

نیاس استثنایی:

همانطور که در صحنه قبل متوجه شدید $(P \Rightarrow Q) \wedge P \Rightarrow Q$ گزاره همیشه درست است.

نیاس استثنایی عبارت است از $(P \Rightarrow Q) \wedge P \Rightarrow Q$ که در صورت دیگر هم نوسیم

$\frac{P \Rightarrow Q}{P} \therefore Q$	$(P \Rightarrow Q) \wedge P \vdash Q$
--	---------------------------------------

خودشان (جملات P و Q را مشخص کنید)

① اگر امروز سهشنبه باشد باید مدرسه بروم

امروز سهشنبه است

بنابراین باید مدرسه بروم

$$\frac{P \Rightarrow Q}{P} \therefore Q$$

② اگر هوا بارانی است آفتاب اشعه تقطیل است

هوا بارانی است

اشعه تقطیل است

$$\frac{P \Rightarrow Q}{P} \therefore Q$$

③ حال گزاره درست زیرا در نظر بگیرد

اگر فردا جمعه باشد آفتاب ^{فردا} اشعه تقطیل است

فردا مدرسه تقطیل است

آیا گزاره های درست فوق می توان نتیجه گرفت: «فردا جمعه است»

جواب مسلماً نادرست است چون ممکن است فردا یکی از جشن ها بوده یا تعطیلات رسمی دیگری بود

و مدرسه تقطیل باشد

تعیین و تعظیم: ملکیه ملک زار.

تعریف گزاره: گزاره جمله ای است خبری که درست یا نادرست باشد (تو اینم در حال حاضر یا آینده ارزش

درست یا نادرست به آن بدیم)

نکته ۱: اگر جمله خبری باشد و تو اینم ارزش آنها را تعیین کنیم گزاره نیست. مثل « درس ریاضی از منم آسانتر است »

نکته ۲: جمله $x > 7$ که دارای متغیره است به خودی خود یک گزاره نمی باشد. به آن گزاره نام نمی گوئیم. چون هیچ اطلاعاتی از x داده نشده است. ولی اگر بجای x عدد $2 + 4$ بگذاریم داریم $2 > 6$ که یک گزاره درست است ولی اگر بجای x یک عدد صغری بگذاریم یک گزاره نادرست است مثل $3 > 6$.

نکته ۳: ارزش درست را با «د» یا «T» و ارزش نادرست گزاره را با «ن» یا «F» نمایش می دهیم

نکته ۴: بعضی مواقع در یک متنی ممکن است از یک گزاره ای مثل « عدد 13 گف است » را چندین بار تکرار کنیم. برای سهولت کار، این گزاره را با حرف P یا q یا r یا s نشان می دهیم. مثل

P : عدد 13 گف است 3 : زهر ریاضی را درست دارد $2 < 3$: 9

تمرین: جدول ارزشی یک گزاره « دو گزاره « سه گزاره را نمایش دهید. (با توجه به اینکه گزاره «د» یا «ن» است)

تقیض گزاره: تقیض گزاره P را با $\sim P$ نشان می دهند و فوازمه شود «چنین نیست که P » و آن را ناقص می نامند.

$$P : 2 \times 3 = 6 \quad \sim P : 2 \times 3 \neq 6$$

نکته ۱: اگر گزاره P درست باشد $\sim P$ نادرست است جدول ارزش $\sim P$ را نمایش دهید.
نکته ۲: می توان برای تقیض کردن یک گزاره فعلی راستش کرد یا اصل نوشت « چنین نیست ».

مثال: تقیض گزاره « در جدول ریاضی دان است » را بنویسید:

جواب: چنین نیست که « در جدول ریاضی دان است »

در جدول ریاضی دان نیست

ترکیب عطفی دو گزاره: هرگاه بین دو گزاره ساده حرف ربط «و» قرار دهیم ترکیب عطفی می‌گوییم
 ترکیب عطفی P و Q را نماد $P \wedge Q$ بنامیم. نامش می‌دهیم و آن را عطف می‌نامیم.
 نکته: ارزش ترکیب عطفی P و Q وقتی درست است که P و Q هر دو درست باشند (درست باشند)
 در بقیه حالات نادرست است. یعنی P و Q هر دو درست باشند آنگاه $P \wedge Q$ درست است.
 مثال: عدد ۲ زوج است و عدد ۲ اول است. این گزاره درست است هم P و هم Q درست است.
 - سؤال: جدول ارزش $P \wedge Q$ را بنامش دهید. جدول ارزش $P \wedge Q$ را بنامش دهید.

- سؤال: ارزش گزاره‌های زیر را تعیین کنید

الف) $(2 < 3) \wedge (4 \times 3 = 8)$

ب) $(5 > 3) \wedge (4 + 3 = 7)$

ترکیب عطفی دو گزاره: هرگاه بین دو گزاره ساده حرف «یا» قرار دهیم ترکیب عطفی می‌گوییم
 ترکیب عطفی P و Q را نماد $P \vee Q$ بنامیم و آن را عطف می‌نامیم.
 نکته: ارزش ترکیب عطفی P و Q وقتی درست است که P یا Q یا هر دو درست باشد
 پس تنها در حالتی که هر دو باشند ارزش گزاره $P \vee Q$ نادرست است.
 - سؤال: جدول ارزش $P \vee Q$ را بنامش دهید.

- سؤال: جدول ارزش $(P \vee Q) \sim$ و $(\sim P) \wedge (\sim Q)$ را بنامش دهید؟ چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

دو گزاره هم ارز: دو گزاره که ارزشهای جدول آنها یکسان باشد را هم ارز می گویند و با نماد « \equiv » نشان می دهیم.

نکته: $\sim p \wedge q \equiv \sim(p \vee \sim q)$ در این قانون هر کجا \sim بگویند

- سوال جدول ارزش $p \vee (p \wedge q) \equiv p$ را بنویسید دهید.

- سوال جدول ارزش $(p \wedge \sim p) = F$ را بنویسید دهید (این گزاره را همیشه نادرست گویند)

- سوال جدول ارزش $\sim(p \vee \sim p) \equiv p$ را بنویسید دهید
 «ترکیب شرطی»: این ترکیب در زندگی «فوتره بطور فرزندان بکار برده می شود»

- اگر امروز نوبه باشد آنگاه فردا ایستاده است.

- اگر فردا هوا صاف باشد آنگاه فردا بیرون خواهیم رفت.

- اگر $n=5$ باشد آنگاه $n-5=0$ است.

- اگر یک مثلث متساوی الاضلاع باشد آنگاه مثلث متساوی الساقین است.

- اگر زمین منقلب شکل باشد آنگاه ۲ عددی فرد است.

نکته: چیزی که در تمام گزاره های فوق مشترک است این است که «اگر p ، آنگاه q »

این نوع گزاره ها را در حالت کلی بصورت $p \Rightarrow q$ می نویسند و بصورت زیر می خوانیم:

«اگر p ، آنگاه q » « p نتیجه می دهد q » « q از p نتیجه می شود» « q از p نتیجه می شود»

نکته: p را «مقدم» و q را «تالی» می نامیم.

p شرط کافی برای q است.

q شرط لازم برای p است.

- مثال - گزاره‌های زیر مفروضند

P : چهارضلعی مستطیل است
 Q : دو قطر چهارضلعی مساوی است.

گزاره شرطی تعیین شده با گزاره‌های P و Q به صورت زیر است:

$P \Rightarrow Q$: اگر یک چهارضلعی مستطیل باشد آنگاه دو قطرش مساوی است.

- سوال: صورتی‌های دیگر این گزاره فوق را بنویسید:

حل:

از P نتیجه می‌شود Q : از مستطیل بودن چهارضلعی نتیجه می‌شود که دو قطر ...

P شرط کافی برای Q : مستطیل بودن چهارضلعی، شرط کافی برای مساوی ...

Q شرط لازم برای P : ...

نکته: ارزش $P \Rightarrow Q$ در هر صورتی که P درست و Q نادرست باشد در تفسیر حالات

ارزش $P \Rightarrow Q$ درست است

سوال: تالی درست و معدم نادرست است ارزش گزاره $P \Rightarrow Q$ است

سوال جدول ارزش $P \Rightarrow Q$ را بنامش دهید

سوال: جدول ارزش $P \vee Q$ را بنامش دهید سپس با ارزش $P \Rightarrow Q$ ستایش کنید چه نتیجه‌ای می‌گیرید.

سوال: ارزش گزاره‌های زیر را تعیین کنید

الف - اگر ۲ فرد باشد، آنگاه ۳ عدد صحیح است.

ب - اگر ۲ فرد باشد، آنگاه مستطیل دو قطر مساوی ندارد.

در سمت الف ارزش مقدم و ارزش تالی است

در سمت ب ارزش مقدم و ارزش تالی است.

پس شرط در دو حالت فوق غلط است به همین وقت رخ نمی‌دهد

توضیح درباره انتضای مقدم:

یک گزاره غلط را می‌گویند و باید می‌گویند اگر این اتفاق رخ دهد آنگاه اتفاق دیگری می‌افتد

فوب معلوم است که رخداد اول هیچگاه به وقوع نمی‌پیوندد و رخ نمی‌دهد پس معلوم است که

نتیجه آن هم هیچگاه عملی نخواهد شد.

مثال: اگر زمین مکتب شکل باشد، آنگاه ۳ عددی زوج است.

رخداد اول ناممکن است و هرگز رخ نمی‌دهد پس دسیر ساختن گزاره دوم نمی‌رویم.

در این حالت می‌گوئیم گزاره شرطی به انتضای مقدم دارای ارزش درست است

نتیجه گیری: اگر در گزاره ۵ شرطی $P \Rightarrow Q$ و P نادرست باشد Q چه درست باشد چه نادرست

باشد می‌گوئیم گزاره شرطی به انتضای مقدم ارزش درست را دارد.

سوال: صورت دسیر برای گزاره ۵ شرطی زیر بنویسید؟

- اگر یک چهارضلعی نوزی باشد، آنگاه اعشارش برهم محورد.

سوال: گزاره زیر را با استفاده از حروف درانها به گزاره ای نشان دهید؟

- اگر دو خط موازی باشند و خطی یکی از آنها را قطع کند، آنگاه دیگری را نیز قطع خواهد کرد.

عکس ترکیب شرطی:

اگر گزاره شرطی، حاسن مقدم و تالی را عوض کنیم گزاره جدیدی بدست می آید که به نام عکس گزاره شرطی خوانده می شود گزاره $q \Rightarrow p$ ، عکس گزاره ی است.

تذکره: عکس است ترکیب شرطی درست باشد ولی عکس ترکیب شرطی نادرست باشد پس ارزش آنها مستقل از هم است.

عکس گزاره ی شرطی زیر را بنویسید:
- اگر یک مثلث ستاره ای است، آنگاه دوازده محاوره دو ساقش برابرند.

عکس تفضیل ترکیب شرطی:

عکس تفضیل ترکیب شرطی $p \Rightarrow q$ عبارت از $\sim q \Rightarrow \sim p$

مثال: با استفاده از جدول ارزشهای \sim دهد گزاره ی شرطی و عکس تفضیل هم ارزش بود و دارای

ارزش یکسان هستند $(p \Rightarrow q) \equiv (\sim q \Rightarrow \sim p)$

خوبشان:

۱- گزاره a عددی فرد باشد آنگاه a عددی فرد است، عکس گزاره ی شرطی است.

عکس: اگر a عددی فرد باشد آنگاه a عددی فرد است.

عکس تفضیل: اگر a عددی فرد باشد آنگاه a فرد نیست

۲. گزاره: اگر $\alpha = \beta$ آنگاه $\alpha^2 = \beta^2$ یک گزاره منطقی است.

عکس:
عکس نقیض:

ترکیب دو شرطی:

مثال: گزاره منطقی « اگر یک چهارضلعی متوازی الاضلاع باشد آنگاه اضلاع مقابلش متوازی است »
در نظر بگیرید. حال عکس گزاره شرطی آن عبارت است از:

« اگر اضلاع مقابل یک چهارضلعی متوازی باشد آنگاه آن چهارضلعی متوازی الاضلاع است »
ترکیب این دو گزاره منطقی شرطی آن بصورت:

« اگر یک چهارضلعی متوازی الاضلاع باشد آنگاه اضلاع مقابلش متوازی است و برعکس »

همانطور که متوجه شدید ترکیب «دو شرطی»، ترکیب منطقی $P \Rightarrow Q$ و $Q \Rightarrow P$ می باشد

$$P \Leftrightarrow Q \equiv (P \Rightarrow Q) \wedge (Q \Rightarrow P) \quad \text{نتیجه مهم:}$$

سوال: جدول ارزشی $(P \Rightarrow Q) \wedge (Q \Rightarrow P)$ را بنویسید. هدف: جدول خلاصه شده برای $P \Leftrightarrow Q$
نمایش دهید.

سوال: از روی جدول خلاصه شده $P, Q, P \Leftrightarrow Q$ بگویید چه زمانی گزاره «دو شرطی» درست است؟

نتیجه مهم: وقتی هر دو گزاره P و Q هم ارزش داشته باشند گزاره «دو شرطی» درست است.

گزاره‌های هسته درست:

«ادل صحر ۱۳۹۶ شبه است یا نیست»

گزاره‌ی فوق هسته درست است.

- در حالت کلی گزاره‌هایی نظیر گزاره‌ی فوق به صورت $P \sim PV$ نوشته می‌شود که گزاره‌ی هسته

درست است. $PV \sim P = T$

- اگر صرفاً از گزاره‌های q و p هسته درست باشد آنگاه PVq هسته درست است

- اگر گزاره‌های p و q با هم رخ بدهند (درست باشند) آنگاه $P \wedge q$ گزاره‌ی هسته درست است و برعکس

- اگر $P \wedge q$ هسته درست باشد آنگاه گزاره‌ی PVq گزاره‌ی هسته درست است.

- اگر p و q گزاره‌ی هسته درست باشند آنگاه $p \Rightarrow q$ و $q \Leftrightarrow p$ نیز گزاره‌های هسته درست ...

- اگر p گزاره‌ی هسته نادرست باشد آنگاه $p \Rightarrow q$ گزاره‌ی هسته درست ...

- $P \wedge \sim P$ گزاره‌ی هسته نادرست است.

سؤال: با جدول ارزش گزاره‌ای نشان دهید $q \Rightarrow (p \Rightarrow q) \wedge p$ هسته درست است.

تجاس استثنایی:

ما نفور که در همه قبل متوجه شدیم $(P \Rightarrow Q) \wedge P \Rightarrow Q$ گزاره همیشه درست است.

تجاس استثنایی عبارت است از $(P \Rightarrow Q) \wedge P \Rightarrow Q$ که صورت دیگر هم به نوبت

وقت جملات: \therefore و \vdash به معنای نتیجه گیری درستی می باشد	$\begin{array}{l} P \Rightarrow Q \\ P \\ \hline \therefore Q \end{array}$	$(P \Rightarrow Q) \vdash P \vdash Q$
--	--	---------------------------------------

جذبش: (جملات P و Q را مشخص کنید)

① اگر امروز سه تنه باشد ما باید به مدرسه بروم
 امروز سه تنه است
 بنابراین ما باید به مدرسه بروم

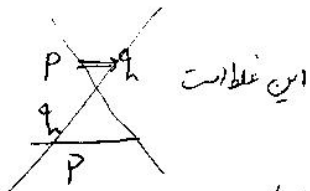
$$\begin{array}{l} P \Rightarrow Q \\ P \\ \hline \therefore Q \end{array}$$

② اگر هوا بارانی است، آنگاه اشترم تقطیل است
 هوا بارانی است
 اشترم تقطیل است

$$\begin{array}{l} P \Rightarrow Q \\ P \\ \hline \therefore Q \end{array}$$

③ حال گزاره درست زیر را در نظر بگیرید:

اگر فردا جبهه باشد، آنگاه فردا به مدرسه تقطیل است
 فردا مدرسه تقطیل است



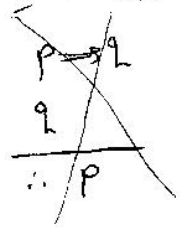
آیا از گزاره های درست می توان نتیجه گرفت: «فردا جبهه است»

جواب مسلماً نادرست است چون ممکن است فردا یکی از حبشین ها بوده یا تعطیلات رسمی دیگری بوده و مدرسه تقطیل باشد.

۴) حرکت از من تنفراست ، بیت سرمن حرف می زند ، از طرف سید بیت سرمن حرف زده است

بیت سید از من تنفراست .

آیا این نتیجه گیری درست است؟



بیت سرمن حرف می زند \rightarrow حرکت از من تنفراست

سید بیت سرمن حرف زده است

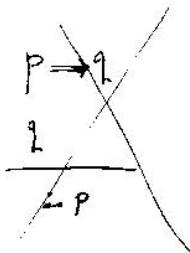
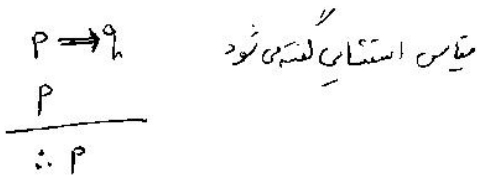
سید از من تنفراست .

این استدلال فوق غلط است .

نکته مهم ۳، ۴ : در دو مثال جدول میانه به شکل نادرست استفاده شده است و نتیجه

نتیجه گیری نادرست می شود. به این گونه استدلالات مخالفه می گویند .

« مخالفه یا همان سفسطه یا مغالطه از لغت عربی «غلط پیوسته شده است»



استدلال مخالفه است که استدلال غلطی هست .