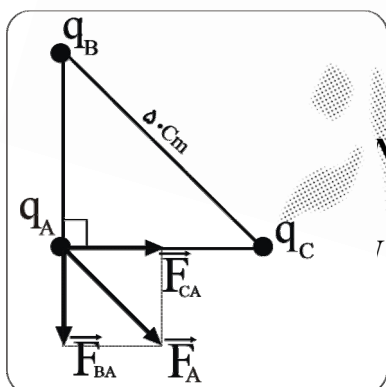
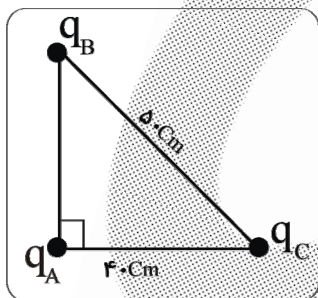
$$F = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2 \cos \alpha}$$

با توجه به شکلها مشاهده می فرمایید که نیروی برآیند با نیروی بزرگتر زاویه کمتری می سازد. وقتی دو نیرو هم اندازه اند، نیروی برآیند نیمساز زاویه بین دو نیرو است و از رابطه زیر بدست می آید:

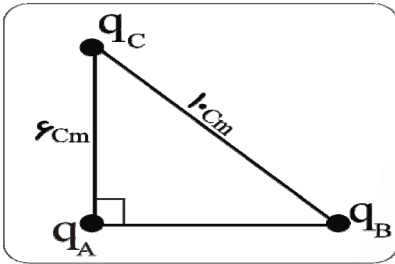
$$|\vec{F}_1| = |\vec{F}_2| \Rightarrow F = 2F_1 \cos \frac{\alpha}{2}$$

نکته: هرگاه تعدادی ذره باردار در یک ناحیه از فضا قرار داشته باشند، هر یک از بارها بر همه بارهای الکتریکی موجود، نیرو وارد می کند. برای به دست آوردن نیروی وارد بر یک بار الکتریکی، ابتدا به طور جداگانه نیروهای الکتریکی را که از طرف بارهای دیگر بر بار مورد نظر وارد می شود، محاسبه کرده، سپس برآیند می گیریم.

مثال: در شکل مقابل، سه ذره با بارهای الکتریکی $q_A = 4 \mu C, q_B = 6 \mu C, q_C = -16 \mu C$ در نقطه های A, B, C ثابت شده اند. برآیند نیروهایی را که از طرف دو بار الکتریکی q_C, q_B بر q_A وارد می شود، محاسبه کنید.

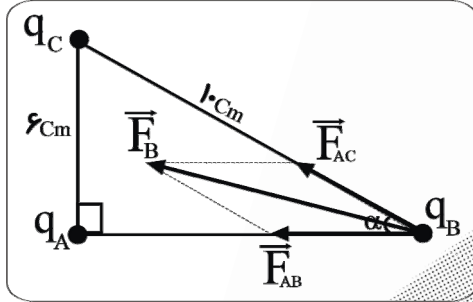


حل: $AB^2 + AC^2 = BC^2 \Rightarrow AB^2 + 4^2 = 5^2 \Rightarrow AB = 3 \text{ cm}$



مثال : در شکل مقابل ، سه ذره با بارهای الکتریکی داده شده در نقطه های A, B, C ثابت شده اند. برآیند نیروهایی را که از طرف دوبرار الکتریکی q_C, q_A بر q_B وارد می شود، به دست آورید. $q_C = -3\mu C, q_B = 1\mu C, q_A = -1/6\mu C$

حل :



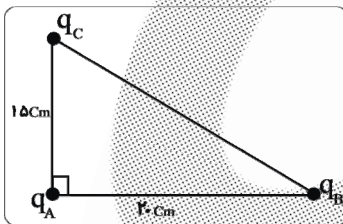
$$F = K \frac{q_1 q_2}{r^2} \Rightarrow \begin{cases} F_{CB} = 9 \times 10^9 \frac{3 \times 10^{-6} \times 1 \times 10^{-6}}{(10 \times 10^{-2})^2} = 27 N \\ F_{AB} = 9 \times 10^9 \frac{1/6 \times 10^{-6} \times 1 \times 10^{-6}}{(6 \times 10^{-2})^2} = \frac{45}{2} N \end{cases}$$

در مثلث قائم الزاویه ABC داریم: $\cos \alpha = \frac{6}{10}$

مثال: در شکل مقابل ، سه ذره با بارهای الکتریکی $q_C = 1\mu C, q_B = -25\mu C, q_A = -8\mu C$ ثابت شده اند.

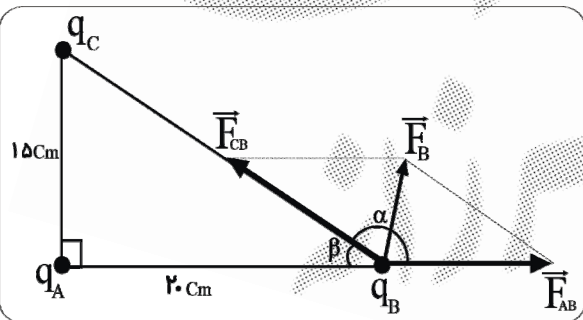
برآیند نیروهایی را که از طرف دوبرار الکتریکی q_C, q_A بر q_B وارد می شود

بدست آورید .



حل :

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 = 20^2 + 15^2 \Rightarrow BC = 25 cm$$



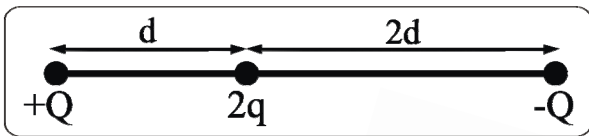
$$F = K \frac{q_1 q_2}{r^2} \Rightarrow \begin{cases} F_{AB} = 9 \times 10^9 \frac{8 \times 10^{-6} \times 25 \times 10^{-6}}{(20 \times 10^{-2})^2} = 45 N \\ F_{BC} = 9 \times 10^9 \frac{1 \times 10^{-6} \times 25 \times 10^{-6}}{(25 \times 10^{-2})^2} = 36 N \end{cases}$$

$$\alpha + \beta = \pi \Rightarrow \alpha = \pi - \beta$$

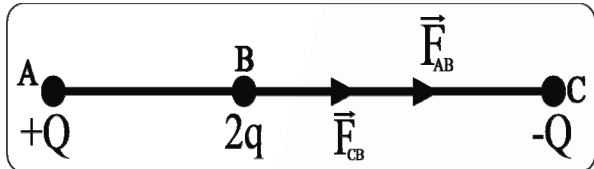
$$\Rightarrow \cos \alpha = \cos(\pi - \beta) = -\cos \beta = -\frac{20}{25} = -\frac{4}{5}$$

$$F_B = \sqrt{F_{AB}^2 + F_{CB}^2 + 2 F_{AB} F_{CB} \cos \alpha} \Rightarrow F_B = \sqrt{45^2 + 36^2 + 2 \times 45 \times 36 \times \left(-\frac{4}{5}\right)} = 27 N$$

مثال: اندازه نیروی الکتریکی ای که دو ذره باردار q, Q از فاصله d بر یکدیگر وارد می کنند برابر F است. برآیند نیروهای وارد بر ذره باردار $**$ در شکل زیر چند $**$ است؟



حل: با توجه به داده مسئله :

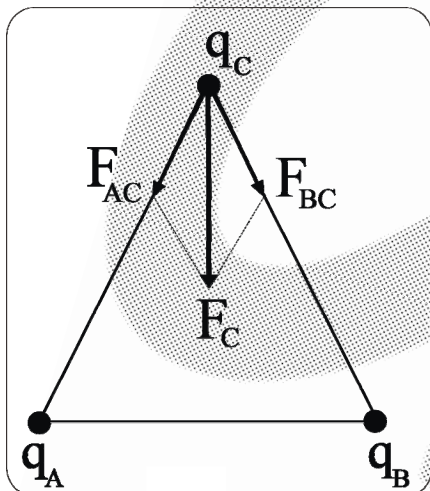


$$\begin{cases} F = K \frac{Qq}{d^2} \\ F_{AB} = K \frac{Q \times 2q}{d^2} = 2F, F_{CB} = K \frac{Q \times 2q}{(2d)^2} = \frac{1}{2}F \end{cases}$$

دو نیروی \vec{F}_{CB} و \vec{F}_{AB} هم جهت هستند. بنابراین:

$$F_B = F_{CB} + F_{AB} = \frac{1}{2}F + 2F = \frac{5}{2}F$$

مثال: در سه راس مثلث متساوی الاضلاعی به ضلع 3 cm بارهای الکتریکی $q_A = q_B = 2 \mu\text{C}$ ، $q_C = -4 \mu\text{C}$ ثابت شده اند. اندازه برآیند نیروهایی که از طرف بارهای الکتریکی q_A, q_B بر q_C وارد میشود، چقدر است؟



حل :

$$F = K \frac{q_1 q_2}{r^2} \Rightarrow F_{AC} = F_{BC} = 9 \times 10^9 \frac{2 \times 10^{-6} \times 4 \times 10^{-6}}{(3 \times 10^{-2})^2} = 0.8 \text{ N}$$

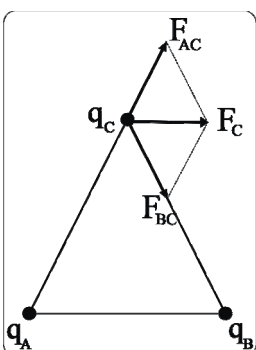
هر یک از زاویه های یک مثلث متساوی الاضلاع برابر است با $60^\circ = \frac{180}{3}$

دو نیرو هم اندازه اند، بنابراین :

$$F_C = 2F \cos \frac{\alpha}{2} = 2 \times 0.8 \cos \frac{60}{2} = 0.8\sqrt{3} \text{ N}$$

مثال: در سه راس مثلث متساوی الاضلاعی به ضلع 6 cm بارهای الکتریکی $q_A = -q_B = 2 \mu\text{C}$ و $q_C = 3 \mu\text{C}$ ثابت شده اند. اندازه برآیند نیروهایی که از طرف بارهای الکتریکی q_A, q_B بر q_C وارد می شود، چقدر است؟

حل :



$$F = K \frac{q_1 q_2}{r^2} \Rightarrow F_{AC} = F_{BC} = 9 \times 10^9 \frac{2 \times 10^{-6} \times 3 \times 10^{-6}}{(6 \times 10^{-2})^2} = 1.5 \text{ N}$$

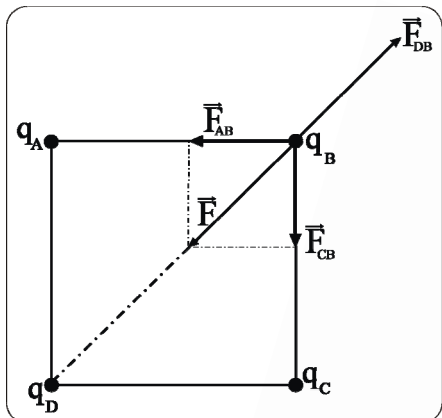
$$\alpha = 180 - 60 = 120$$

$$F_C = 2F \cos \frac{\alpha}{2} = 2 \times 1.5 \cos \frac{120}{2} = 1.5 \text{ N}$$

مثال: ذره های باردار $q_A = q_C = -2q_B = 4\mu C$ در چهار راس مربع $ABCD$ ثابت شده اند. q_D را چنان بدست آورید که برآیند نیروهای وارد بر q_B صفر شود.

حل: ضلع مربع را a در نظر می گیریم. در این صورت قطر مربع برابر

است با: $\sqrt{2}a$



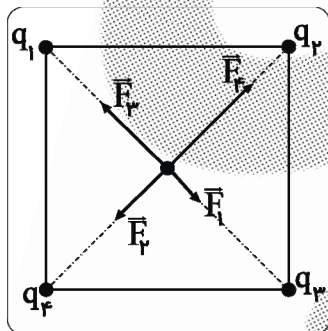
$$\begin{cases} F = K \frac{q_1 q_2}{r^2} \Rightarrow F_{AB} = F_{CB} = K \frac{4 \times 2}{a^2} = \frac{8K}{a^2} \\ F_{DB} = K \frac{q_D \times 2}{(a\sqrt{2})^2} = \frac{Kq_D}{a^2} \end{cases}$$

$$\frac{|F_{CB}| = |F_{AB}|, F = 2F \cos \frac{\alpha}{2} \rightarrow F = 2 \frac{8K}{a^2} \cos(\frac{45}{2}) = \frac{8\sqrt{2}K}{a^2}$$

با توجه به شکل، q_D منفی است و اندازه F_{DB} باید با اندازه F برابر باشد.

$$\frac{Kq_D}{a^2} = \frac{8\sqrt{2}K}{a^2} \Rightarrow q_D = 8\sqrt{2}\mu C$$

مثال: بارهای الکتریکی $q_1 = 1\mu C, q_2 = 2\mu C, q_3 = 3\mu C, q_4 = \mu C$ به ترتیب در راس های یک مربع به ضلع 6 cm ، ثابت شده اند. ذره ای به جرم 5 g که دارای بار الکتریکی $0.2\mu C$ است، در مرکز این مربع، رها می کنیم. شتاب حرکت این ذره، بلافاصله بعد از رها شدن، چقدر است؟



حل: قطر مربع $6\sqrt{2}\text{ cm} \Rightarrow r = 3\sqrt{2}\text{ cm} \Rightarrow$

$$F = K \frac{q_1 q_2}{r^2} \Rightarrow \begin{cases} F_1 = 9 \times 10^9 \frac{1 \times 10^{-6} \times 0.2 \times 10^{-6}}{(3\sqrt{2} \times 10^{-2})^2} = 0.1\text{ N} \Rightarrow F_3 = 0.3\text{ N} \\ F_2 = 9 \times 10^9 \frac{2 \times 10^{-6} \times 0.2 \times 10^{-6}}{(3\sqrt{2} \times 10^{-2})^2} = 0.2\text{ N} \Rightarrow F_4 = 0.4\text{ N} \end{cases}$$

$$\left. \begin{matrix} F_{R1,3} = 0.3 - 0.1 = 0.2\text{ N} \\ F_{R2,4} = 0.4 - 0.2 = 0.2\text{ N} \end{matrix} \right\} \frac{|F_{R1,3}| = |F_{R2,4}| \rightarrow F_T = 2F \cos \frac{\alpha}{2} = 2 \times 0.2 \cos \frac{90}{2} = 0.2\sqrt{2}$$

$$F = ma \Rightarrow a = \frac{F}{m} = \frac{0.2\sqrt{2}}{5 \times 10^{-3}} = 4\sqrt{2} \text{ m/s}^2$$

مثال: در شکل زیر، ذره های الکتریکی $q_B = q_A = 1/5 \mu C$ داخل یک استوانه قائم در حال تعادل هستند و فاصله بین مرکزهای آنها $5cm$ است. جرم ذره A چقدر است؟

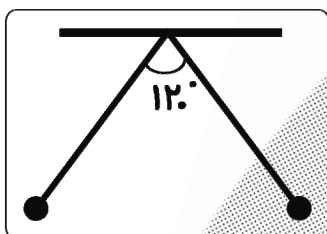


حل: ذره A در صورتی به حالت تعادل باقی می ماند که نیروی وزن آن با نیروی

الکتریکی ای که از طرف ذره B بر آن وارد می شود، هم اندازه باشد.

$$mg = F \Rightarrow m \times 10 = 9 \times 10^9 \frac{1/5 \times 10^{-6} \times 1/5 \times 10^{-6}}{(5 \times 10^{-2})^2} \Rightarrow m = 0.9 \text{ Kg}$$

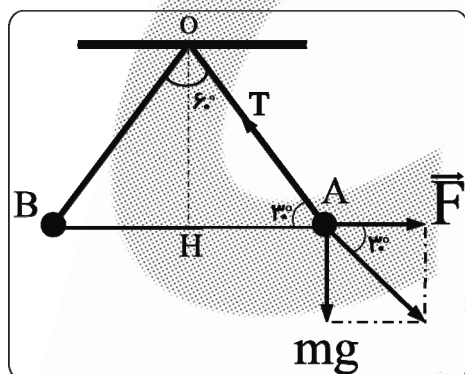
مثال: دو آونگ الکتریکی مشابه را که بار الکتریکی هر کدام $3 \mu C$ است، مطابق شکل زیر از نقطه ای آویزان می کنیم. اگر زاویه بین راستاهای دو نخ در حالت تعادل 120° باشد، جرم هر گلوله آونگ چند گرم است؟ (طول هر نخ $30cm$ است)



حل: در مثلث قائم الزاویه OHA داریم:

$$\cos 30^\circ = \frac{AH}{OA} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{AH}{30} \Rightarrow AH = 15\sqrt{3} \text{ cm}$$

$$\Rightarrow AB = 30\sqrt{3} \text{ cm}$$

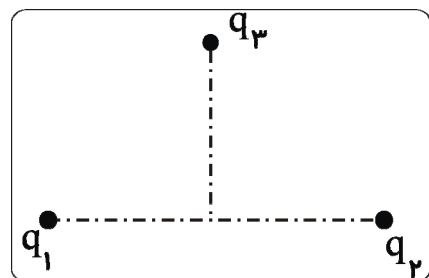


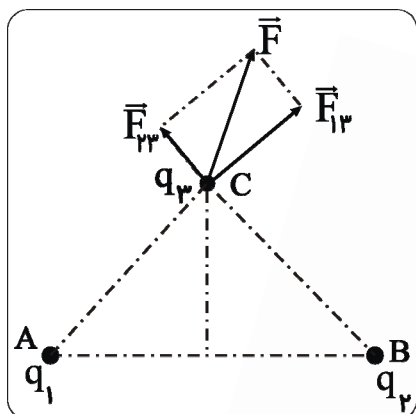
$$F = K \frac{q_1 q_2}{r^2} = 9 \times 10^9 \frac{3 \times 10^{-6} \times 3 \times 10^{-6}}{(30\sqrt{3} \times 10^{-2})^2} = 0.3 \text{ N}$$

چون دستگاه در حال تعادل است، پس برآیند نیروهای (کشش نخ) صفر است. پس برآیند دو نیروی mg, F در راستای T قرار می گیرد. در نتیجه:

$$\tan 30^\circ = \frac{mg}{F} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{m \times 10}{0.3} \Rightarrow m = \frac{\sqrt{3}}{100} \text{ Kg} = 1.0\sqrt{3} \text{ g}$$

مثال: بارهای الکتریکی $q_1 = -4 \mu C, q_2 = -3 \mu C$ از یکدیگر ثابت شده اند. بار نقطه ای $q_3 = -5 \mu C$ در نقطه ای که فاصله آن از هر یک از دو بار الکتریکی قبلی برابر $5cm$ است. نیروی الکتریکی وارد بر بار q_3 را محاسبه کنید.





برای محاسبه برآیند باید ابتدا $\cos \alpha$ را بدست آوریم.

زاویه α با زاویه C از مثلث ABC برابر است.

با توجه به قانون کسینوس ها داریم:

$$AB^2 = AC^2 + BC^2 - 2AC \times BC \cos C$$

$$\Rightarrow 7^2 = 5^2 + 4^2 - 2 \times 5 \times 4 \cos C$$

$$\Rightarrow \cos C = -\frac{7}{25} \Rightarrow \cos \alpha = -\frac{7}{25}$$

$$F = \sqrt{F_{13}^2 + F_{23}^2 + 2F_{13}F_{23} \cos \alpha} \xrightarrow{(7, 5, 4)=18}$$

$$F = 18 \sqrt{4^2 + 3^2 + 2 \times 4 \times 3 \times -\frac{7}{25}} = \frac{18 \sqrt{457}}{5} N$$

میدان الکتریکی

یک بار الکتریکی در هر نقطه از فضای اطراف خود، خاصیتی ایجاد می کند که به آن میدان الکتریکی می گوئیم. اگر یک بار الکتریکی را در نقطه ای از یک میدان الکتریکی قرار دهیم، از طرف میدان بر آن نیروی الکتریکی وارد می شود.

میدان الکتریکی کمیتی برداری است. بر بار الکتریکی مثبت در جهت میدان و بر بار الکتریکی منفی در خلاف جهت میدان نیرو وارد می شود.

- توجه: دو بار الکتریکی بر یکدیگر نیرو وارد می کنند؛ هر کدام از بارهای الکتریکی در اطراف خود میدان الکتریکی ایجاد می کند و این میدان بر بار الکتریکی دیگر نیز وارد می کند.

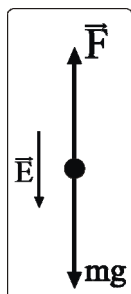
تعریف کمی میدان الکتریکی

نیروی وارد بر یکای بار الکتریکی مثبت را در هر نقطه میدان الکتریکی در آن نقطه می نامیم. میدان الکتریکی را با نماد \vec{E} نشان می دهیم و یکای آن در SI ، نیوتن بر کولن (N/C) است.

هر گاه بار q در میدان الکتریکی \vec{E} قرار داشته باشد، نیروی وارد بر آن از رابطه زیر به دست می آید:

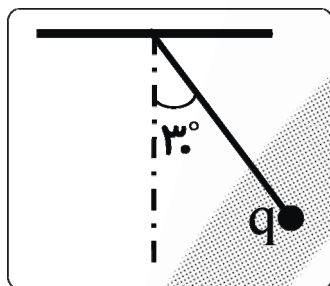
$$\vec{F} = q\vec{E} \Rightarrow \begin{cases} q > 0 \rightarrow \\ q < 0 \rightarrow \end{cases}$$

مثال : روی ذره ای به جرم $2g$ بار الکتریکی q قرار دارد. این ذره در نزدیکی سطح زمین در نقطه ای که اندازه میدان الکتریکی 400 N/C و جهت آن در راستای قائم رو به پایین است، به حالت تعادل قرار دارد. نوع و اندازه بار q را مشخص کنید.



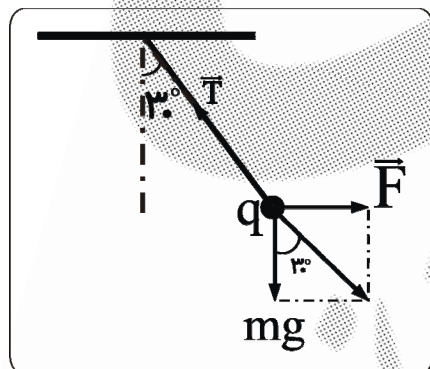
حل : بار q منفی است، زیرا، نیرویی که از طرف میدان الکتریکی بر بار منفی وارد می شود در خلاف جهت میدان

$$\begin{cases} F = Eq \\ F = mg \end{cases} \Rightarrow Eq = mg \Rightarrow 400 \cdot q = 2 \times 10^{-3} \times 10 \Rightarrow q = 5 \times 10^{-6} \text{ C}$$



مثال : جرم گلوله آونگ الکتریکی در شکل زیر، $\sqrt{3}g$ و بار الکتریکی آن $2 \mu\text{C}$ است و به علت وجود میدان الکتریکی افقی \vec{E} در محل بار q ، دستگاه به حالت تعادل قرار دارد. سوی میدان الکتریکی و مقدار آن را محاسبه کنید.

حل: سوی میدان الکتریکی به طرف راست است. زیرا نیرویی که از طرف میدان الکتریکی بر بار مثبت وارد می شود، در جهت میدان است.



چون دستگاه در حال تعادل است، پس برابند دو نیروی \vec{F} و mg در راستای T قرار می گیرد.

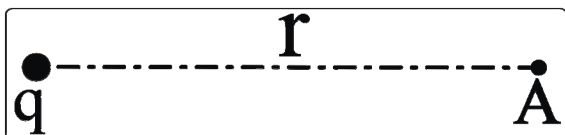
بنابراین:

$$\tan 30^\circ = \frac{F}{mg} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{F}{\sqrt{3} \times 10^{-3} \times 10} \Rightarrow F = 10^{-2} \text{ N}$$

$$F = Eq \Rightarrow 10^{-2} = E \times 2 \times 10^{-6} \Rightarrow E = 500 \text{ N/C}$$

میدان الکتریکی حاصل از یک ذره باردار

در شکل مقابل، بار q میدان الکتریکی E را در نقطه A ایجاد می کند. برای محاسبه مقدار E ، بار q' را در نقطه A در نظر می گیریم :



$$\begin{cases} F = K \frac{qq'}{r^2} \Rightarrow Eq' = K \frac{qq'}{r^2} \Rightarrow E = K \frac{q}{r^2} \\ F = Eq' \end{cases}$$

مثال: میدان الکتریکی در فاصله 5cm بار الکتریکی q برابر 200% است. اگر 1cm دیگر در همان راستا از بار q دور شویم، میدان الکتریکی چقدر کاهش می یابد؟

حل: $E = K \frac{q}{r^2} \xrightarrow{q=\text{ثابت}} \frac{E_r}{E_1} = \left(\frac{r_1}{r}\right)^2 \Rightarrow \frac{E_r}{200} = \left(\frac{15}{15+10}\right)^2 \Rightarrow E_r = 72\% \Rightarrow 200 - 72 = 128\%$

مثال: میدان الکتریکی در فاصله r از بار q_1 برابر \vec{E} و در فاصله $2r$ از بار q_2 برابر $\frac{1}{2}\vec{E}$ است. نسبت $\frac{q_2}{q_1}$ را بدست آورید.

حل:

• نکته: هر گاه بخواهیم میدان الکتریکی حاصل از چند ذره باردار را در نقطه ای به دست آوریم، کاری نداریم که در آن نقطه باری هست یا نه، بلکه خودمان بار $q_0 = 1\text{C}$ (بار آزمون) در آن نقطه قرار داده و میدانهایی را که هر بار الکتریکی به تنهایی در آن نقطه ایجاد می کند، محاسبه کرده و برآیند می گیریم.

مثال: در شکل زیر، بارهای الکتریکی نقطه ای $q_A = 9\mu\text{C}, q_B = 3\mu\text{C}, q_C = -4\mu\text{C}$ در نقطه های A, B, C قرار دارند. میدان الکتریکی را در نقطه های زیر به دست آورید.

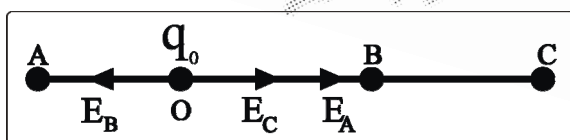


الف) در وسط خط واصل دو ذره q_B, q_A

ب) در نقطه C

حل:

الف) در نقطه O (وسط پاره خط AB) بار $q_0 = +1\text{C}$ را در نظر می گیریم:



$$F = K \frac{q}{r^2} \Rightarrow \begin{cases} E_A = 9 \times 10^9 \frac{9 \times 10^{-6}}{(30 \times 10^{-2})^2} = 9 \times 10^5 \text{ N/C} \\ E_B = 3 \times 10^5 \text{ N/C} \\ E_C = 9 \times 10^9 \frac{4 \times 10^{-6}}{(60 \times 10^{-2})^2} = 10^5 \text{ N/C} \end{cases}$$

$$E_O = E_A + E_C - E_B = 9 \times 10^5 + 1 \times 10^5 - 3 \times 10^5 = 7 \times 10^5 \text{ N/C}$$

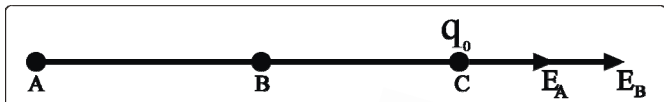
ب) در نقطه C ، بار $q_0 = +1\text{C}$ در نظر می گیریم:

$$AC = 60 + 30 = 90 \text{ cm}$$

$$\Rightarrow E_A = 9 \times 10^9 \frac{9 \times 10^{-6}}{(90 \times 10^{-2})^2} = 1.0^5 \frac{N}{C}$$

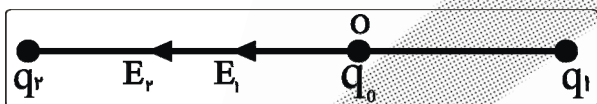
$$E_B = 3 \times 10^5 \text{ N/C}$$

$$E_C = E_A + E_B = 1.0^5 + 3 \times 10^5 = 4 \times 10^5 \text{ N/C}$$



مثال: دو بار الکتریکی نقطه ای q_1 و $q_2 = -4q_1$ به فاصله d از یکدیگر ثابت شده اند و میدان الکتریکی در وسط دو بار 150 N/C است. اگر بار بزرگ تر را خنثی کنیم، میدان الکتریکی در نقطه مذکور چقدر می شود.

حل: فرض می کنیم q_1 مثبت است، در این صورت q_2 منفی خواهد شد.



$$\begin{cases} E = K \frac{q}{r^2} \Rightarrow \frac{E_r}{E_1} = \frac{q_2}{q_1} = \frac{4q_1}{q_1} = 4 \Rightarrow E_r = 4E_1 \\ E_r + E_1 = 150 \Rightarrow 4E_1 + E_1 = 150 \Rightarrow E_1 = 30 \text{ N/C} \end{cases}$$

وقتی بار q_2 را خنثی کنیم، میدان E_r نیز از بین می رود و میدان الکتریکی در نقطه O برابر با مقدار E_1 یعنی 30 N/C می شود.

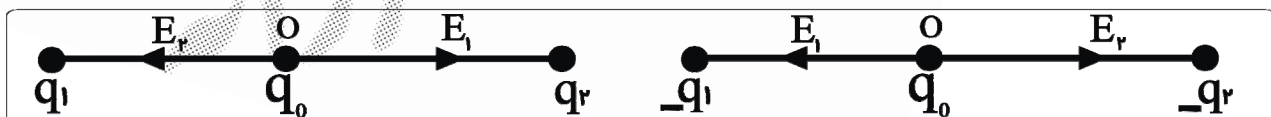
مثال: دو ذره باردار q_1, q_2 در فاصله d از یکدیگر ثابت شده اند و میدان الکتریکی در نقطه O ، وسط خط واصل دو بار \vec{E} می باشد. اگر

بار q_1 را خنثی کنیم، میدان الکتریکی در نقطه مذکور $-\vec{E}$ می شود. نسبت $\frac{q_1}{q_2}$ چقدر است؟

حل: جمع برداری میدانهای الکتریکی حاصل از بار q_1 و q_2 قبل و بعد از خنثی شدن بار q_1 به صورت زیر است:

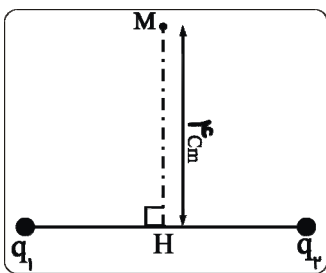
$$\begin{cases} \vec{E}_1 + \vec{E}_r = \vec{E} & \leftarrow \text{قبل از خنثی شدن} \\ \Rightarrow \vec{E}_1 = -2\vec{E}_r \Rightarrow \vec{E}_1 = 2\vec{E}_r \\ \vec{0} + \vec{E}_r = -\vec{E} & \leftarrow \text{بعد از خنثی شدن} \end{cases}$$

با توجه به شکل زیر، q_1, q_2 هم علامت اند.



دوقطبی الکتریکی: دو بار الکتریکی نقطه ای هم اندازه و غیر هم نوع ($q_1 = -q_2$) را دو قطبی الکتریکی می نامیم.

مثال: در شکل مقابل، میدان الکتریکی حاصل از دو قطبی الکتریکی را در نقطه M به دست آورید. (فاصله بارهای $q_1 = -q_2 = 2/5 \mu C$ از یکدیگر 6 cm است و نقطه H وسط خط واصل دو بار (مرکز دو قطبی) است)



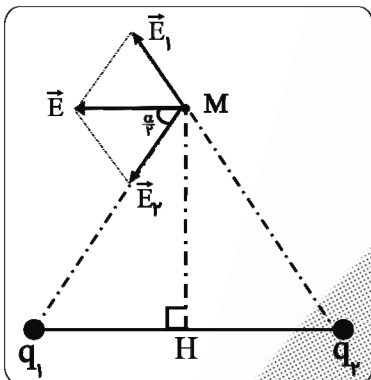
حل: با توجه به شکل زیر داریم:

$$r = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5 \text{ cm}, \cos \frac{\alpha}{2} = \frac{3}{5}$$

$$E = K \frac{q}{r^2} \Rightarrow E_1 = E_2 = 9 \times 10^9 \cdot \frac{2/5 \times 10^{-6}}{(5 \times 10^{-2})^2} = 9 \times 10^6 \frac{N}{C}$$

اندازه برآیند دوبردار هم اندازه E_1 و E_2 برابر است با:

$$E = 2E_1 \cos \frac{\alpha}{2} = 2 \times 9 \times 10^6 \times \frac{3}{5} = 1.08 \times 10^7 \frac{N}{C}$$



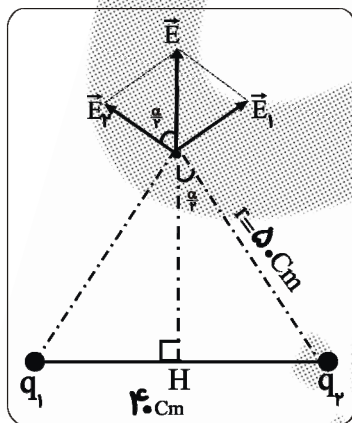
مثال: دو بار الکتریکی نقطه ای $q_1 = q_2 = 5 \mu C$ در فاصله 8 cm یکدیگر ثابت شده اند. میدان الکتریکی حاصل از دو بار را در نقطه ای که فاصله آن از هر یک از دو بار الکتریکی برابر 5 cm است، بدست آورید.

حل:

$$x^2 + 4^2 = 5^2 \Rightarrow x = 3 \text{ cm}, \cos \frac{\alpha}{2} = \frac{3}{5} = \frac{30}{50}$$

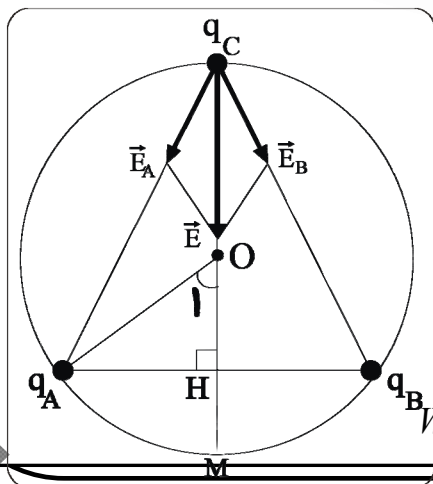
$$E = K \frac{q}{r^2} \Rightarrow E_1 = E_2 = 9 \times 10^9 \cdot \frac{5 \times 10^{-6}}{(50 \times 10^{-2})^2} = 1/8 \times 10^5 \frac{N}{C}$$

$$E = 2E_1 \cos \frac{\alpha}{2} = 2 \times 1/8 \times 10^5 \times \frac{3}{5} = 2/16 \times 10^5 \frac{N}{C}$$



مثال: ذره های باردار $q_A = q_B = q_C = -3 \mu C$ روی محیط دایره ای به شعاع 6 cm ثابت شده اند. اگر کمانهای AB, AC, BC با یکدیگر برابر باشند، میدان الکتریکی در نقطه C (محل قرار گرفتن q_C) چقدر است؟

حل: قطر عمود بر وتر، وتر و کمان آن را نصف می کند.



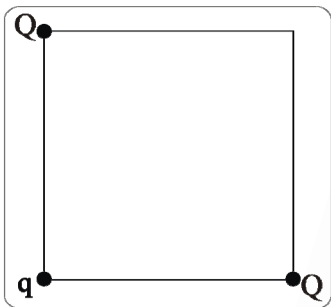
$$AB = \frac{360}{3} = 120^\circ \Rightarrow O_1 = \frac{120}{2} = 60^\circ$$

$$\sin 60^\circ = \frac{AH}{OA} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{AH}{6}$$

$$\Rightarrow AH = 3\sqrt{3} \text{ cm} \Rightarrow AB = BC = AC = 6\sqrt{3} \text{ cm}$$

$$E = K \frac{q}{r^2} \Rightarrow E_1 = E_2 = 9 \times 10^9 \cdot \frac{3 \times 10^{-6}}{(6\sqrt{3} \times 10^{-2})^2} = 2/5 \times 10^4 \frac{N}{C}$$

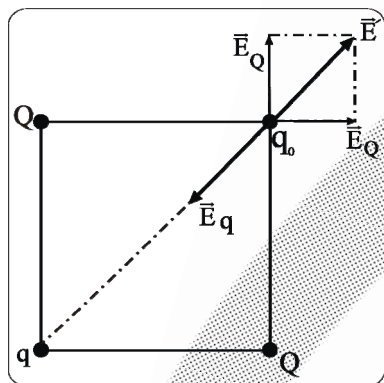
مثال : بارهای الکتریکی Q و q مطابق شکل مقابل در سه راس مربع ثابت شده اند. اگر میدان الکتریکی در راس چهارم صفر باشد چه رابطه ای بین Q و q وجود دارد؟



حل : فرض می کنیم ، بار الکتریکی Q مثبت باشد ، با توجه به شکل زیر ، بار q

باید منفی باشد تا میدان الکتریکی حاصل از آن بتواند برآیند میدانهای حاصل از بارهای Q را خنثی کند.

$$a\sqrt{2} = \text{قطر مربع}$$



$$E_Q = K \frac{Q}{a^2} \Rightarrow E' = 2E_Q \cos \frac{\alpha}{2} = 2K \frac{Q}{a^2} \cos \frac{90}{2}$$

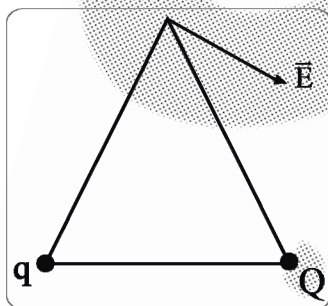
$$\Rightarrow E' = \sqrt{2} K \frac{Q}{a^2}$$

$$\Rightarrow E_q = K \frac{q}{(a\sqrt{2})^2} = K \frac{q}{2a^2}$$

$$\sqrt{2} K \frac{Q}{a^2} = K \frac{q}{2a^2} \Rightarrow q = 2\sqrt{2}Q$$

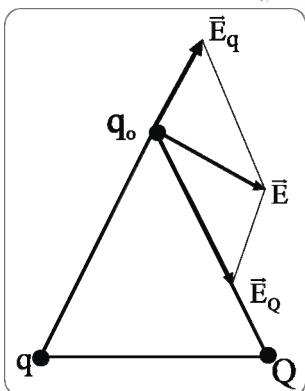
توجه: اگر Q را منفی فرض کنیم ، q مثبت خواهد شد. پس Q, q همواره مختلف علامت هستند.

مثال : دو بار الکتریکی نقطه ای Q, q در دو راس مثلث متساوی الاضلاعی ثابت شده اند. اگر میدان الکتریکی حاصل از این دو بار در راس سوم این مثلث مطابق شکل باشد، علامت و مقدار بارهای Q, q چگونه اند؟

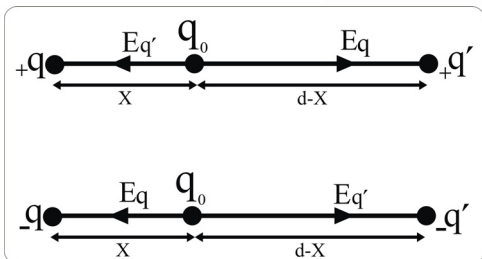


حل: با توجه به شکل زیر ، بار $Q < 0, q > 0$ است. می دانیم که برآیند دو بردار با بردار بزرگتر زاویه کمتری می سازد. بنابراین

$E_Q > E_q$ و در نتیجه مقدار Q بیشتر از مقدار q است.



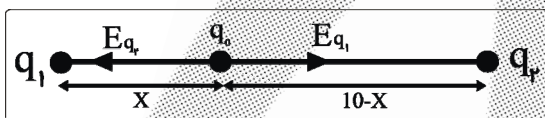
نکته : هرگاه دو بار الکتریکی هم نوع q, q' در فاصله d از یکدیگر ثابت شده باشند، میدان الکتریکی تنها در یک نقطه روی خط واصل دو بار و نزدیکتر به باری که اندازه آن کمتر است ، صفر می شود.



$$E_R = 0 \Rightarrow E_q = E_{q'} \Rightarrow K \frac{q}{x^2} = K \frac{q'}{(d-x)^2} \Rightarrow \frac{q}{x^2} = \frac{q'}{(d-x)^2}$$

مثال : دو بار الکتریکی نقطه ای $q_1 = 8 \mu C, q_2 = 1 \mu C$ در فاصله 10 cm از هم ثابت شده اند. در چه فاصله ای از بار q_1 ، میدان الکتریکی حاصل از این دو بار صفر است؟

حل :

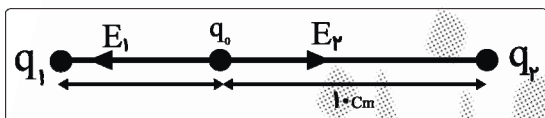


$$E = K \frac{q}{r^2} \Rightarrow K = \frac{\lambda}{x^2} = K \frac{10}{(10-x)^2} \Rightarrow \frac{4}{x^2} = \frac{5}{(10-x)^2}$$

$$\Rightarrow \sqrt{5}x = 20 - 2x \Rightarrow x = \frac{20}{\sqrt{5} + 2} \times \frac{\sqrt{5} - 2}{\sqrt{5} - 2} = 20\sqrt{5} - 40 \text{ cm}$$

مثال : دو ذره باردار $q_1 = -2 \mu C$ و q_2 در فاصله 15 cm از یکدیگر قرار دارند. اگر میدان الکتریکی حاصل از این دو بار الکتریکی روی خط واصل دو بار در فاصله 10 cm از بار q_2 صفر باشد، q_2 چقدر است؟

حل :

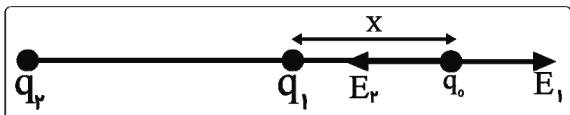


$$E_1 = E_2 \Rightarrow K \frac{2}{5^2} = K \frac{q_2}{10^2} \Rightarrow \frac{2}{25} = \frac{q_2}{100} \Rightarrow q_2 = 8 \mu C$$

نکته : هرگاه دو بار الکتریکی غیر هم نوع q, q' در فاصله d از یکدیگر ثابت شده باشند ، میدان الکتریکی تنها در یک نقطه در امتداد خط واصل دو بار و نزدیکتر به باری که اندازه آن کمتر است، صفر می شود.

مثال : دو بار الکتریکی نقطه ای $q_1 = 3 \mu C, q_2 = -12 \mu C$ در فاصله 5 cm از یکدیگر ثابت شده اند. بار الکتریکی q_3 را در چه نقطه ای قرار دهیم تا به حالت تعادل قرار گیرد؟

حل : بار q_3 را باید در نقطه ای قرار دهیم که میدان الکتریکی در آن نقطه صفر باشد.



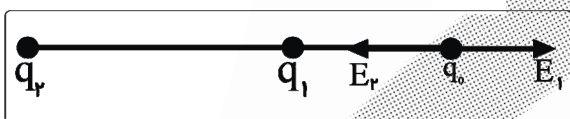
$$E_1 = E_2 = K \frac{q_1}{x^2} = K \frac{q_2}{(\Delta + x)^2}$$

$$\Rightarrow \frac{3}{x^2} = \frac{12}{(\Delta + x)^2} \Rightarrow \frac{1}{x^2} = \frac{4}{(\Delta + x)^2}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{x} = \frac{2}{\Delta + x} \Rightarrow 2x = \Delta + x \Rightarrow x = \Delta \text{ cm}$$

مثال : دو ذره باردار $q_1 = 5 \mu\text{C}$, q_2 در فاصله 5 cm یکدیگر قرار دارند. اگر میدان الکتریکی در امتداد خط واصل دوبر و در فاصله 5 cm بار q_1 صفر باشد، نوع و مقدار بار الکتریکی q_2 را تعیین کنید.

حل : با توجه به شکل زیر، بار q_2 باید منفی باشد.

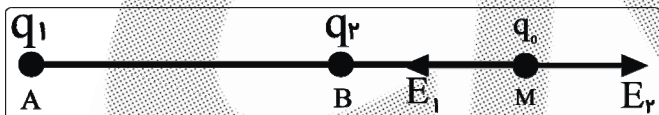


$$E_1 = E_2 \Rightarrow K \frac{q_1}{r_1^2} = K \frac{q_2}{r_2^2}$$

$$\Rightarrow \frac{5}{5^2} = \frac{q_2}{(15 + 5)^2} \Rightarrow q_2 = 8 \cdot \mu\text{C}$$

مثال : ذره های باردار $q_1 = -5 \cdot \mu\text{C}$, $q_2 = 18 \mu\text{C}$ در فاصله 10 cm از یکدیگر ثابت شده اند. بار الکتریکی q_3 را به چه مقدار اختیار کرده و در چه نقطه ای قرار دهیم تا هر سه بار در حال تعادل باشند؟

حل : بار q_3 را باید در نقطه ای قرار دهیم که میدان الکتریکی حاصل از بارهای الکتریکی q_1, q_2 در آن جا صفر باشد.

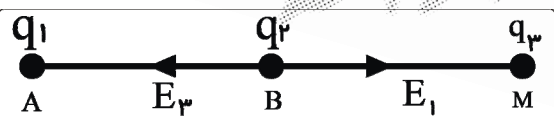


$$E_1 = E_2 \Rightarrow K \frac{q_1}{AM^2} = K \frac{q_2}{BM^2}$$

$$\Rightarrow \frac{50}{(10 + BM)^2} = \frac{18}{BM^2} \Rightarrow \frac{25}{(10 + BM)^2} = \frac{9}{BM^2}$$

$$\Rightarrow \frac{5}{10 + BM} = \frac{3}{BM} \Rightarrow BM = 15 \text{ cm}$$

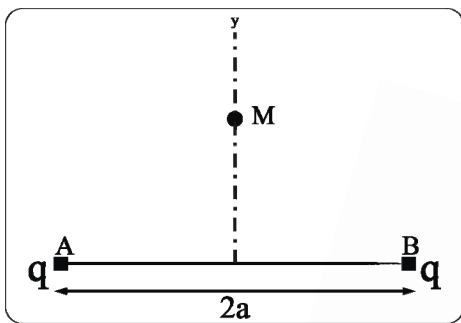
اکنون باید q_3 را چنان اختیار کنیم که میدان الکتریکی حاصل از بارهای q_1, q_2 در نقطه B صفر شود (یا آن که میدان الکتریکی حاصل از بارهای q_1, q_2 در نقطه A صفر شود) با توجه به شکل زیر، q_3 باید منفی باشد.



$$E_1 = E_2 \Rightarrow K \frac{q_3}{BM^2} = K \frac{q_1}{AB^2}$$

$$\Rightarrow \frac{q_3}{15^2} = \frac{50}{10^2} \Rightarrow q_3 = 112.5 \mu\text{C}$$

مثال : در شکل زیر ، نیم خط Hy عمود منصف AB است. اگر میدان الکتریکی در نقطه M بیشینه باشد، MH را بر حسب a بدست آورید. (بهینه سازی: کاربرد مشتق - مخصوص ریاضی)



حل : هر گاه بخواهیم بیشترین یا کمترین مقدار یک کمیت را بدست آوریم، ابتدا آن کمیت را بر حسب یک مجهول نوشته ، سپس مشتق آن را برابر با صفر قرار می دهیم . پارامترهای ثابت موجود در مسئله ، مقدار مشخصی هستند و مجهول نیستند.

در این مسئله میدان الکتریکی در نقطه M بیشینه شده است. پس ابتدا آن را بر حسب یک مجهول نوشته، سپس مشتق آن را برابر صفر قرار می دهیم.

$$\begin{cases} r = \sqrt{x^2 + a^2} \\ E = K \frac{q}{r^2} \end{cases} \Rightarrow E_A = E_B = K \frac{q}{x^2 + a^2} \Rightarrow E = 2E_1 \cos \frac{\alpha}{2}$$

$$\cos \frac{\alpha}{2} = \frac{x}{\sqrt{x^2 + a^2}} \rightarrow E = 2K \left(\frac{q}{x^2 + a^2} \right) \left(\frac{x}{\sqrt{x^2 + a^2}} \right) = 2Kqx(x^2 + a^2)^{-\frac{3}{2}}$$

q, a مقادیر مشخصی هستند و فقط x مجهول است. بنابراین :

$$E' = 2Kq [1 \times (x^2 + a^2)^{-\frac{3}{2}} + \left(-\frac{3}{2}\right) 2x(x^2 + a^2)^{-\frac{5}{2}} \times x]$$

$$E' = 0 \xrightarrow{\text{فاکتورگیری}} (x^2 + a^2)^{-\frac{5}{2}} \rightarrow 2Kq(x^2 + a^2)^{-\frac{5}{2}} (x^2 + a^2 - 3x^2) = 0$$

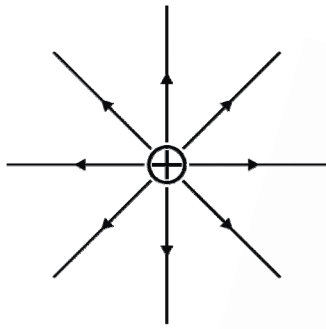
$$a^2 - 2x^2 = 0 \Rightarrow x^2 = \frac{a^2}{2} \Rightarrow x = \frac{\sqrt{2}}{2} a$$

تجسم میدان الکتریکی

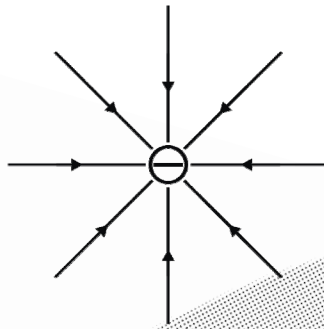
میدان الکتریکی را با خط هایی نشان می دهیم که به آنها خط های میدان الکتریکی می گویند. این خط ها دارای ویژگی های زیرند :

- خط های میدان در هر نقطه ، هم جهت با نیروی وارد بر بار مثبت واقع در آن نقطه اند . در نتیجه ، جهت این خط ها از بار مثبت رو به خارج و به سوی بار منفی است.
- میدان در هر نقطه ، برداری است مماس بر خط میدانی که از آن نقطه می گذرد و با آن هم جهت است.
- در هر ناحیه که میدان قوی تر باشد، خط های میدان به یکدیگر نزدیک تر و فشرده ترند.
- خط های میدان یکدیگر را قطع نمی کنند.

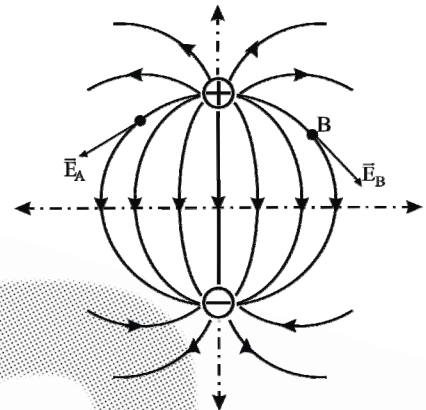
در شکل های زیر خطوط میدان الکتریکی را در اطراف چند جسم باردار مشاهده می کنید.



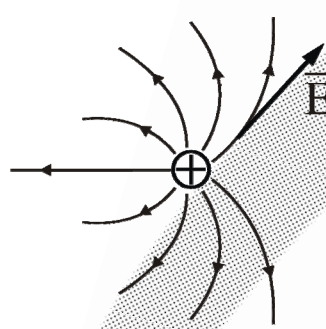
بار مثبت منفرد



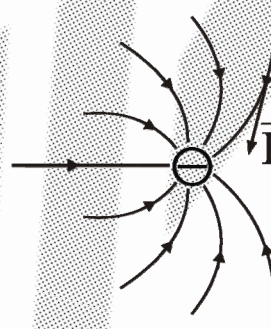
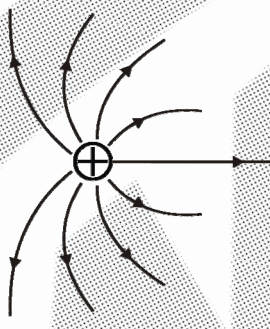
بار منفی منفرد



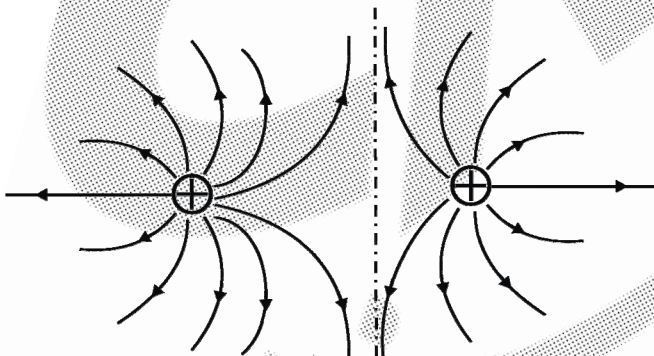
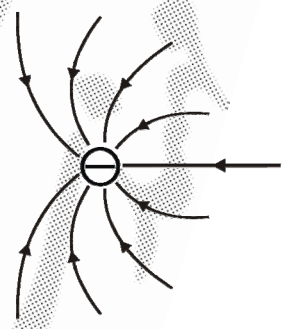
دوقطبی الکتریکی



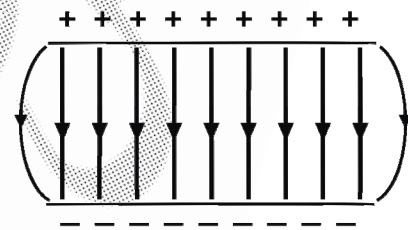
دو بار مثبت و هم اندازه



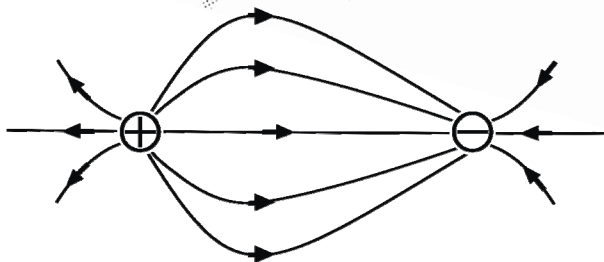
دو بار منفی و هم اندازه



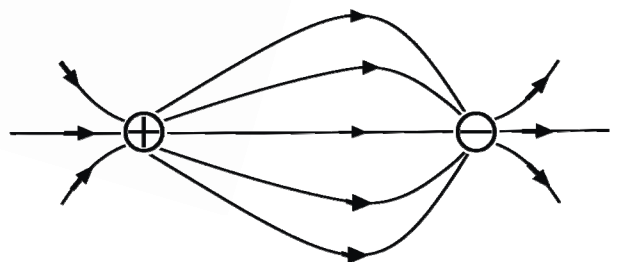
$q > q'$



میدان یکنواخت بین دو صفحه رسانای موازی با بارهای هم اندازه



$|q'| > q$



$q > |q'|$

میدان الکتریکی یکنواخت :

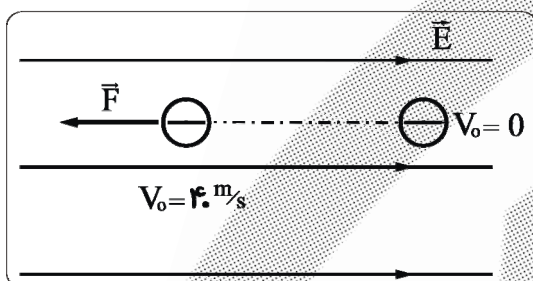
میدانی است که بردار میدان در همه جای آن یکسان است . میدان الکتریکی یکنواخت را با خط های موازی و متساوی الفاصله نشان می دهند.

هر گاه بار q در میدان الکتریکی \vec{E} قرار داشته باشد، نیروی وارد بر آن از رابطه زیر به دست می آید:

$$\vec{F} = q\vec{E} \Rightarrow \begin{cases} q > 0 \rightarrow \\ q < 0 \rightarrow \end{cases}$$

یادآوری : نیروی وارد بر بار الکتریکی مثبت ، در جهت میدان و بر بار الکتریکی منفی ، در خلاف جهت میدان است.

مثال : ذره ای به جرم $1/5g$ با بار الکتریکی $30\mu C$ - با سرعت اولیه 40% در جهت میدان الکتریکی یکنواخت $10^3 N/C$ پرتاب می شود. پس از چه مدت جهت حرکت ذره تغییر می کند؟



حل : $F = qE \Rightarrow 10^3 \times 30 \times 10^{-6} \Rightarrow F = 3 \times 10^{-2} N$

قانون دوم نیوتن :

شتاب \times جرم = مجموع نیروهای خلاف جهت حرکت - مجموع نیروهای در جهت حرکت

$$\begin{cases} \vec{F} - \vec{R} = m\vec{a} \\ 0 - 3 \times 10^{-2} = 1/5 \times 10^{-3} a \Rightarrow a = -20 \text{ m/s}^2 \\ V = at + V_0 \Rightarrow 0 = -20t + 40 \Rightarrow t = 2s \end{cases}$$

توزیع بار الکتریکی در یک جسم

وقتی به یک جسم نارسانا بار الکتریکی داده می شود، آن بار الکتریکی در محل داده شده به جسم ساکن باقی می ماند و در جسم جابجا نمی شود.

وقتی به یک جسم رسانا بار الکتریکی داده می شود ، آن بار الکتریکی در محل داده شده ساکن باقی نمی ماند و در سطح خارجی جسم توزیع می شود.

پرسش : گلوله فلزی A را با سطح داخلی یک کره رسانای باردار و گلوله فلزی B را با سطح خارجی آن تماس می دهیم. سپس این گلوله ها را به نوبت به کلاهک الکتروسکوپ بدون باری نزدیک می کنیم ، آیا ورقه های الکتروسکوپ انحراف می یابد؟

پاسخ : وقتی گلوله A را به کلاهک الکتروسکوپ نزدیک می کنیم (حتی به کلاهک تماس دهیم) انحرافی در ورقه های الکتروسکوپ مشاهده نخواهد شد.

وقتی گلوله B را به کلاهک الکتروسکوپ نزدیک می کنیم ، ورقه های الکتروسکوپ از هم دور می شوند. از این آزمایش می توان نتیجه گرفت که بار الکتریکی در سطح خارجی یک رسانا توزیع می شود.

مولد وان دوگراف

مولد وان دوگراف دستگاهی است که بار الکتریکی روی کلاهک فلزی آن انباشته می شود. غلتک M توسط موتور می چرخد و تسمه A' روی دو غلتک M, M' چرخانده می شود. غلتک M از جنس پلی تن و M' از جنس پرسیکس است.

غلتک در اثر مالش با تسمه A دارای بار الکتریکی منفی شده و در شانه فلزی B بار مثبت القا می کند. این بار مثبت توسط نشانه B روی سطح بیرونی تسمه A' قرار داده می شود و به وسیله شانه C به کلاهک فلزی منتقل شده و در سطح خارجی آن انباشته می شود.

اگر غلتک M از جنس پرسیکس و غلتک M' از جنس پلی تن باشد، بار الکتریکی منفی روی سطح خارجی کلاهک فلزی انباشته خواهد شد.

چگالی سطحی بار الکتریکی

بار الکتریکی موجود در واحد سطح خارجی جسم رسانا را چگالی سطحی بار الکتریکی می نامیم. چگالی سطحی را با نماد σ (سیگما) نشان می دهیم و از رابطه روبه رو بدست می آوریم :

چگالی سطحی σ

$$\sigma = \frac{q}{A}$$

مثال: به یک کره رسانا که قطر آن 8cm است، $12560\ \mu\text{C}$ بار الکتریکی می دهیم. چگالی سطحی این کره چند یکای SI است؟

$$\text{شعاع} = \frac{\text{قطر}}{2} \Rightarrow r = \frac{8}{2} = 4\text{cm}$$

$$A = 4\pi r^2 = 4 \times 3.14 \times 4^2\text{cm}^2 = 4 \times 3.14 \times 16 \times 10^{-4}\text{m}^2 \quad \text{حل:}$$

$$\sigma = \frac{q}{A} = \frac{12560 \times 10^{-6}}{4 \times 3.14 \times 16 \times 10^{-4}} = 0.625 \frac{\text{C}}{\text{m}^2}$$

مثال: قطر کره فلزی A ، 3 برابر قطر کره فلزی B است. اگر کره A ، $18\ \mu\text{C}$ بار الکتریکی بدهیم، به کره B چقدر بار الکتریکی باید بدهیم تا چگالی سطحی آن دو با یکدیگر برابر گردد؟

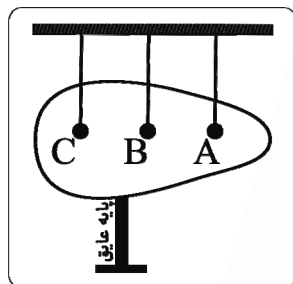
حل: هرگاه یک کمیت طولی k برابر کمیت طولی دیگر باشد، کمیت سطحی متناظر با آن k^2 برابر و کمیت حجمی k^3 برابر دیگری است. بنابراین:

$$\begin{cases} A_A = 3^2 A_B = 9 A_B \\ \sigma = \frac{q}{A} \xrightarrow{\sigma_A = \sigma_B} \frac{q_A}{A_A} = \frac{q_B}{A_B} \Rightarrow \frac{18}{9 A_B} = \frac{q_B}{A_B} \Rightarrow q_B = 2\ \mu\text{C} \end{cases}$$

نکته: در جسم رسانایی مانند کره که سطح خارجی آن متقارن است، چگالی سطحی بار در همه جای یکسان است. اما در رساناهایی که سطح خارجی متقارن ندارند، چگالی سطحی بار در همه جای سطح خارجی یکسان نیست.

نکته: در مکانهای برجسته و نوک تیز جسم رسانا، چگالی سطحی بار از سایر مکانهای جسم بیشتر است.

پرسش: در شکل زیر، با اتصال کلاهک مولد وان دوگراف به مخروط فلزی، به آن بار الکتریکی داده ایم. آونگهای الکتریکی A, B, C را چند لحظه در نقطه های نشان داده شده، با مخروط تماس داده و به نوبت به کلاهک الکتروسکوپ بدون بار الکتریکی نزدیک می کنیم. انحراف ورقه های الکتروسکوپ چگونه است؟



پاسخ: بار الکتریکی ای که به گلوله A منتقل می شود، بیشتر از گلوله B و بار الکتریکی گلوله B، بیشتر از گلوله C می شود:

بنابراین: انحراف ورقه ها با گلوله C > انحراف ورقه های با گلوله B > انحراف ورقه ها با گلوله A

انرژی پتانسیل الکتریکی

اگر بخواهیم دو ذره باردار را که دارای بار الکتریکی هم نام هستند، با سرعت ثابت به یکدیگر نزدیک کنیم، برای غلبه بر نیروی رانشی آنها باید کار انجام دهیم (انرژی مصرف کنیم) و این کار انجام شده به صورت انرژی پتانسیل الکتریکی در بارهای الکتریکی ذخیره می شود.

وقتی دو ذره باردار با بارهای غیرهم نام را با سرعت ثابت از یکدیگر دور می کنیم، باز هم کار انجام داده ایم. در این جا نیز کار انجام شده به صورت انرژی پتانسیل الکتریکی در بارهای الکتریکی ذخیره می شود.

پرسش: اگر با نیرویی که مقدار آن در هر لحظه بیشتر از نیروی رانشی بین دو بار الکتریکی هم نام است این دو بار را به هم نزدیک کنیم، کار انجام شده را چگونه توجیه می کنید؟

پاسخ: قسمتی از کار انجام شده صرف افزایش انرژی جنبشی بارها و غلبه بر نیروی رانشی بین دوبار و بقیه به صورت انرژی پتانسیل الکتریکی در بارها ذخیره می شود.

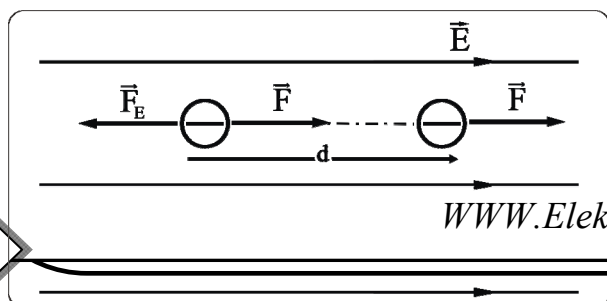
یادآوری: هرگاه نیروی F ، نقطه اثر خود را به اندازه d جابجا کند، کار انجام شده توسط ای نیرو برابر است با (F, d) زاویه بین F و d

$$W = Fd \cos \theta$$

مثال: بار الکتریکی $5 \mu C$ را با سرعت ثابت در میدان الکتریکی یکنواخت به بزرگی $10^4 N/C$ به اندازه 4 cm در جهت میدان جابجا می کنیم. تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی این بار چگونه است؟ حل

$$F_E = qE \Rightarrow 10^4 \times 5 \times 10^{-6} = 5 \times 10^{-2} N$$

شتاب حرکت جسمی که با سرعت ثابت حرکت می کند، صفر است.



قانون دوم نیوتن :

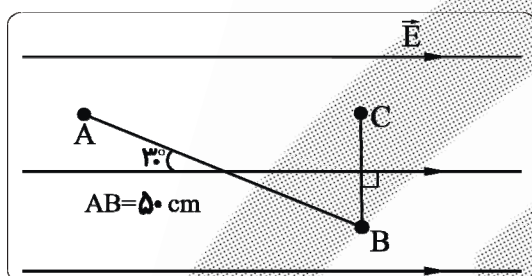
$$\begin{cases} F - F_E = ma \Rightarrow F - 5 \times 10^{-2} = 0 \Rightarrow F = 5 \times 10^{-2} N \\ W = Fd \cos \theta \xrightarrow{\theta=0} W = 5 \times 10^{-2} \times 40 \times 10^{-2} \times \cos 0 \\ \Rightarrow W = 0.02 J \end{cases}$$

تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی (ΔU) برابر است با کاری که ما انجام می دهیم .

$$\Delta U = W = 0.02 J$$

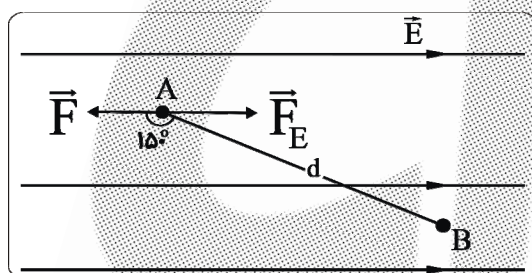
0.02 J به انرژی پتانسیل الکتریکی بار افزوده می شود.

مثال : بار الکتریکی $4 \mu C$ را با سرعت ثابت در میدان الکتریکی یکنواخت به بزرگی $2 \times 10^4 N/C$ مطابق شکل زیر، از نقطه A تا C جابجا می کنیم . تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی این بار چگونه است؟



حل : کار انجام شده در جابه جایی از نقطه B تا C صفر است.

زیرا نیرو بر جابه جایی عمود است.



قانون دوم نیوتن :

یعنی: انرژی پتانسیل الکتریکی کاسته شده است.

$$\begin{cases} F - F_E = ma \Rightarrow 0.8 - F = 0 \Rightarrow F = 8 \times 10^{-1} N \\ W = Fd \cos \theta \xrightarrow{\theta=15^\circ} W = 8 \times 10^{-1} \times 50 \times 10^{-2} \times \cos 15^\circ = -0.2\sqrt{3} J \end{cases}$$

اختلاف پتانسیل الکتریکی

اگر دو ظرف آب به یکدیگر مربوط شوند، آب از ظرفی که ارتفاع آب در آن بیشتر است به طرف دیگر شارش می کند.

عامل شارش بار الکتریکی بین دو نقطه ، اختلاف پتانسیل الکتریکی بین آن دو نقطه است. می دانیم که بار الکتریکی در یک میدان الکتریکی ، دارای انرژی پتانسیل الکتریکی است.

اختلاف پتانسیل الکتریکی دو نقطه، برابر تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی یکای بار الکتریکی مثبت است، وقتی یکای بار از نقطه اول تا نقطه دوم جابه جا می شود.

بنابراین ، اگر بار الکتریکی q از نقطه با پتانسیل الکتریکی V_1 به نقطه ای با پتانسیل الکتریکی V_2 جابه جا شود و انرژی پتانسیل الکتریکی آن از U_1 به U_2 تغییر یابد ، خواهیم داشت :

$$\begin{cases} \Delta U = q\Delta V \\ U_2 - U_1 = q(V_2 - V_1) \end{cases}$$

بار الکتریکی با علامت خود
در رابطه قرار می گیرد

مثال : اختلاف پتانسیل الکتریکی بین دو نقطه A, B برابر $2.0V$ است $V_B > V_A$ برای انتقال 5×10^{15} الکترون از نقطه B به نقطه A ، چند ژول انرژی مصرف و یا آزاد می شود؟ ($e = 1/6 \times 10^{-19}$)

حل :

$$q = ne = 5 \times 10^{15} \times 1/6 \times 10^{-19} = 8 \times 10^{-4} C$$

علامت مثبت نشاندهنده
مصرف انرژی است.

$$\begin{cases} \Delta U = q\Delta V \\ \Delta V = V_A - V_B = -2.0V \end{cases} \Rightarrow \Delta U = -8 \times 10^{-4} \times (-2.0) = +1/6 \times 10^{-3} J$$

انتظار داشتیم که ΔU مثبت بدست آید ، زیرا شارش بار الکتریکی منفی از پتانسیل کمتر به طرف پتانسیل بیشتر است، پس برای انتقال بار منفی از پتانسیل بیشتر به کمتر باید انرژی مصرف کنیم.

مثال : بار الکتریکی $2.0 \mu C$ را در نقطه A از یک میدان الکتریکی رها می کنیم. وقتی این بار به نقطه B می رسد، $6mJ$ انرژی آزاد می شود. اگر پتانسیل نقطه A برابر $50.0V$ باشد، پتانسیل نقطه B چند ولت است؟

حل : آزاد شدن انرژی به این معنی است که انرژی جنبشی بار الکتریکی افزایش یافته است. با توجه به پایسته بودن انرژی ، انرژی پتانسیل الکتریکی بار کاهش می یابد. بنابراین ΔU را منفی در نظر می گیریم.

$$\begin{cases} \Delta U = q\Delta V \Rightarrow -6 \times 10^{-3} = 2.0 \times 10^{-6} \Delta V \Rightarrow \Delta V = -30.0V \\ \Delta V = V_B - V_A \Rightarrow -30.0 = V_B - 50.0 \Rightarrow V_B = 20.0V \end{cases}$$

• نکته : پتانسیل زمین صفر است و پتانسیل نقطه های دیگر را نسبت به زمین می سنجند. در این صورت پتانسیل هر جسم رسانا که به زمین وصل شود، برابر صفر می شود.

پرسش: هر پیل یا باتری دو پایانه دارد که یکی منفی و دیگری مثبت است . اگر پایانه مثبت یک باتری $12V$ را به زمین وصل کنیم ، پتانسیل منفی آن چند ولت می شود؟

پاسخ : منظور از باتری $12V$ این است که اختلاف پتانسیل الکتریکی بین پایانه های مثبت و منفی آن برابر $12V$ است:

$$V_+ - V_- = 12 \Rightarrow 0 - V_- = 12 \Rightarrow V_- = -12V$$

مثال : اختلاف پتانسیل الکتریکی پایانه های باتری یک خودرو برابر $24V$ است . اگر بار الکتریکی $5C$ از پایانه مثبت تا منفی باتری جابه جا شود. انرژی پتانسیل الکتریکی آن ، چه اندازه و چگونه تغییر می کند؟

حل :

$$\begin{aligned} V_+ - V_- = 24V &\Rightarrow V_- - V_+ = -24V \\ \Delta U = q\Delta V &\Rightarrow (-5)(-24) = 120J \end{aligned}$$

انرژی پتانسیل الکتریکی این بار به
اندازه $120J$ افزایش می یابد.

به نکته های اساسی زیر دقت کنید :

- میدان الکتریکی در داخل رسانای باردار صفر است. زیرا اگر صفر نباشد، این میدان الکتریکی بر الکترونهای هر اتم نیرو وارد کرده و آنها را در خلاف جهت میدان به حرکت در می آورد.
- میدان الکتریکی بر سطح رسانای باردار عمود است. زیرا اگر عمود نباشد، بر بارهای الکتریکی موجود در سطح نیرو وارد کرده و آنها را به حرکت در می آورد.
- پتانسیل الکتریکی در تمام نقطه های یک رسانای باردار (چه روی سطح رسانا و چه در داخل آن) یکسان است. زیرا اگر یکسان نباشد، شارش بار الکتریکی بین دو نقطه که پتانسیل آنها با یکدیگر برابر نیست، صورت خواهد گرفت.
- هرچه در جهت میدان الکتریکی پیش رویم، از پتانسیل الکتریکی کاسته می شود ولی پتانسیل الکتریکی تمام نقطه های خطی که بر خط های میدان عمود باشد، یکسان است.
- در یک میدان الکتریکی یکنواخت به بزرگی E رابطه زیر برقرار است :

$$V = Ed$$

