

پرسش‌های چهار گزینه‌ای

فصل اول

درس دوم:

معادله‌ی درجه‌ی دوم و تابع درجه‌ی دوم

- ۷۴- اگر عددهای غیر صفر a و b ریشه‌های معادله‌ی $x^2 + ax + b = 0$ باشند، مقدار b چقدر است؟
- (۱) -۲ (۲) -۱ (۳) ۱ (۴) ۲
- ۷۵- اگر x_1 و x_2 ریشه‌های معادله‌ی $x^2 - (x_1 x_2)x - \frac{1}{6} = 0$ باشند و $x_1 > x_2$ ، مقدار $\frac{x_1}{x_2}$ چقدر است؟
- (۱) $-\frac{3}{2}$ (۲) $-\frac{2}{3}$ (۳) $-\frac{1}{2}$ (۴) -۱
- ۷۶- اگر x_1 و x_2 ریشه‌های معادله‌ی $x^2 - 3mx + 6m + 1 = 0$ باشند، کدام تساوی درست است؟
- (۱) $x_1 x_2 + x_1 + x_2 = 1$ (۲) $x_1 x_2 - x_1 - x_2 = 1$ (۳) $x_1 x_2 - 2(x_1 + x_2) = 1$ (۴) $x_1 x_2 + 2(x_1 + x_2) = 1$
- ۷۷- اگر مجموعه‌ی جواب‌های معادله‌ی $mx^2 - nx + 12 = 0$ به صورت $\left\{-\frac{n}{1+n}, \frac{n}{1-n}\right\}$ باشد، مقدار n چقدر است؟
- (۱) ۲۴ (۲) -۲۴ (۳) ۱۲ (۴) -۱۲
- ۷۸- اگر $\frac{\beta}{\sqrt{\beta^2 + 1}}$ و $\frac{\beta}{\sqrt{\beta^2 - 1}}$ ریشه‌های معادله‌ی $x^2 + bx + 2 = 0$ باشند، مقدار b چقدر است؟
- (۱) $\pm\sqrt{3}$ (۲) $\pm 2\sqrt{3}$ (۳) $\pm 3\sqrt{2}$ (۴) $\pm\sqrt{2}$
- ۷۹- نوید ضریب x در معادله‌ی $x^2 + 13x + k = 0$ را به اشتباه ۱۷ دید و وقتی معادله را حل کرد ریشه‌هایش ۲- و ۱۵- شدند. ریشه‌های معادله‌ی اصلی چه عددهایی هستند؟
- (۱) -۶ و -۷ (۲) -۵ و -۸ (۳) -۴ و -۹ (۴) -۳ و -۱۰
- ۸۰- از هر یک از جواب‌های معادله‌ی $x^2 + 2x = 6$ ، دو واحد کم می‌کنیم. حاصل ضرب آن‌ها به اندازه‌ی واحد تغییر می‌کند.
- (۱) -۸ (۲) ۸ (۳) ۶ (۴) -۶
- ۸۱- در معادله‌ی $2x^2 - mx + m - 1 = 0$ یکی از جواب‌ها عکس و قرینه‌ی جواب دیگر است. مقدار m کدام است؟
- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) -۱ (۴) -۲
- ۸۲- اگر x_1 و x_2 ریشه‌های معادله‌ی $x^2 + (k-1)x + 8 = 0$ باشند و $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{3}{4}$ ، مقدار k چقدر است؟
- (۱) -۵ (۲) -۶ (۳) -۷ (۴) -۸
- ۸۳- در معادله‌ی $x^2 - 8x + m = 0$ اگر یکی از ریشه‌ها از نصف ریشه‌ی دیگر ۵ واحد بیش‌تر باشد، مقدار m کدام است؟ (خارج از کشور ریاضی - ۹۱)
- (۱) ۱۰ (۲) ۱۲ (۳) ۱۴ (۴) ۱۵
- ۸۴- در معادله‌ی $2x^2 - 4x + m = 0$ یکی از جواب‌ها از سه برابر جواب دیگر سه واحد بیش‌تر است. مقدار m کدام است؟
- (۱) $-\frac{9}{8}$ (۲) $\frac{9}{8}$ (۳) $\frac{9}{16}$ (۴) $-\frac{9}{16}$
- ۸۵- اگر x_1 و x_2 ریشه‌های معادله‌ی $x^2 + (m+1)x + 2 = 0$ باشند و $3(x_1 + x_2) - 5x_1 x_2 = -19$ ، مقدار m چقدر است؟
- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴



- ۸۶- اگر x_1 و x_2 ریشه‌های معادله $x^2 - x + 2k - 4 = 0$ باشند و $x_1^2 - x_2^2 = 5$ ، مقدار k چقدر است؟
 (۱) ۳- (۲) ۲- (۳) ۱- (۴) ۱
- ۸۷- اگر α و β جواب‌های معادله $x^2 - kx + k - 1 = 0$ باشند و $\alpha + 2\beta = 5$ ، مجموع مقادیرهای ممکن برای k کدام است؟
 (۱) ۱ (۲) ۵ (۳) ۷ (۴) ۸
- ۸۸- در معادله $x^2 - mx - 8 = 0$ یکی از جواب‌ها مربع جواب دیگر است. مقدار m کدام است؟
 (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۲- (۴) ۱-
- ۸۹- در معادله $x^2 - mx - m = 0$ یکی از جواب‌ها قرینه‌ی مربع جواب دیگر است. مقدار $\sqrt[3]{m}$ کدام است؟ ($m > 0$)
 (۱) $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ (۲) $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$ (۳) $\sqrt{2}-1$ (۴) $\sqrt{2}+1$
- ۹۰- اگر یکی از ریشه‌های معادله $x^2 - mx + 64 = 0$ مکعب ریشه‌ی دیگر باشد، مقدار m کدام می‌تواند باشد؟
 (۱) ۱۶ (۲) ۱۸ (۳) $16\sqrt{2}$ (۴) $18\sqrt{2}$
- ۹۱- اگر عددهای متمایز x_1 و x_2 ریشه‌های معادله $mx^2 - 2x - 20 = 0$ باشند و $x_1 + x_2^2 = x_2 + x_1^2$ ، مقدار m چقدر است؟
 (۱) ۲- (۲) ۲ (۳) ۱ (۴) ۱-
- ۹۲- اگر x_1 و x_2 ریشه‌های معادله $x^2 - 3kx + 9 = 0$ باشند و $\sqrt{x_1} - \sqrt{x_2} = 3$ ، مقدار k چقدر است؟
 (۱) ۱- (۲) ۱ (۳) ۳ (۴) ۵
- ۹۳- به ازای کدام مقدار m ، مجموع جذر هر دو ریشه‌ی معادله‌ی درجه‌ی دوم $\frac{1}{8}x^2 - (m+1)x + \frac{1}{8} = 0$ برابر ۲ است؟ (ریاضی - ۹۶)
 (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۶
- ۹۴- به ازای کدام مقدار m ، هر یک از ریشه‌های معادله‌ی درجه‌ی دوم $8x^2 - mx - 8 = 0$ توان سوم ریشه‌های معادله $2x^2 - x - 2 = 0$ است؟ (خارج از کشور ریاضی - ۹۶)
 (۱) ۹ (۲) ۱۱ (۳) ۱۳ (۴) ۱۵
- ۹۵- اگر x_1 و x_2 ریشه‌های معادله $x^2 - 2x + k + 1 = 0$ باشند و $x_1^3 + x_2^3 = 5$ ، مقدار k چقدر است؟
 (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) $-\frac{1}{3}$ (۴) $-\frac{1}{2}$
- ۹۶- اگر x_1 و x_2 ریشه‌های معادله $x^2 + 4x - 5k - 3 = 0$ باشند و $x_1^2 + 5x_2 + x_2^2 = 19$ ، مقدار k چقدر است؟
 (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵
- ۹۷- اگر x_1 و x_2 ریشه‌های معادله $x^2 - (k-2)x + 8 = 0$ باشند و $x_1^2 + x_2^2 = 20$ ، k چه عددی می‌تواند باشد؟
 (۱) ۴- و ۸- (۲) ۴ و ۸ (۳) ۴- و ۶ (۴) ۴- و ۸
- ۹۸- x_1 و x_2 ریشه‌های معادله $x^2 - 3mx + m - 3 = 0$ هستند و $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} > 4$. حدود m کدام است؟
 (۱) $(0, 12)$ (۲) $(-\infty, 12)$ (۳) $(3, 12)$ (۴) $(12, +\infty)$
- ۹۹- اگر α و β ریشه‌های متمایز معادله $x^2 + 2x + k = 0$ باشند و $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = -\frac{2}{k}$ ، حدود k کدام است؟
 (۱) $k \in (1, +\infty)$ (۲) $k \in (-\infty, 1)$ (۳) $k \in (-\infty, 1) - \{0\}$ (۴) $k \in \mathbb{R}$
- ۱۰۰- اگر x_1 و x_2 ریشه‌های معادله $x^2 - (3m+1)x + 3 = 0$ باشند، $x_1 = 3x_2$ و m عددی مثبت باشد، مقدار m چقدر است؟
 (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴
- ۱۰۱- اگر x_1 و x_2 ریشه‌های معادله $x^2 - 6x + k + 3 = 0$ باشند و $3x_1^2 + 2x_1x_2 - x_2^2 = 12$ ، مقدار k چقدر است؟
 (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۵-

۱۰۲- اگر α و β جواب‌های معادله‌ی $x^2 - (m+1)x + m = 0$ باشند و $2\alpha + 3\beta = \alpha\beta$ ، مجموع مقادیرهای ممکن برای m کدام است؟

- (۱) -۴ (۲) ۴ (۳) ۲ (۴) -۲

۱۰۳- اگر α و β جواب‌های معادله‌ی $x^2 - mx + m - 1 = 0$ باشند و $\frac{1}{\alpha} + \frac{2}{\beta} = 2$ ، مقدار m کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۰۴- اگر x_1 و x_2 ریشه‌های معادله‌ی $x^2 + 5x + 3 = 0$ باشند، حاصل $\frac{x_1 x_2}{(x_1 + x_2)^2}$ چقدر است؟

- (۱) $\frac{5}{26}$ (۲) $-\frac{4}{25}$ (۳) $\frac{3}{25}$ (۴) $-\frac{3}{25}$

۱۰۵- در معادله‌ی $x^2 - 7x + 1 = 0$ قدرمطلق تفاضل جواب‌ها کدام است؟

- (۱) $2\sqrt{5}$ (۲) $3\sqrt{5}$ (۳) $\sqrt{53}$ (۴) $\sqrt{47}$

۱۰۶- درباره‌ی معادله‌ی $ax^2 + bx + c = 0$ می‌دانیم $\Delta = 5$. اگر x_1 و x_2 ریشه‌های این معادله باشند، حاصل $4a^2(x_1 - x_2)^2$ کدام است؟

- (۱) ۵ (۲) ۲۵ (۳) ۱۰ (۴) ۲۰

۱۰۷- اگر x_1 و x_2 ریشه‌های معادله‌ی $x^2 - 3x - 5 = 0$ باشند، حاصل $x_1(x_2 - 2) + x_2(x_1 - 2)$ کدام است؟

- (۱) -۸ (۲) -۲ (۳) -۱۶ (۴) -۴

۱۰۸- اگر x_1 و x_2 ریشه‌های معادله‌ی $x^2 - 6x + 3 = 0$ باشند، مقدار $x_1^2 + x_2^2$ چقدر است؟

- (۱) ۲۰ (۲) ۲۵ (۳) ۳۰ (۴) ۳۵

۱۰۹- اگر x_1 و x_2 ریشه‌های معادله‌ی $x^2 - 8x - 13 = 0$ باشند، حاصل $\frac{1}{x_1 - 2} + \frac{1}{x_2 - 2}$ چقدر است؟

- (۱) $\frac{4}{25}$ (۲) $\frac{2}{25}$ (۳) $-\frac{4}{25}$ (۴) $-\frac{2}{25}$

۱۱۰- اگر α و β جواب‌های معادله‌ی $x^2 - 5x - 2 = 0$ باشند، مقدار $\frac{\alpha - 1}{\alpha + 1} + \frac{\beta - 1}{\beta + 1}$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{3}{2}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $-\frac{1}{3}$ (۴) $\frac{2}{3}$

۱۱۱- اگر α و β جواب‌های معادله‌ی $x^2 - 5x + 2 = 0$ باشند، حاصل $(\alpha + \frac{2}{\beta})^2 + (\beta + \frac{2}{\alpha})^2$ کدام است؟

- (۱) ۲۰ (۲) ۳۲ (۳) ۴۴ (۴) ۸۴

۱۱۲- اگر x_1 و x_2 ریشه‌های معادله‌ی $x^2 - 4x - 4 = 0$ باشند، مقدار $x_1^3 + x_2^3$ چقدر است؟

- (۱) ۱۱۲ (۲) ۱۲۰ (۳) ۱۲۱ (۴) ۱۲۴

۱۱۳- عددهای ۲ و ۴ به ترتیب ریشه‌ای از معادله‌های $x^2 - ax + b = 0$ و $x^2 - cx + d = 0$ هستند و ریشه‌ی دیگر این دو معادله مشترک

است. مقدار $a - c + \frac{b}{d}$ چقدر است؟

- (۱) $-\frac{3}{2}$ (۲) $\frac{3}{2}$ (۳) $-\frac{3}{4}$ (۴) $\frac{3}{4}$

۱۱۴- اگر x_1 و x_2 ریشه‌های معادله‌ی $x^2 - 12x + 9 = 0$ باشند، مقدار $\sqrt{\frac{x_1}{x_2}} + \sqrt{\frac{x_2}{x_1}}$ چقدر است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۶

۱۱۵- اگر α و β جواب‌های معادله‌ی $x^2 - 4x - 1 = 0$ باشند و $\alpha < \beta$ ، مقدار $\alpha^2 - \beta^2$ کدام است؟

- (۱) $-8\sqrt{5}$ (۲) $8\sqrt{5}$ (۳) $4\sqrt{5}$ (۴) $-4\sqrt{5}$

۱۱۶- اگر $\tan \alpha$ و $\cot \alpha$ جواب‌های معادله‌ی $x^2 - (m-3)x + 2m - 1 = 0$ باشند، مقدار $\tan^2 \alpha + \cot^2 \alpha$ کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۶

۱۱۷- اگر x_1 و x_2 ریشه‌های معادله‌ی $x^2 - 3x + 1 = 0$ باشند، مقدار $x_1 \sqrt{x_1 + x_2} + x_2 \sqrt{x_1 + x_2}$ چقدر است؟

- (۱) $\sqrt{5}$ (۲) $2\sqrt{5}$ (۳) $3\sqrt{5}$ (۴) $4\sqrt{5}$

۱۱۸- اگر x_1 و x_2 ریشه‌های معادله‌ی $x^2 - 4x - 1 = 0$ باشند، مقدار $\sqrt[3]{x_1} + \sqrt[3]{x_2}$ چقدر است؟

- (۱) -۱ (۲) ۱ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۱۹- اگر α و β جواب‌های معادله‌ی $x^2 - 5x + 1 = 0$ باشند، مقدار $\alpha^2 + \frac{2}{\beta} + 3\beta^2$ کدام است؟

- (۱) ۷۵ (۲) ۶۹ (۳) ۴۶ (۴) ۵۱

۱۲۰- اگر α و β جواب‌های معادله‌ی $3x^2 - 4x - 1 = 0$ باشند، مقدار $10\alpha^2 + (3\alpha - 4)^2 + \beta^2$ کدام است؟

- (۱) $\frac{100}{9}$ (۲) $\frac{110}{9}$ (۳) $\frac{130}{9}$ (۴) $\frac{220}{9}$

۱۲۱- اگر α و β جواب‌های معادله‌ی $x^2 - \sqrt{5}x + 1 = 0$ باشند و $\alpha < \beta$ ، مقدار $2\alpha + 4\beta$ کدام است؟

- (۱) $3\sqrt{5} - 1$ (۲) $3\sqrt{5} + 1$ (۳) $\sqrt{5} + 3$ (۴) $\sqrt{5} - 1$

۱۲۲- اگر α و β جواب‌های معادله‌ی $2x^2 - 3x - 1 = 0$ باشند، مقدار $4\alpha^2 + 6\beta(1 + \alpha)$ کدام است؟

- (۱) ۶ (۲) ۷ (۳) ۸ (۴) ۱۰

۱۲۳- اگر α و β جواب‌های معادله‌ی $x^2 - 2x - 1 = 0$ باشند، مقدار $\alpha^3 + 5\beta$ کدام است؟

- (۱) ۸ (۲) ۱۰ (۳) ۱۱ (۴) ۱۲

۱۲۴- اگر α و β جواب‌های معادله‌ی $x^2 - 3x - 1 = 0$ باشند، مقدار $\alpha^4 + 33\beta$ کدام است؟

- (۱) ۹۹ (۲) ۱۰۹ (۳) ۱۱۱ (۴) ۱۱۹

۱۲۵- کدام گزینه درباره‌ی بیش‌ترین یا کم‌ترین مقدار تابع $f(x) = -x^2 + 6x - 4$ درست است؟

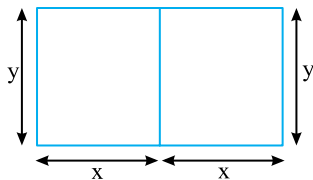
- (۱) بیش‌ترین مقدار آن ۵ است.
 (۲) کم‌ترین مقدار آن ۵ است.
 (۳) بیش‌ترین مقدار آن -۴ است.
 (۴) کم‌ترین مقدار آن -۳۱ است.

۱۲۶- اگر حداقل مقدار عبارت $4x^2 + ax + 13$ برابر با ۹ باشد، مقدار a کدام است؟

- (۱) ± 4 (۲) ± 2 (۳) ± 8 (۴) ± 6

۱۲۷- یک ماهی گیر می‌خواهد کنار رودخانه‌ای، محوطه‌ای مستطیل‌شکل را حصار بکشد. اگر طول حصار $100m$ باشد، ابعاد مستطیل چه باشد تا مساحت آن بیش‌ترین مقدار ممکن باشد؟

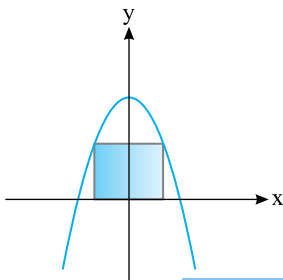
- (۱) 30×40 (۲) $25 \times 37 \frac{1}{2}$ (۳) $12 \frac{1}{2} \times 75$ (۴) 25×50



۱۲۸- مطابق شکل با $200m$ نرده‌ی چوبی، اصطبل درست کرده‌ایم. حداکثر مقدار مساحت این اصطبل چقدر است؟

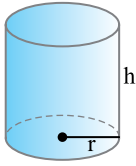
- (۱) ۵۰۰ (۲) ۱۰۰۰ (۳) $\frac{5000}{3}$ (۴) $\frac{10000}{3}$

۱۲۹- در شکل مقابل دو رأس مستطیل روی محور x و دو رأس دیگر روی سهمی $y = 4 - x^2$ است.



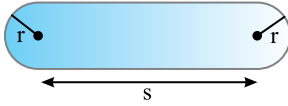
بیش‌ترین مقدار محیط مستطیل چقدر است؟

- (۱) ۸ (۲) ۱۰ (۳) ۱۲ (۴) $6\sqrt{3}$



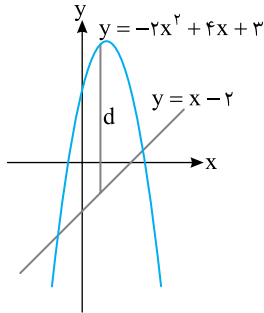
۱۳۰- اگر مجموع طول قطر قاعده و ارتفاع یک استوانه‌ی قائم برابر ۳۰ باشد، ارتفاع استوانه چه باشد تا مساحت جانبی استوانه بیش‌ترین مقدار ممکن شود؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۲۰ (۳) ۱۵ (۴) ۱۲/۵



۱۳۱- در شکل مقابل، محیط زمین برابر با ۱۸۰۰m است. اگر مساحت زمین حداکثر مقدار ممکن باشد، مقدار r چقدر است؟ ($\pi \approx 3$)

- (۱) ۲۷۰ (۲) ۳۰۰ (۳) ۳۳۰ (۴) ۳۵۰



۱۳۲- در شکل مقابل، حداکثر مقدار فاصله‌ی عمودی، d، میان خط و سهمی چقدر است؟

- (۱) ۴/۸ (۲) ۱/۴ (۳) ۴ (۴) ۳/۸

۱۳۳- مفتولی به طول ۲ متر را به دو قسمت تقسیم می‌کنیم و با یکی مربع و با دیگری دایره درست می‌کنیم. اگر مجموع مساحت مربع و دایره کم‌ترین مقدار ممکن باشد، نسبت طول قطعه‌ی بزرگ‌تر به طول قطعه‌ی کوچک‌تر کدام است؟

- (۱) π (۲) $\frac{\pi}{2}$ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴) ۲

۱۳۴- به ازای چه مقداری از a مجموع ریشه‌های معادله‌ی $x^2 - (a-2)x - a + 1 = 0$ کم‌ترین مقدار ممکن است؟

- (۱) ۲ (۲) صفر (۳) ۳ (۴) ۱

۱۳۵- اگر x_1 و x_2 ریشه‌های معادله‌ی $\sqrt{2}a^2(x-a)x = \sqrt{2}$ باشند، کم‌ترین مقدار $x_1^4 + x_2^4$ کدام است؟

- (۱) $2 + \sqrt{2}$ (۲) $\frac{\sqrt{2}}{2} + 4$ (۳) $2\sqrt{2} + 1$ (۴) $2 + 2\sqrt{2}$

۱۳۶- معادله‌ی درجه‌ی دومی که جواب‌های آن $a + \sqrt{a^2 + 1}$ و $a - \sqrt{a^2 + 1}$ باشند، کدام است؟

- (۱) $x^2 - 2ax - 1 = 0$ (۲) $x^2 - 2ax + 1 = 0$ (۳) $x^2 + 2ax - 1 = 0$ (۴) $x^2 + 2ax + 1 = 0$

۱۳۷- واسطه‌ی حسابی ریشه‌های معادله‌ی درجه‌ی دوم $3/5$ و واسطه‌ی هندسی ریشه‌های آن $2/5$ است. این معادله کدام است؟

- (۱) $4x^2 - 28x + 25 = 0$ (۲) $4x^2 + 28x + 25 = 0$ (۳) $x^2 - 14x + 25 = 0$ (۴) $x^2 + 14x + 25 = 0$

۱۳۸- اگر α و β ریشه‌های معادله‌ی $ax^2 + bx + c = 0$ باشند، ریشه‌های معادله‌ی $cx^2 - bx + a = 0$ کدام هستند؟

- (۱) $\frac{1}{\beta}$ و $\frac{1}{\alpha}$ (۲) $-\frac{1}{\beta}$ و $\frac{1}{\alpha}$ (۳) $\frac{1}{\beta}$ و α (۴) $-\frac{1}{\beta}$ و $-\frac{1}{\alpha}$

۱۳۹- اگر α و β ریشه‌های معادله‌ی $2x^2 - 3x - 4 = 0$ باشند، مجموعه‌ی جواب‌های کدام معادله به صورت $\left\{ \frac{1}{\alpha} + 1, \frac{1}{\beta} + 1 \right\}$ است؟

(ریاضی - ۹۲)

- (۱) $4x^2 - 5x + 1 = 0$ (۲) $4x^2 - 3x + 1 = 0$ (۳) $4x^2 - 5x - 1 = 0$ (۴) $4x^2 - 3x - 1 = 0$

۱۴۰- اگر α و β جواب‌های معادله‌ی $x^2 + x - 1 = 0$ باشند، معادله‌ی درجه‌ی دومی که جواب‌های آن $\alpha^2 + \frac{1}{\beta}$ و $\beta^2 + \frac{1}{\alpha}$ باشند، کدام است؟

- (۱) $x^2 - 4x - 1 = 0$ (۲) $x^2 + 4x + 1 = 0$ (۳) $x^2 - 3x - 1 = 0$ (۴) $x^2 + 3x - 1 = 0$

۱۴۱- اگر x_1 و x_2 ریشه‌های معادله‌ی $3x^2 - 6x - 4 = 0$ باشند، معادله‌ی که ریشه‌هایش $x_1^2 + x_2^2$ و $x_1^2 + x_2^2$ باشند، کدام است؟

- (۱) $x^2 - 4x + 16 = 0$ (۲) $3x^2 - 12x + 16 = 0$ (۳) $x^2 - 12x + 16 = 0$ (۴) $3x^2 - 12x - 16 = 0$



۱۴۲- اگر α و β ریشه‌های معادله‌ی $x^2 - x - 3 = 0$ باشند، معادله‌ی درجه‌ی دومی که ریشه‌های آن $(\alpha - \beta)^2$ و $(\alpha + \beta)^2$ باشند، کدام است؟

(۱) $x^2 + 14x - 13 = 0$ (۲) $x^2 - 14x + 13 = 0$ (۳) $x^2 - 13x - 14 = 0$ (۴) $x^2 + 13x - 14 = 0$

۱۴۳- اگر ریشه‌های معادله‌ی $9x^2 + ax + b = 0$ از مربع معکوس ریشه‌های معادله‌ی $2x^2 - 3x + 9 = 0$ ، 2 واحد کم‌تر باشند، مقدار a کدام است؟

(۱) 20 (۲) 31 (۳) 42 (۴) 17

۱۴۴- جواب‌های کدام معادله مکعب جواب‌های معادله‌ی $x^3 - 3x - 5 = 0$ هستند؟

(۱) $x^3 - 72x - 125 = 0$ (۲) $x^3 - 25x - 27 = 0$ (۳) $x^3 - 18x - 125 = 0$ (۴) $x^3 - 18x - 27 = 0$

۱۴۵- اگر $x_1 + x_2 + x_1x_2 = -1$ و $x_1 + x_2 - x_1x_2 = -11$ ، معادله‌ای که ریشه‌هایش x_1 و x_2 هستند کدام است؟

(۱) $x^2 + 6x - 5 = 0$ (۲) $x^2 - 6x - 5 = 0$ (۳) $x^2 + 6x + 5 = 0$ (۴) $x^2 - 12x + 6 = 0$

۱۴۶- اگر هر یک از ریشه‌های معادله‌ی $x^2 - 3mx + 20 = 0$ دو واحد از یکی از ریشه‌های معادله‌ی $x^2 - (m+2)x + n = 0$ بیش‌تر باشد،

مقدار m چقدر است؟

(۱) 2 (۲) 3 (۳) 4 (۴) 6

۱۴۷- هر یک از ریشه‌های معادله‌ی $x^2 + mx + n = 0$ یک واحد از ریشه‌های معادله‌ی $mx^2 + 3x - 1 = 0$ بیش‌تر است. اگر m مثبت باشد،

مقدار n چقدر است؟

(۱) -3 (۲) -2 (۳) -1 (۴) 1

۱۴۸- چند عدد مانند k می‌توان پیدا کرد که معادله‌ی $x^2 - 3x + k = 0$ دو ریشه‌ی مختلف در بازه‌ی $(0, 1)$ داشته باشد؟

(۱) صفر (۲) 1 (۳) 2 (۴) نامتناهی

۱۴۹- اگر ریشه‌های معادله‌ی $ax^2 + 2ax + 3a - 1 = 0$ هم‌علامت نباشند، حدود a کدام است؟

(۱) $0 < a < \frac{1}{2}$ (۲) $0 < a < \frac{1}{3}$ (۳) $\frac{1}{3} < a < \frac{1}{2}$ (۴) $a > \frac{1}{3}$

۱۵۰- اگر معادله‌ی $4ax^2 - 4(a+2)x + 9 = 0$ دو ریشه‌ی حقیقی مثبت داشته باشد، حدود a کدام است؟

(۱) $(4, +\infty)$ (۲) $(-\infty, 1) \cup (4, +\infty)$ (۳) $(-\infty, -1)$ (۴) $(0, 1) \cup (4, +\infty)$

۱۵۱- اگر معادله‌ی $2x^2 + mx + m - 2 = 0$ دو جواب منفی داشته باشد، حدود m کدام است؟

(۱) $m \in (2, +\infty) - \{4\}$ (۲) $m \in (2, +\infty)$ (۳) $m \in (2, 4)$ (۴) $m \in (0, 4)$

۱۵۲- x_1 و x_2 ریشه‌های معادله‌ی $x^2 - (m+1)x + m = 0$ هستند و $0 < x_1 < 2 < x_2$. حدود m کدام است؟

(۱) $(2, +\infty)$ (۲) $(-\infty, 2)$ (۳) $(2, 4)$ (۴) $(-4, -2)$

۱۵۳- معادله‌ی $(k+6)x^2 + 17(k+1)x + 5(k-2) = 0$ دو ریشه مانند x_1 و x_2 دارد که $x_1 < 0 < x_2$ و $|x_1| > x_2$. حدود k کدام است؟

(۱) $(-6, -1)$ (۲) $(-1, 3)$ (۳) $(0, 3)$ (۴) $(-1, 2)$

۱۵۴- به ازای کدام مجموعه‌ی مقدارهای m ، منحنی به معادله‌ی $y = (m+2)x^2 + 3x + 1 - m$ محور x را در هر دو طرف مبدأ مختصات

قطع می‌کند؟ (خارج از کشور ریاضی - ۹۵)

(۱) $m > 1$ یا $m < -2$ (۲) $-2 < m < 1$ (۳) فقط -2 (۴) فقط 1

۱۵۵- به ازای کدام مجموعه‌ی مقدارهای m ، منحنی به معادله‌ی $y = (m-2)x^2 - 2(m+1)x + 12$ محور x را دو نقطه به طول‌های منفی

قطع می‌کند؟ (ریاضی - ۹۵)

(۱) $m > 2$ (۲) $-1 < m < 2$ (۳) هر مقدار m (۴) هیچ مقدار m

۱۵۶- به ازای کدام مقدار a ، معادله‌ی درجه‌ی دوم $x^2 - 2(a-2)x + 14 - a = 0$ دو ریشه‌ی مثبت دارد؟ (ریاضی - ۹۶)

(۱) $-2 < a < 2$ (۲) $2 < a < 5$ (۳) $2 < a < 14$ (۴) $5 < a < 14$

۱۵۷- به ازای کدام مقدار a ، نمودار تابع $y = (1-a)x^2 + 2\sqrt{6}x - a$ ، همواره بالای محور x است؟ (خارج از کشور ریاضی - ۹۶)

(۱) $a < 1$ (۲) $a < -2$ (۳) $a > 3$ (۴) $-2 < a < 1$

۱۵۸- نمودار $y = 2mx^2 + 4mx + m - 2$ از چهار ناحیه‌ی صفحه‌ی مختصات عبور می‌کند. حدود m کدام است؟

- (۱) $0 < m < 2$ (۲) $1 < m < 2$ (۳) $m > 2$ (۴) $m < 0$

۱۵۹- به ازای کدام مجموعه‌ی مقدارهای a ، نمودار تابع $f(x) = (a-3)x^2 + ax - 1$ از ناحیه‌ی اول محورهای مختصات نمی‌گذرد؟ (ریاضی - ۹۲)

- (۱) $a \leq 2$ (۲) $0 < a \leq 2$ (۳) $2 < a < 3$ (۴) $0 < a < 3$

۱۶۰- اگر یکی از جواب‌های معادله‌ی $4x^3 + 16x^2 + 9x + a = 0$ برابر $\frac{1}{4}$ باشد، اختلاف دو جواب دیگر کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) ۱ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴) ۲

۱۶۱- اگر $x = \frac{1}{3}$ ، $x = -1$ و $x = k$ جواب‌های معادله‌ی $6x^3 - 5x^2 + ax + b = 0$ باشند، مقدار $\frac{ab}{k}$ کدام است؟

- (۱) ۱۴ (۲) -۸ (۳) -۱۶ (۴) ۷

۱۶۲- معادله‌ی $(x^2 - x)^2 - 5(x^2 - x) + 4 = 0$

(۱) فقط دو جواب مثبت دارد. (۲) فقط دو جواب منفی دارد.

(۳) دو جواب مثبت و دو جواب منفی دارد. (۴) چهار جواب مثبت دارد.

۱۶۳- کدام یک جواب معادله‌ی $3(6x^2 + \frac{1}{3})^2 - 7(6x^2 + \frac{1}{3}) + 4 = 0$ نیست؟

- (۱) $\frac{1}{\sqrt{6}}$ (۲) $-\frac{1}{3}$ (۳) $-\frac{1}{\sqrt{6}}$ (۴) $\frac{1}{4}$

۱۶۴- مجموع ریشه‌های معادله‌ی $(x^2 - x)^2 + 2x^2 - 2x - 3 = 0$ کدام است؟

- (۱) -۲ (۲) ۲ (۳) ۱ (۴) -۱

۱۶۵- معادله‌ی $3x^2 - 21x + 37 = (x^2 - 7x + 11)^2$ چند جواب دارد؟

- (۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۱

۱۶۶- معادله‌ی $x^3 + 2x^2 - mx - m - 1 = 0$ سه جواب متمایز دارد. حدود m کدام است؟

- (۱) $m \in (\frac{1}{4}, +\infty)$ (۲) $m \in (-\frac{5}{4}, +\infty)$ (۳) $m \in (-\frac{1}{4}, +\infty)$ (۴) $m \in (-\frac{5}{4}, +\infty) - \{-1\}$

۱۶۷- اگر معادله‌ی $mx^6 - x^3 + m - 1 = 0$ دو جواب مختلف‌العلامت داشته باشد، حدود m کدام است؟

- (۱) $-1 < m < 1$ (۲) $-1 < m < 0$ (۳) $0 < m < 1$ (۴) $m > 1$

۱۶۸- معادله‌ی $x^4 - 2x^2 + m^2 - 1 = 0$ چهار جواب دارد. حدود m کدام است؟

- (۱) $m \in (-\sqrt{2}, \sqrt{2})$ (۲) $m \in (-1, 1)$ (۳) $m \in (-\sqrt{2}, \sqrt{2}) - [-1, 1]$ (۴) $m \in (-\infty, -\sqrt{2}) \cup (\sqrt{2}, +\infty)$

۱۶۹- اگر معادله‌ی $x^4 - mx^2 + m - 1 = 0$ دو جواب داشته باشد، حدود m کدام است؟

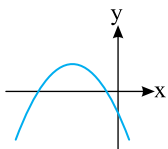
- (۱) $m \in (-\infty, 1)$ (۲) $m \in (-\infty, 2]$ (۳) $m \in (-\infty, 1) \cup \{2\}$ (۴) $m \in (-\infty, 2] - \{1\}$

۱۷۰- اگر معادله‌ی $x^4 - 2mx^2 + m^2 - 4 = 0$ جواب حقیقی نداشته باشد، حدود m کدام است؟

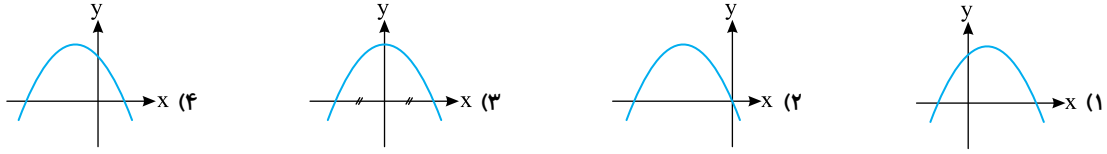
- (۱) $m > 2$ (۲) $0 < m < 2$ (۳) $m < -2$ (۴) $-2 < m < 0$

۱۷۱- نمودار تابع $f(x) = ax^2 + bx - c$ به شکل مقابل است. کدام گزینه علامت a ، b و c را درست نشان می‌دهد؟

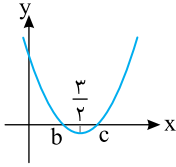
- (۱) $a < 0$ و $b < 0$ و $c < 0$ (۲) $a < 0$ و $b < 0$ و $c > 0$ (۳) $a > 0$ و $b > 0$ و $c < 0$ (۴) $a > 0$ و $b < 0$ و $c < 0$



۱۷۲- درباره‌ی سهمی $y = ax^2 + bx + c$ می‌دانیم $a < 0$ ، $b < 0$ و $c > 0$. نمودار این سهمی کدام شکل می‌تواند باشد؟

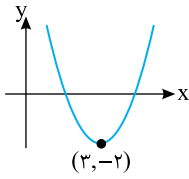


۱۷۳- نمودار تابع $y = x^2 + ax + a^2 - a - 1 = 0$ شکل روبه‌رو است. مقدار abc کدام است؟



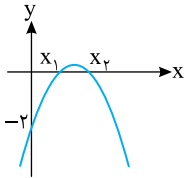
- (۱) -۶
- (۲) ۳
- (۳) ۶
- (۴) -۳

۱۷۴- در شکل روبه‌رو نمودار سهمی $y = x^2 + bx + c$ رسم شده است. کدام گزینه صفرهای تابع $y = x^2 + bx + c$ را درست نشان می‌دهد؟



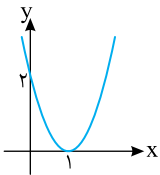
- (۱) -۱ و ۷
- (۲) $3 + \sqrt{2}$ و $3 - \sqrt{2}$
- (۳) -۱ و -۷
- (۴) $3 + 2\sqrt{2}$ و $3 - 2\sqrt{2}$

۱۷۵- در شکل مقابل نمودار تابع $f(x) = -x^2 + bx + c$ رسم شده است. اگر $x_1 + x_2 = \frac{3}{2} x_1 x_2$ ، بیش‌ترین مقدار تابع f چقدر است؟



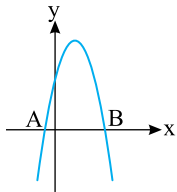
- (۱) $\frac{1}{2}$
- (۲) $\frac{1}{3}$
- (۳) $\frac{1}{4}$
- (۴) $\frac{1}{8}$

۱۷۶- نمودار سهمی $y = (a+1)x^2 + (b-1)x + c$ در شکل مقابل رسم شده است. مقدار abc چقدر است؟



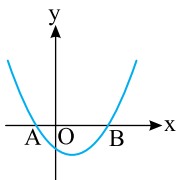
- (۱) ۲
- (۲) -۲
- (۳) -۴
- (۴) -۶

۱۷۷- در شکل مقابل نمودار سهمی $y = -x^2 + 4x + c + 5$ رسم شده است. اگر طول پاره‌خط AB برابر ۶ باشد، مقدار c چقدر است؟



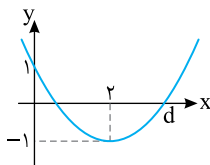
- (۱) صفر
- (۲) ۳
- (۳) ۴
- (۴) ۱۰

۱۷۸- در شکل مقابل نمودار سهمی $y = ax^2 + bx + c$ رسم شده است و $OA < OB$. چند تا از نابرابری‌های زیر درست‌اند؟



- (۱) $b^2 - 4ac > 0$ ، $ab > 0$ ، $ac < 0$ ، $b + c < 0$
- (۲) ۲
- (۳) ۳
- (۴) ۴

۱۷۹- نمودار یک تابع درجه‌ی دوم در شکل روبه‌رو رسم شده است. مقدار d کدام است؟



- (۱) ۳
- (۲) $\frac{5}{2}$
- (۳) $2 + \sqrt{2}$
- (۴) $\frac{2 + \sqrt{2}}{2}$

۱۸۰- درباره‌ی تابع f با دامنه‌ی \mathbb{R} می‌دانیم $f(x+1) = x^2 - x - 6$. مجموع صفرهای تابع f چقدر است؟

- (۱) -۳
- (۲) ۱
- (۳) ۳
- (۴) ۴

ریشه‌های این معادله $\frac{1}{3}$ و $-\frac{1}{2}$ هستند. در نتیجه

$$x_1 = \frac{1}{3}, \quad x_2 = -\frac{1}{2}$$

$$\frac{x_1}{x_2} = \frac{\frac{1}{3}}{-\frac{1}{2}} = -\frac{2}{3}$$

۷۶- گزینه‌ی ۳ توجه کنید که

$$x_1 + x_2 = 3m$$

$$x_1 x_2 = 6m + 1 = 2(3m) + 1 = 2(x_1 + x_2) + 1$$

$$\text{بنابراین } x_1 x_2 - 2(x_1 + x_2) = 1$$

۷۷- گزینه‌ی ۲ فرض می‌کنیم

$$r = \frac{-n}{1+n}, \quad s = \frac{n}{1-n}$$

در نتیجه

$$\frac{1}{r} = -\frac{1+n}{n} = -\frac{1}{n} - 1, \quad \frac{1}{s} = \frac{1-n}{n} = \frac{1}{n} - 1$$

پس $-\frac{1}{r} + \frac{1}{s} = -2$. اکنون توجه کنید که

$$r + s = \frac{n}{m}, \quad rs = \frac{12}{m}$$

پس

$$\frac{1}{r} + \frac{1}{s} = \frac{r+s}{rs} = \frac{n}{12} = -2$$

بنابراین $n = -24$.

۷۸- گزینه‌ی ۲ فرض می‌کنیم

$$r = \frac{\beta}{\sqrt{\beta^2 + 1}}$$

$$\text{در نتیجه } s = \frac{\beta}{\sqrt{\beta^2 - 1}}$$

$$\frac{1}{r^2} = \frac{\beta^2 + 1}{\beta^2} = 1 + \frac{1}{\beta^2}, \quad \frac{1}{s^2} = \frac{\beta^2 - 1}{\beta^2} = 1 - \frac{1}{\beta^2}$$

بنابراین

$$\frac{1}{r^2} + \frac{1}{s^2} = 2$$

توجه کنید که

$$r + s = -b, \quad rs = 2$$

بنابراین

$$\frac{1}{r^2} + \frac{1}{s^2} = \frac{r^2 + s^2}{(rs)^2} = \frac{(r+s)^2 - 2rs}{(rs)^2} = \frac{b^2 - 4}{4} = 2$$

در نتیجه

$$b^2 = 12 \Rightarrow b = \pm 2\sqrt{3}$$

۷۲- گزینه‌ی ۱ فاصله‌ی دو خط موازی $ax + by + c_1 = 0$

و $ax + by + c_2 = 0$ برابر است با

$$\frac{|c_1 - c_2|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

ابتدا دو طرف معادله‌ی $ax + 3y + c = 0$ را در ۳ ضرب می‌کنیم

$$3ax + 9y + 3c = 0$$

چون این خط با خط $12x + 9y - 2 = 0$ موازی است، پس شیب

آن‌ها برابر است

$$-\frac{3a}{9} = -\frac{12}{9} \Rightarrow a = 4$$

چون فاصله‌ی دو خط برابر با ۳ است، پس

$$\frac{|3c - (-2)|}{\sqrt{12^2 + 9^2}} = 3 \Rightarrow |3c + 2| = 3 \times 15$$

$$c = -\frac{47}{3} \text{ (غ.ق.)}, c = \frac{43}{3}$$

بنابراین

$$\frac{a}{c} = \frac{12}{43}$$

۷۳- گزینه‌ی ۴ شیب خط $x + 3y - 1 = 0$ برابر $-\frac{1}{3}$ است.

بنابراین شیب خط موردنظر هم برابر $-\frac{1}{3}$ و معادله‌ی آن

به صورت $x + 3y + c = 0$ است. چون فاصله‌ی این خط از

خط‌های داده شده برابر است، پس

$$\frac{|c+1|}{\sqrt{1^2+3^2}} = \frac{|c-4|}{\sqrt{1^2+3^2}} \Rightarrow |c+1| = |c-4|$$

$$c+1 = \pm(c-4) \Rightarrow c = \frac{3}{2}$$

بنابراین معادله‌ی خط موردنظر $x + 3y + \frac{3}{2} = 0$ یا

$2x + 6y + 3 = 0$ است.

۷۴- گزینه‌ی ۱ توجه کنید که حاصل ضرب ریشه‌ها برابر b

است، پس $ab = b$ ، و چون $b \neq 0$ ، پس $a = 1$. از طرف دیگر

مجموع ریشه‌ها برابر $-a$ است، پس

$$a + b = -a \Rightarrow b = -2a = -2$$

۷۵- گزینه‌ی ۲ حاصل ضرب ریشه‌ها برابر $-\frac{1}{6}$ است، پس

$x_1 x_2 = -\frac{1}{6}$. بنابراین معادله‌ی داده شده به صورت زیر در

می‌آید:

$$x^2 + \frac{x}{6} - \frac{1}{6} = 0 \Rightarrow 6x^2 + x - 1 = 0$$

۸۶- گزینهی ۳ توجه کنید که $x_1 + x_2 = 1$ و

$$|x_1 - x_2| = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} = \sqrt{\Delta} = \sqrt{1 - 4(2k - 4)}$$

از طرف دیگر،

$$x_1^2 - x_2^2 = 5 \Rightarrow (x_1 - x_2)(x_1 + x_2) = 5$$

پس $x_1 - x_2 > 0$ ، در نتیجه

$$\sqrt{1 - 4(2k - 4)} = 5 \Rightarrow 1 - 8k = 25 \Rightarrow k = -1$$

۸۷- گزینهی ۳ توجه کنید که

$$\alpha + \beta = k, \quad \alpha\beta = k - 1$$

از حل دستگاه معادله‌های $\begin{cases} \alpha + \beta = k \\ \alpha + 2\beta = 5 \end{cases}$ به دست می‌آید

$$\alpha = 2k - 5, \quad \beta = 5 - k$$

بنابراین

$$\alpha\beta = (2k - 5)(5 - k) = k - 1 \Rightarrow k^2 - 7k + 12 = 0$$

$$(k - 4)(k - 3) = 0 \Rightarrow k = 3 \text{ یا } k = 4$$

پس مجموع مقدارهای ممکن برای k برابر ۷ است.

۸۸- گزینهی ۲ اگر α و β جواب‌های معادله باشند،

آن‌گاه $\alpha = \beta^2$ از طرف دیگر،

$$\alpha\beta = -8 \Rightarrow \beta^3 = -8 \Rightarrow \beta = -2$$

پس $\alpha = 4$ همچنین

$$\alpha + \beta = m \Rightarrow m = 4 - 2 = 2$$

۸۹- گزینهی ۱ اگر x_1 و x_2 جواب‌های معادله باشند،

$$x_2 = -x_1^2 \text{ از طرف دیگر } x_1 x_2 = -m, \text{ پس}$$

$$-x_1^3 = -m \Rightarrow m = x_1^3$$

در معادله به جای m مقدار x_1^3 را قرار می‌دهیم:

$$x^2 - x_1^3 x - x_1^3 = 0$$

چون x_1 جواب معادله است، پس در آن صدق می‌کند:

$$x_1^2 - x_1^3 x_1 - x_1^3 = 0 \Rightarrow x_1^2(1 - x_1 - x_1^2) = 0$$

$$x_1^2 = 0 \Rightarrow x_1 = 0 \Rightarrow m = 0 \text{ (غ.ق.ق)}$$

$$1 - x_1 - x_1^2 = 0 \Rightarrow x_1^2 + x_1 - 1 = 0 \Rightarrow x_1 = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2} = \sqrt{m}$$

توجه کنید که چون معادله دو جواب دارد، پس $m^2 + 4m > 0$

و در نتیجه $m > 0$ یا $m < -4$. بنابراین $m = (\frac{\sqrt{5}-1}{2})^3 = 0/2$

قابل قبول است. البته $m = (\frac{-\sqrt{5}-1}{2})^3 = -4/2$ هم قابل

قبول است که چون $m > 0$ شرط مسئله است این عدد در گزینه‌ها نیامده است.

۷۹- گزینهی ۴ چون k در دو معادله یکسان بوده، پس

$$k = (-2)(-15) = 30$$

بنابراین معادله‌ی اصلی $x^2 + 13x + 30 = 0$ است، که ریشه‌هایش -3 و -10 هستند.

۸۰- گزینهی ۲ جواب‌های معادله‌ی $x^2 + 2x - 6 = 0$ را با

α و β نشان می‌دهیم. در نتیجه باید حاصل

$$(\alpha - 2)(\beta - 2) = (2 - \alpha)(2 - \beta)$$

$$x^2 + 2x - 6 = (x - \alpha)(x - \beta)$$

اگر در این تساوی به جای x قرار دهیم ۲، به دست می‌آید

$$(2 - \alpha)(2 - \beta) = 2$$

چون $\alpha\beta = -6$ ، پس حاصل ضرب به اندازه‌ی ۸ واحد تغییر

کرده است.

۸۱- گزینهی ۳ اگر α و β جواب‌های معادله باشند،

آن‌گاه $\alpha = -\frac{1}{\beta}$ و در نتیجه $\alpha\beta = -1$ بنابراین

$$\frac{m-1}{2} = -1 \Rightarrow m-1 = -2 \Rightarrow m = -1$$

۸۲- گزینهی ۱ ابتدا توجه کنید که

$$x_1 + x_2 = -(k-1) = 1-k, \quad x_1 x_2 = 8$$

بنابراین

$$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{3}{4} \Rightarrow \frac{x_1 + x_2}{x_1 x_2} = \frac{3}{4} \Rightarrow \frac{1-k}{8} = \frac{3}{4}$$

بنابراین $k = -5$.

۸۳- گزینهی ۲ اگر α و β ریشه‌های معادله باشند، آن‌گاه

$$\alpha + \beta = 8, \quad \alpha = \frac{\beta}{2} + 5$$

از حل دستگاه معادله‌های بالا به دست می‌آید $\alpha = 6$ و $\beta = 2$.

از طرف دیگر،

$$\alpha\beta = m \Rightarrow m = 12$$

۸۴- گزینهی ۱ اگر جواب‌های معادله را α و β بنامیم، آن‌گاه

$$\alpha + \beta = 2, \quad \alpha = 3\beta + 3$$

از حل دستگاه فوق به دست می‌آید $\alpha = \frac{9}{4}$ و $\beta = -\frac{1}{4}$ از

طرف دیگر،

$$\alpha\beta = \frac{m}{2} \Rightarrow (\frac{9}{4})(-\frac{1}{4}) = \frac{m}{2} \Rightarrow m = -\frac{9}{8}$$

۸۵- گزینهی ۲ توجه کنید که $x_1 + x_2 = -(m+1)$ و

$x_1 x_2 = 2$ بنابراین

$$3(x_1 + x_2) - 5x_1 x_2 = -19$$

$$3(-(m+1)) - 5 \times 2 = -19$$

$$-3m - 3 = -9 \Rightarrow m = 2$$

دو طرف تساوی $x_1 + x_2 = \frac{1}{p}$ را به توان سه می‌رسانیم

$$x_1^3 + x_2^3 + 3x_1x_2(x_1 + x_2) = \frac{1}{8}$$

$$\alpha + \beta - 3\left(\frac{1}{p}\right) = \frac{1}{8}$$

$$\frac{m}{8} = \frac{1}{8} + \frac{3}{p} \Rightarrow m = 13$$

۹۵- گزینه‌ی ۴ توجه کنید که بنابر اتحاد مکعب دوجمله‌ای،

$$(x_1 + x_2)^3 = x_1^3 + x_2^3 + 3x_1x_2(x_1 + x_2) \quad (1)$$

از طرف دیگر، $x_1 + x_2 = 2$ و $x_1x_2 = k+1$. در نتیجه، از

تساوی (۱) و این که $x_1^3 + x_2^3 = 5$ به دست می‌آید

$$8 = 5 + 3(k+1)(2)$$

$$\text{بنابراین } k = -\frac{1}{2}$$

۹۶- گزینه‌ی ۳ ابتدا توجه کنید که

$$x_1 + x_2 = -4 \Rightarrow x_2 = -4 - x_1$$

بنابراین

$$x_1^2 + 5x_1 + x_2 = 19 \Rightarrow x_1^2 + 5x_1 - 4 - x_1 = 19$$

$$x_1^2 + 4x_1 = 23$$

از طرف دیگر، چون x_1 ریشه‌ی معادله است، پس

$$x_1^2 + 4x_1 - 5k - 3 = 0 \Rightarrow 23 - 5k - 3 = 0$$

$$\text{بنابراین } k = 4$$

۹۷- گزینه‌ی ۴ ابتدا توجه کنید که

$$x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 \quad (1)$$

از طرف دیگر، $x_1 + x_2 = k-2$ و $x_1x_2 = 8$. بنابراین از

تساوی (۱) نتیجه می‌شود

$$20 = (k-2)^2 - 2 \times 8 \Rightarrow (k-2)^2 = 36$$

$$k-2 = \pm 6 \Rightarrow k = 8, k = -4$$

۹۸- گزینه‌ی ۳ توجه کنید که

$$x_1 + x_2 = 3m, \quad x_1x_2 = m-3$$

بنابراین

$$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} > 4 \Rightarrow \frac{x_1 + x_2}{x_1x_2} > 4$$

$$\frac{3m}{m-3} > 4 \Rightarrow \frac{3m}{m-3} - 4 > 0$$

$$\frac{3m - 4(m-3)}{m-3} > 0 \Rightarrow \frac{-m+12}{m-3} > 0$$

$$\text{بنابراین } m \in (3, 12)$$

۹۰- گزینه‌ی ۴ اگر α و β ریشه‌های معادله باشند، آن‌گاه

$$\alpha + \beta = m, \quad \alpha\beta = 64, \quad \beta = \alpha^3$$

بنابراین

$$\alpha(\alpha^3) = 64 \Rightarrow \alpha^4 = 64 \Rightarrow \alpha = \sqrt[4]{64} \Rightarrow \beta = 8\sqrt[4]{64}$$

در نتیجه

$$\alpha + \beta = \sqrt[4]{64} + 8\sqrt[4]{64} = m \Rightarrow m = 9\sqrt[4]{64} = 18\sqrt{2}$$

۹۱- گزینه‌ی ۲ از فرض مسئله نتیجه می‌شود

$$x_1 - x_2 = x_1^2 - x_2^2 = (x_1 - x_2)(x_1 + x_2)$$

$$\xrightarrow{x_1 \neq x_2} x_1 + x_2 = 1$$

بنابراین

$$x_1 + x_2 = \frac{2}{m} = 1$$

پس $m = 2$

۹۲- گزینه‌ی ۴ توجه کنید که

$$x_1 + x_2 = 3k, \quad x_1x_2 = 9$$

از طرف دیگر،

$$\sqrt{x_1} - \sqrt{x_2} = 3 \Rightarrow (\sqrt{x_1} - \sqrt{x_2})^2 = 9$$

$$\Rightarrow x_1 + x_2 - 2\sqrt{x_1x_2} = 9$$

$$\Rightarrow 3k - 2\sqrt{9} = 9$$

پس $k = 5$

۹۳- گزینه‌ی ۴ فرض می‌کنیم x_1 و x_2 ریشه‌های

معادله‌ی موردنظر باشند. در این صورت

$$x_1 + x_2 = \frac{m+1}{2}, \quad x_1x_2 = \frac{1}{16}$$

از طرف دیگر،

$$\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2} = 2 \xrightarrow{\text{به توان دو می‌رسانیم}} x_1 + x_2 + 2\sqrt{x_1x_2} = 4$$

$$\frac{m+1}{2} + 2\sqrt{\frac{1}{16}} = 4 \Rightarrow \frac{m+1}{2} = \frac{7}{2} \Rightarrow m = 6$$

۹۴- گزینه‌ی ۳ فرض می‌کنیم x_1 و x_2 ریشه‌های

معادله‌ی $2x^2 - x - 2 = 0$ و α و β ریشه‌های معادله‌ی

$8x^2 - mx - 8 = 0$ باشند. در این صورت

$$x_1 + x_2 = \frac{1}{2}, \quad x_1x_2 = -1$$

$$\alpha + \beta = \frac{m}{8}, \quad \alpha\beta = -1$$

$$\alpha = x_1^3, \quad \beta = x_2^3$$

۱۰۳- گزینهی ۳ ابتدا توجه کنید که $\alpha + \beta = m$ و $\alpha\beta = m - 1$ از طرف دیگر،

$$\frac{1}{\alpha} + \frac{2}{\beta} = 2 \Rightarrow 2\alpha + \beta = 2\alpha\beta \Rightarrow \alpha + (\alpha + \beta) = 2\alpha\beta$$

$$\alpha + m = 2m - 2 \Rightarrow \alpha = m - 2$$

چون α ریشهی معادلهی مورد نظر است، در معادله صدق می‌کند

$$(m - 2)^2 - m(m - 2) + m - 1 = 0$$

$$m^2 - 4m + 4 - m^2 + 2m + m - 1 = 0$$

بنابراین $m = 3$.

۱۰۴- گزینهی ۳ توجه کنید که $x_1 + x_2 = -5$ و $x_1 x_2 = 3$.

بنابراین

$$\frac{x_1 x_2}{(x_1 + x_2)^2} = \frac{3}{25}$$

۱۰۵- گزینهی ۲ اگر α و β جواب‌های معادله باشند، آن‌گاه

$$\alpha + \beta = 7, \quad \alpha\beta = 1$$

بنابراین

$$|\alpha - \beta| = \sqrt{(\alpha - \beta)^2} = \sqrt{\alpha^2 + \beta^2 - 2\alpha\beta}$$

$$= \sqrt{(\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta}$$

$$= \sqrt{49 - 4} = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}$$

۱۰۶- گزینهی ۴ راه‌حل اول توجه کنید که

$$4a^2(x_1 - x_2)^2 = 4a^2((x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2)$$

$$= 4a^2\left(\left(-\frac{b}{a}\right)^2 - \frac{4c}{a}\right)$$

$$= 4(b^2 - 4ac) = 4\Delta = 20$$

راه‌حل دوم فرض می‌کنیم $A = 4a^2(x_1 - x_2)^2$. در این صورت

$$\sqrt{A} = 2|a| \times |x_1 - x_2| = 2|a| \times \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} = 2\sqrt{\Delta} = 2\sqrt{5}$$

$$A = (2\sqrt{5})^2 = 20 \quad \text{بنابراین}$$

۱۰۷- گزینهی ۳ توجه کنید که $x_1 + x_2 = 3$ و $x_1 x_2 = -5$

در نتیجه

$$x_1(x_2 - 2) + x_2(x_1 - 2) = 2x_1x_2 - 2(x_1 + x_2)$$

$$= 2(-5) - 2(3) = -16$$

۱۰۸- گزینهی ۳ توجه کنید که

$$x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2$$

از طرف دیگر،

$$x_1 + x_2 = 6, \quad x_1 x_2 = 3$$

بنابراین حاصل عبارت مورد نظر برابر است با $6^2 - 2 \times 3 = 30$.

۹۹- گزینهی ۳ ابتدا توجه کنید که $\alpha + \beta = -2$ و $\alpha\beta = k$.

بنابراین

$$\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} = \frac{-2}{k}$$

بنابراین تساوی داده شده بین ریشه‌های معادله به دو شرط زیر برقرار است:

• حاصل ضرب ریشه‌ها صفر نباشد، یعنی $k \neq 0$.

• معادله دو ریشه داشته باشد، یعنی

$$\Delta = 4 - 4k > 0 \Rightarrow k < 1$$

بنابراین تساوی داده شده برای $k \in (-\infty, 1) - \{0\}$ برقرار است.

۱۰۰- گزینهی ۱ توجه کنید که

$$\begin{cases} x_1 x_2 = 3 \\ x_1 = 3x_2 \end{cases} \Rightarrow 3x_2^2 = 3 \Rightarrow x_2^2 = 1$$

بنابراین $x_2 = 1$ یا $x_2 = -1$.

اگر $x_2 = 1$ ، آن‌گاه

$$1^2 - (3m + 1) \times 1 + 3 = 0 \Rightarrow m = 1$$

اگر $x_2 = -1$ ، آن‌گاه

$$(-1)^2 - (3m + 1)(-1) + 3 = 0 \Rightarrow m = -\frac{5}{3}$$

چون مقدار مثبت m مورد نظر است، پس $m = 1$ قابل قبول است.

۱۰۱- گزینهی ۳ توجه کنید که $x_1 + x_2 = 6$ ، بنابراین

$x_2 = 6 - x_1$ در نتیجه

$$3x_1^2 + 2x_1x_2 - x_2^2 = 12$$

$$3x_1^2 + 2x_1(6 - x_1) - (6 - x_1)^2 = 12$$

$$3x_1^2 + 12x_1 - 2x_1^2 - x_1^2 - 36 + 12x_1 = 12$$

$$24x_1 = 48 \Rightarrow x_1 = 2$$

چون x_1 ریشهی معادلهی مورد نظر است، پس در این

معادله صدق می‌کند

$$2^2 - 6(2) + k + 3 = 0 \Rightarrow k = 5$$

۱۰۲- گزینهی ۱ ابتدا توجه کنید که $\alpha + \beta = m + 1$ و

$\alpha\beta = m$ از طرف دیگر،

$$2(\alpha + \beta) + \beta = \alpha\beta \Rightarrow 2(m + 1) + \beta = m$$

$$\beta = -2 - m$$

چون β ریشهی معادلهی مورد نظر است، در معادله صدق می‌کند

$$(-2 - m)^2 - (m + 1)(-2 - m) + m = 0$$

$$m^2 + 4m + 3 = 0$$

بنابراین مجموع مقدارهای ممکن برای m برابر است با مجموع

جواب‌های معادلهی فوق که -4 است.

راه حل دوم بنابر اتحاد مکعب دوجمله‌ای،

$$(x_1 + x_2)^3 = x_1^3 + x_2^3 + 3x_1x_2(x_1 + x_2)$$

$$4^3 = x_1^3 + x_2^3 - 3 \times 4 \times 4$$

$$\text{بنابراین } x_1^3 + x_2^3 = 112$$

۱۱۳- گزینه‌ی ۱ ریشه‌ی مشترک دو معادله را t در نظر

می‌گیریم. در این صورت، چون 2 و t ریشه‌های $x^2 - ax + b = 0$ هستند، پس

$$2 + t = a, \quad 2t = b$$

و چون 4 و t ریشه‌های $x^2 - cx + d = 0$ هستند، پس

$$4 + t = c, \quad 4t = d$$

بنابراین

$$a - c + \frac{b}{d} = (2+t) - (4+t) + \frac{2t}{4t} = -2 + \frac{1}{2} = -\frac{3}{2}$$

۱۱۴- گزینه‌ی ۳ توجه کنید که $x_1 + x_2 = 12$ و $x_1x_2 = 9$.

بنابراین

$$\begin{aligned} \sqrt{\frac{x_1}{x_2}} + \sqrt{\frac{x_2}{x_1}} &= \frac{\sqrt{x_1}}{\sqrt{x_2}} + \frac{\sqrt{x_2}}{\sqrt{x_1}} = \frac{\sqrt{x_1}^2 + \sqrt{x_2}^2}{\sqrt{x_1x_2}} \\ &= \frac{x_1 + x_2}{\sqrt{x_1x_2}} = \frac{12}{\sqrt{9}} = 4 \end{aligned}$$

۱۱۵- گزینه‌ی ۱ ابتدا توجه کنید که $\alpha + \beta = 4$ و $\alpha\beta = -1$.

همچنین

$$\begin{aligned} \alpha - \beta &= -|\alpha - \beta| = -\sqrt{(\alpha - \beta)^2} = -\sqrt{\alpha^2 + \beta^2 - 2\alpha\beta} \\ &= -\sqrt{(\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta} = -\sqrt{16 + 4} = -2\sqrt{5} \end{aligned}$$

بنابراین

$$\alpha^2 - \beta^2 = (\alpha - \beta)(\alpha + \beta) = (-2\sqrt{5}) \times 4 = -8\sqrt{5}$$

البته می‌توانستیم $|\alpha - \beta|$ را به صورت زیر نیز به دست آوریم

$$|\alpha - \beta| = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} = \frac{\sqrt{20}}{1} = 2\sqrt{5}$$

۱۱۶- گزینه‌ی ۱ ابتدا توجه کنید که حاصل ضرب جواب‌های

معادله برابر $2m - 1$ است. بنابراین

$$\tan \alpha \cot \alpha = 2m - 1 \Rightarrow 1 = 2m - 1 \Rightarrow m = 1$$

اکنون توجه کنید که مجموع جواب‌های معادله برابر $m - 3$ است. پس

$$\tan \alpha + \cot \alpha = m - 3 = -2$$

دو طرف تساوی فوق را به توان دو می‌رسانیم

$$(\tan \alpha + \cot \alpha)^2 = 4 \Rightarrow \tan^2 \alpha + \cot^2 \alpha + 2 = 4$$

$$\Rightarrow \tan^2 \alpha + \cot^2 \alpha = 2$$

۱۰۹- گزینه‌ی ۳ راه حل اول توجه کنید که

$$\begin{aligned} \frac{1}{x_1 - 2} + \frac{1}{x_2 - 2} &= \frac{(x_1 + x_2) - 4}{x_1x_2 - 2(x_1 + x_2) + 4} \\ &= \frac{8 - 4}{-13 - 16 + 4} = -\frac{4}{25} \end{aligned}$$

راه حل دوم توجه کنید که $x_1 + x_2 = 8$. همچنین

$$x^2 - 8x - 13 = (x - x_1)(x - x_2)$$

در نتیجه

$$(2 - x_1)(2 - x_2) = 2^2 - 8 \times 2 - 13 = -25$$

بنابراین

$$\begin{aligned} \frac{1}{x_1 - 2} + \frac{1}{x_2 - 2} &= \frac{x_1 + x_2 - 4}{(x_1 - 2)(x_2 - 2)} \\ &= \frac{8 - 4}{-25} = -\frac{4}{25} \end{aligned}$$

۱۱۰- گزینه‌ی ۱ ابتدا توجه کنید که

$$\alpha + \beta = 5, \quad \alpha\beta = -2$$

بنابراین

$$\begin{aligned} \frac{\alpha - 1}{\alpha + 1} + \frac{\beta - 1}{\beta + 1} &= \frac{(\alpha - 1)(\beta + 1) + (\alpha + 1)(\beta - 1)}{(\alpha + 1)(\beta + 1)} \\ &= \frac{\alpha\beta + \alpha - \beta - 1 + \alpha\beta - \alpha + \beta - 1}{\alpha\beta + \alpha + \beta + 1} \\ &= \frac{2\alpha\beta - 2}{\alpha\beta + \alpha + \beta + 1} = \frac{-4 - 2}{-2 + 5 + 1} = -\frac{3}{2} \end{aligned}$$

۱۱۱- گزینه‌ی ۴ توجه کنید که $\alpha\beta = 2$. در نتیجه

$$\frac{2}{\alpha} = \beta, \quad \frac{2}{\beta} = \alpha$$

بنابراین باید حاصل عبارت زیر را حساب کنیم

$$\begin{aligned} (2\alpha)^2 + (2\beta)^2 &= 4(\alpha^2 + \beta^2) \\ &= 4(\alpha + \beta)^2 - 8\alpha\beta \\ &= 4(5)^2 - 8 \times 2 = 84 \end{aligned}$$

۱۱۲- گزینه‌ی ۱ راه حل اول توجه کنید که $x_1 + x_2 = 4$ و

$x_1x_2 = -4$. بنابراین از اتحاد چاق و لاغر نتیجه می‌شود

$$\begin{aligned} x_1^3 + x_2^3 &= (x_1 + x_2)(x_1^2 + x_2^2 - x_1x_2) \\ &= (x_1 + x_2)((x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 - x_1x_2) \\ &= (x_1 + x_2)((x_1 + x_2)^2 - 3x_1x_2) \\ &= 4(4^2 + 3 \times 4) = 112 \end{aligned}$$

۱۲۱- گزینه‌ی ۲ **راه‌حل اول** ابتدا توجه کنید که $\alpha + \beta = \sqrt{5}$

و $\alpha\beta = 1$ بنابراین

$$\begin{aligned} A &= 2\alpha + 4\beta = 3\alpha - \alpha + 3\beta + \beta = 3(\alpha + \beta) + \beta - \alpha \\ &= 3(\alpha + \beta) + \sqrt{(\beta - \alpha)^2} = 3(\alpha + \beta) + \sqrt{\beta^2 + \alpha^2 - 2\alpha\beta} \\ &= 3(\alpha + \beta) + \sqrt{(\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta} \end{aligned}$$

بنابراین

$$A = 3\sqrt{5} + \sqrt{\sqrt{5}^2 - 4 \times 1} = 3\sqrt{5} + \sqrt{1} = 3\sqrt{5} + 1$$

راه‌حل دوم جواب‌های معادله به صورت زیر هستند

$$\alpha = \frac{\sqrt{5}-1}{2}, \quad \beta = \frac{\sqrt{5}+1}{2}$$

بنابراین

$$\begin{aligned} 2\alpha + 4\beta &= 2\left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right) + 4\left(\frac{\sqrt{5}+1}{2}\right) = \sqrt{5} - 1 + 2\sqrt{5} + 2 \\ &= 3\sqrt{5} + 1 \end{aligned}$$

۱۲۲- گزینه‌ی ۳ α جواب معادله است، پس در معادله

صدق می‌کند

$$2\alpha^2 - 3\alpha - 1 = 0 \Rightarrow 2\alpha^2 = 3\alpha + 1 \Rightarrow 4\alpha^2 = 6\alpha + 2$$

در نتیجه

$$\begin{aligned} A &= 4\alpha^2 + 6\beta(1 + \alpha) = 6\alpha + 2 + 6\beta + 6\alpha\beta \\ &= 6(\alpha + \beta + \alpha\beta) + 2 \end{aligned}$$

چون $\alpha + \beta = \frac{3}{2}$ و $\alpha\beta = -\frac{1}{2}$ بنابراین

$$A = 6\left(\frac{3}{2} - \frac{1}{2}\right) + 2 = 8$$

۱۲۳- گزینه‌ی ۴ چون α ریشه‌ی معادله است، پس در آن

صدق می‌کند

$$\alpha^2 - 2\alpha - 1 = 0 \Rightarrow \alpha^2 = 2\alpha + 1$$

دو طرف تساوی فوق را در α ضرب می‌کنیم

$$\alpha^3 = 2\alpha^2 + \alpha \Rightarrow \alpha^3 = 2(2\alpha + 1) + \alpha = 5\alpha + 2$$

بنابراین

$$\alpha^3 + 5\beta = 5\alpha + 2 + 5\beta = 5(\alpha + \beta) + 2 = 5 \times 2 + 2 = 12$$

۱۲۴- گزینه‌ی ۲ چون α ریشه‌ی معادله است، پس در آن

صدق می‌کند

$$\alpha^2 - 3\alpha - 1 = 0 \Rightarrow \alpha^2 = 3\alpha + 1$$

دو طرف تساوی فوق را به توان دو می‌رسانیم

$$\begin{aligned} \alpha^4 &= (3\alpha + 1)^2 = 9\alpha^2 + 6\alpha + 1 = 9(3\alpha + 1) + 6\alpha + 1 \\ &= 33\alpha + 10 \end{aligned}$$

بنابراین

$$\begin{aligned} \alpha^4 + 33\beta &= 33\alpha + 10 + 33\beta = 33(\alpha + \beta) + 10 \\ &= 33 \times 3 + 10 = 109 \end{aligned}$$

۱۱۷- گزینه‌ی ۲ توجه کنید که $x_1 + x_2 = 3$ و $x_1 x_2 = 1$

از طرف دیگر،

$$\begin{aligned} &(x_1\sqrt{x_1} + x_2\sqrt{x_2})^2 \\ &= (x_1\sqrt{x_1})^2 + (x_2\sqrt{x_2})^2 + 2x_1\sqrt{x_1}x_2\sqrt{x_2} \\ &= x_1^3 + x_2^3 + 2x_1x_2\sqrt{x_1x_2} \\ &= (x_1 + x_2)^3 - 3x_1x_2(x_1 + x_2) + 2x_1x_2\sqrt{x_1x_2} \\ &= 3^3 - 3(1)(3) + 2(1)\sqrt{1} = 20 \end{aligned}$$

اکنون توجه کنید که ریشه‌های معادله عددهایی مثبت‌اند، پس عبارت مورد نظر هم مثبت است. بنابراین

$$x_1\sqrt{x_1} + x_2\sqrt{x_2} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

۱۱۸- گزینه‌ی ۲ توجه کنید که $x_1 + x_2 = 4$ و $x_1 x_2 = -1$

از طرف دیگر،

$$\begin{aligned} &(\sqrt[3]{x_1} + \sqrt[3]{x_2})^3 \\ &= \sqrt[3]{x_1}^3 + \sqrt[3]{x_2}^3 + 3\sqrt[3]{x_1}\sqrt[3]{x_2}(\sqrt[3]{x_1} + \sqrt[3]{x_2}) \\ &= x_1 + x_2 + 3\sqrt[3]{x_1x_2}(\sqrt[3]{x_1} + \sqrt[3]{x_2}) \\ &= 4 - 3(\sqrt[3]{x_1} + \sqrt[3]{x_2}) \end{aligned}$$

بنابراین، اگر فرض کنیم $\sqrt[3]{x_1} + \sqrt[3]{x_2} = A$ ، آن‌گاه

$$A^3 = 4 - 3A \Rightarrow A^3 + 3A - 4 = 0$$

$$A^3 + 3A - 3 - 1 = 0$$

$$(A^3 - 1) + 3(A - 1) = 0$$

$$(A - 1)(A^2 + A + 1) + 3(A - 1) = 0$$

$$(A - 1)(A^2 + A + 4) = 0$$

چون $A^2 + A + 4$ همواره مثبت است، پس $A = 1$

۱۱۹- گزینه‌ی ۲ ابتدا توجه کنید که $\alpha + \beta = 5$ و $\alpha\beta = 1$

بنابراین

$$\alpha^2 + \frac{2}{\beta^2} + 3\beta^2 = \alpha^2 + 2\alpha^2 + 3\beta^2 = 3(\alpha^2 + \beta^2)$$

$$= 3((\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta) = 3(25 - 2) = 69$$

۱۲۰- گزینه‌ی ۴ ابتدا توجه کنید که $\alpha + \beta = \frac{4}{3}$ و

$\alpha\beta = -\frac{1}{3}$ بنابراین $3\alpha - 4 = -3\beta$. پس عبارت خواسته شده

به شکل زیر در می‌آید

$$10\alpha^2 + (3\alpha - 4)^2 + \beta^2 = 10\alpha^2 + (-3\beta)^2 + \beta^2 = 10(\alpha^2 + \beta^2)$$

$$= 10((\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta) = 10\left(\frac{16}{9} + \frac{2}{3}\right) = \frac{220}{9}$$