فصل اول — حرکت شناسی

مکانیک: شاخه ای از فیزیک است که درباره نیرو و حرکت بحث می کند

شاخه های مکانیک

۱) سینماتیک : مطالعه حرکت اجسام بدون عامل نیرو

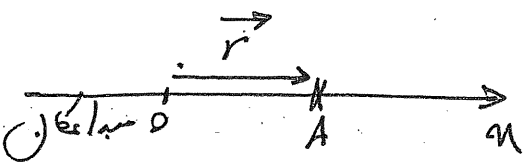
۲) دینامیک : مطالعه حرکت اجسام با عامل نیرو

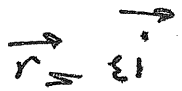
۳) استاتیک : مطالعه تعادل اجسام در حال سکون

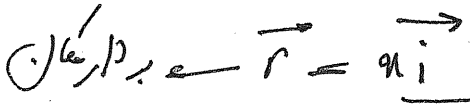
۴) سنتیک : مطالعه تعادل اجسام در حال حرکت

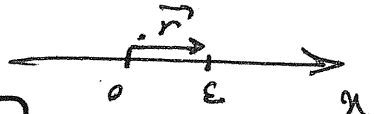
سینماتیک تک بعدی (روی محور x ها) در این حالت مسیر حرکت بر یک خط راست باشد

۱) بردار مکان ($\vec{r}$) برداری است که از مبدأ مکان به محل ذره وصل می شود



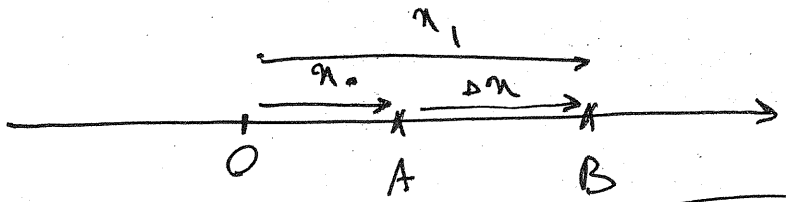






دانلود از اپلیکیشن پادرس

۲) بردار جابجایی ($\Delta\vec{r}$) بردار است که مکان اولیه را به نهایی وصل می‌کند

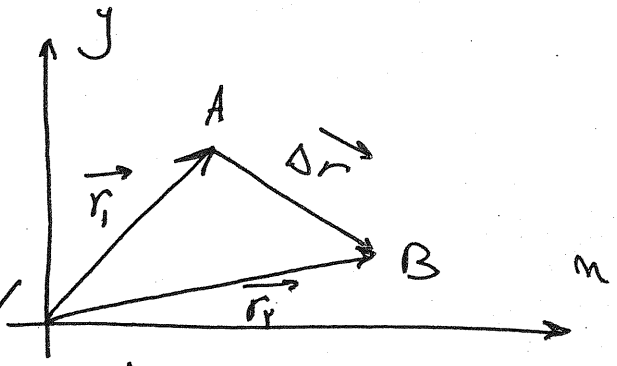


$\Delta x = x_2 - x_1$ → $\Delta\vec{r} = \Delta x\,\vec{i}$

تغییر مکان / جابجایی

نکته: بردار مکان نسبی است ولی بردار جابجایی مطلق است

به مبدا بستگی دارد — به مبدا بستگی ندارد



حرکت: اگر بردار مکان متحرکی یا ذره‌ای نسبت به ناظری تغییر نکند در این صورت حرکت صورت گرفته و چون بردار مکان نسبی است پس حرکت نسبی است یعنی یک ذره به طور مثال نسبت به ناظر A ساکن و نسبت به ناظر B می‌تواند در حال حرکت باشد.

دانلود از اپلیکیشن پادرس

۳) سرعت متوسط ($\bar{v}$): نسبت تغییرات مکان به تغییرات زمان

راست متوسط گویند که کمیت برداری می باشد

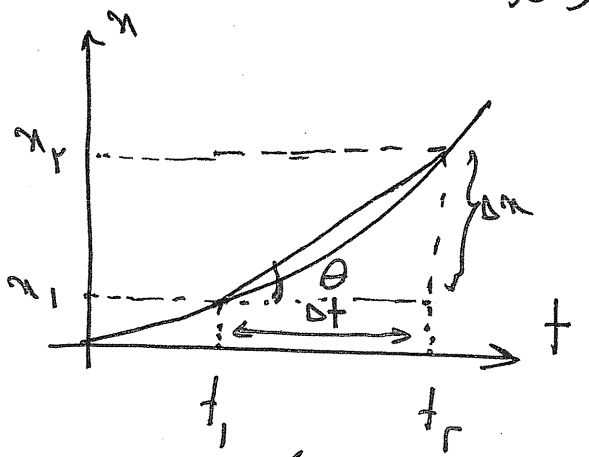
$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}$$

$\frac{km}{h} \sim \times \frac{1}{3.6} \frac{m}{s}$

$\bar{v}$ ↓

$\frac{m}{s}$ یا $\frac{km}{h}$

مفهوم هندسی سرعت متوسط

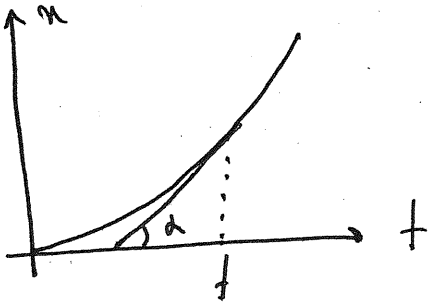


$\tan\theta = \bar{v} = \frac{\text{تغییر مکان}}{\text{تغییر زمان}}$

۴) سرعت لحظه‌ای (v): حد سرعت متوسط وقتی که Δt به سمت صفر میل می‌کند (خیلی کوچک) و یا مشتق مکان بر حسب زمان

$$v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt} = x'$$

دانلود از اپلیکیشن پادرس

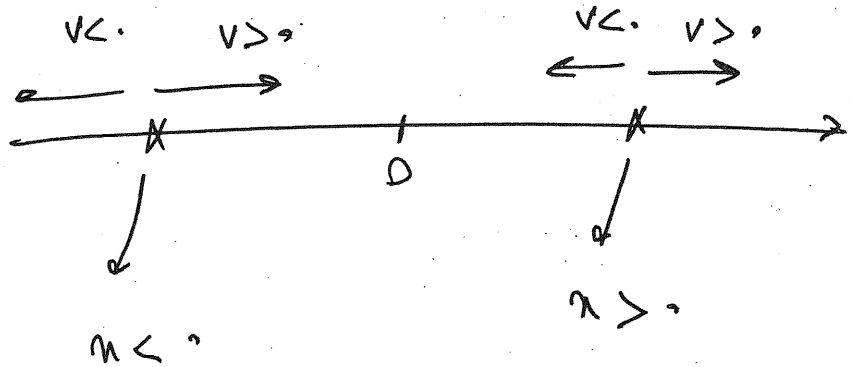


$V = \tan\alpha$

نکته : برای تعیین جهت حرکت یک متحرک از علامت سرعت استفاده می‌شود

حرکت در جهت محور xها $V > 0$

حرکت در خلاف جهت محور xها $V < 0$



نکته $xV < 0$ متحرک به مبدا نزدیک

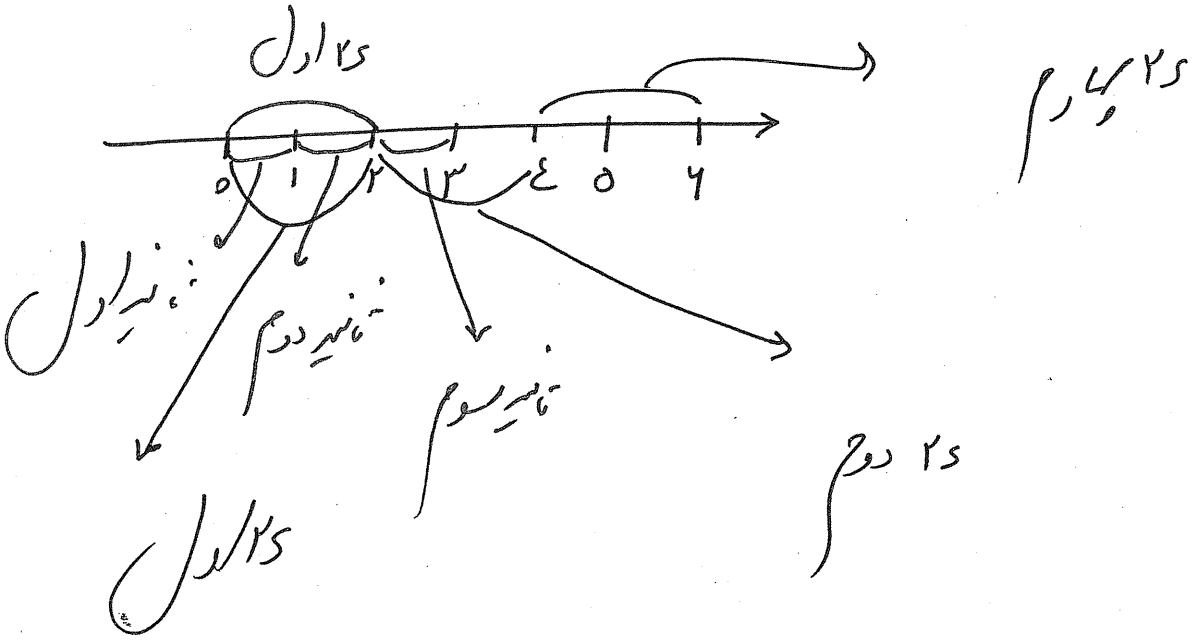
$xV > 0$ متحرک از مبدا دور

دانلود از اپلیکیشن پادرس

تست : معادله حرکت متحرکی به صورت $x = 2t^3 - 6t^2 + 4t$ می باشد

سرعت متوسط در ثانیه دوم

و سرعت لحظه‌ای در لحظه $t = 1s$ به ترتیب چقدر می باشد؟



$$\begin{cases} t = 1s \rightsquigarrow x_1 = 2 - 6 + 4 = 0 \\ t = 2s \rightsquigarrow x_2 = 16 - 24 + 8 = 0 \end{cases}$$

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{0}{1} = 0$$

$$x = 2t^3 - 6t^2 + 4 \xrightarrow{\text{مشتق}} v = 6t^2 - 12t + 4$$

$$v_1 = 6 - 12 + 4 = -2 \leftarrow \text{حرکت در خلاف جهت } x \text{ها}$$

دانلود از اپلیکیشن پادرس

۲۱ معادله سرعت متحرکی به صورت $v = 2t + 4$ (SI) است. این متحرک در $t = 2s$ دوم حرکت کدام است؟

نکته

$x \xrightarrow{\text{مشتق}} v$

$v \xrightarrow{\text{انتگرال}} x$

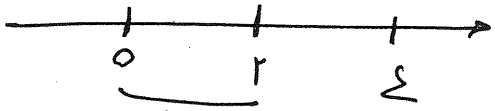
$v = 2t + 4 \xrightarrow{\int} x = t^2 + 4t + x_0$

$x = t^2 + 4t + x_0$

$t_1 = 1 \quad x_1 = 4 + 8 + x_0 = 12 + x_0$

$t_2 = 4 \quad x_2 = 16 + 16 + x_0 = 32 + x_0$

منظور از $t = 2s$ دوم



$\Delta x = x_4 - x_2$

$= 32 + x_0 - 12 - x_0 = 20$

$\Delta x = 20\ m$

دانلود از اپلیکیشن پادرس

۱۲. معادله مکان زمان متحرکی به صورت $x = -2t^2 + 8t$ می‌باشد. متحرک چند ثانیه در جهت محور xها حرکت کرده است

$$x = -2t^2 + 8t$$

↓ مشتق

$$v = -4t + 8 \rightsquigarrow 0 = -4t + 8$$

$$\boxed{t = 2s}$$

t	$-\infty$		2		$+\infty$
v	$+$	ϕ	$-$		

$t < 2^s$ ← درجهت محور ← x

$t > 2^s$ ← درخلاف جهت محور

در لحظه $t = 2^s$ تغییر جهت داده و سرعت صفر شده است.

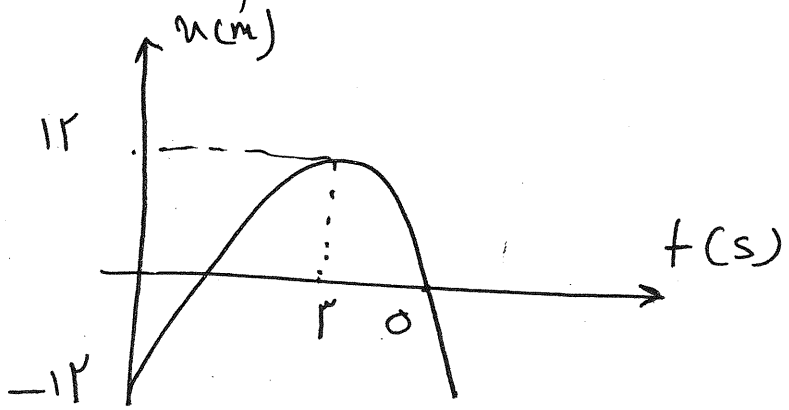
نکته: اگر $x = At^2 + Bt + C$ باشد

اگر A و B هم علامت باشند تغییر جهت ندارد و حرکت تندشونده می‌باشد

اگر A و B غیرهم علامت باشند تغییر جهت داده و حرکت ابتدا کندشونده سپس تندشونده می‌باشد

دانلود از اپلیکیشن پادرس

۳) نمودار مکان زمان متحرکی به صورت شکل زیر می‌باشد سرعت متوسط متحرک در ۵ ثانیه اول حرکت کدام است

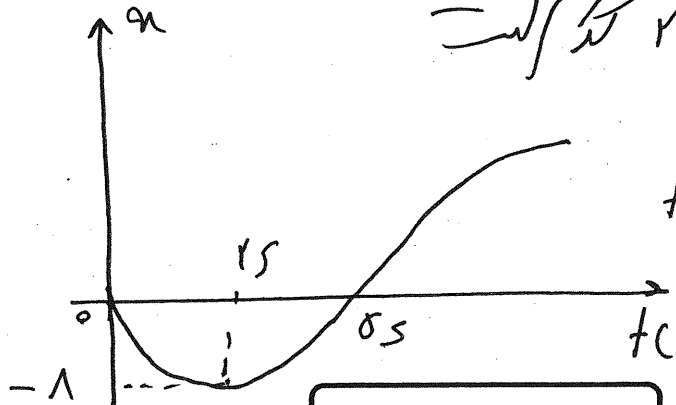


$t_1 = 0 \longrightarrow x_1 = -12$

$t_2 = 5 \longrightarrow x_2 = 0$

$$\bar{v} = \frac{x_2 - x_0}{t_2 - t_1} = \frac{0 - (-12)}{5 - 0} = \frac{12}{5} = 2,4$$

۳) نمودار مکان زمان متحرکی مانند شکل زیر می‌باشد سرعت متوسط متحرک در بازه ۵ ثانیه تا ۲۵ ثانیه کدام است



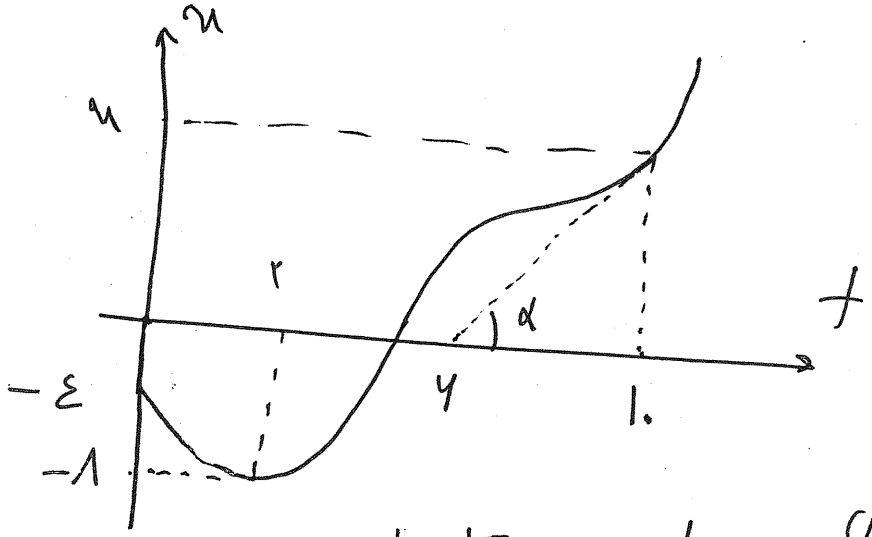
$t_1 = 2s \longrightarrow x_1 = -8$

$t_2 = 0s \longrightarrow x_2 = 0$

$$\bar{v} = \frac{0 - (-8)}{5 - 2} = \frac{8}{3}$$

دانلود از اپلیکیشن پادرس

۳) نمودار مکان - زمان متحرکی به صورت شکل روبرو است. آهنگ متوسط متحرک در لحظه $t=10^s$ برابر سرعت متوسط در 10^s اول و شتاب لحظه $t=10^s$ در جهت مکانی قرار دارد



$$V_{10} = \tan\alpha = \frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{ضلع مجاور}} = \frac{9}{4}$$

$$\overline{V}_{0\to10} = \frac{x_{10} - x_0}{10 - 0} = \frac{x - (-4)}{10}$$

$$V_{10} = \overline{V}_{0\to10}$$

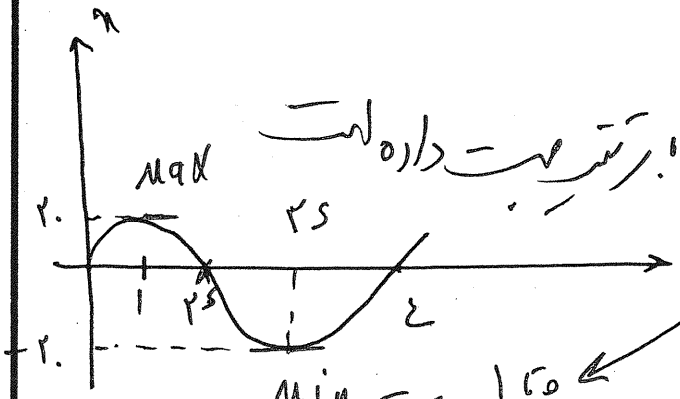
$$\frac{9}{4} = \frac{x+4}{10} \longrightarrow 10x = 4x + 16$$

$$6x = 16$$

$$x = \frac{8}{3}$$

دانلود از اپلیکیشن پادرس

۳) نمودار مکان زمان متحرکی مانند شکل روبرو



۱) سرعت متوسط کل و سرعت کل

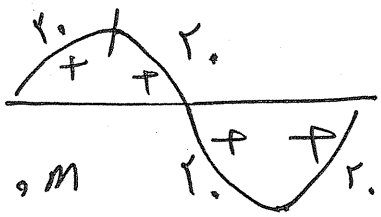
۲) چند بار تغییر جهت داده است ← ۲ بار در لحظه‌های ۲ و ۳

۳) در چه بازه‌ی زمانی در خلاف جهت محور x ها حرکت می‌کند ← از ۲ تا ۳

۴) نوع حرکت در بازه‌ی ۰ تا ۱ چگونه است ← تند شونده در جهت محور x ها

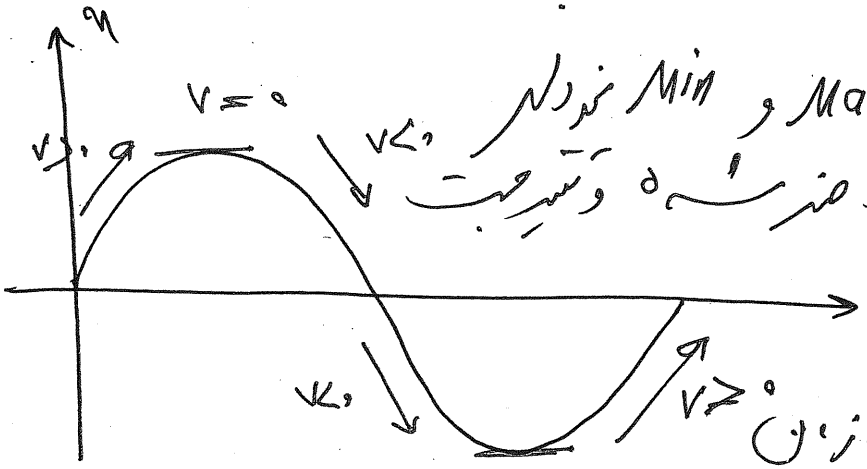
۵) در چه لحظه‌ای اندازه سرعت آن بیشترین است ← ۱ در جهت محور x ها و ۳ در خلاف جهت محور x ها

$\Delta x = 0 \Longrightarrow \overline{V} = 0$



مسافت $d = ۲۰ + ۲۰ + ۲۰ + ۲۰ = ۸۰ m$

سرعت جسمی بر اساس معادله مکان زمان $x = t^2 - 4t$

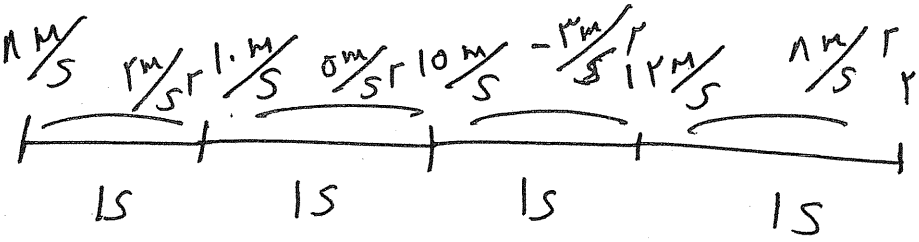


نکته: در نقاط MAX و Min نمودار مکان زمان سرعت صفر شده و تغییر جهت می‌دهد

نکته: در نمودار مکان زمان در لحظه‌ای که شیب نمودار مثبت است $v > 0$ و در جهت محور x ها و در لحظه‌ای که شیب نمودار منفی است $v < 0$ و در خلاف جهت محور x ها

دانلود از اپلیکیشن پادرس

شتاب : افزایش یا کاهش سرعت در مدت زمان را شتاب گویند



شتاب
۱- شتاب مثبت : افزایش یا کاهش سرعت در مدت زمان مثبت باشد
۲- شتاب منفی : افزایش یا کاهش سرعت در مدت زمان منفی باشد

حرکت شتاب دار یا شتاب ثابت حرکت تند شونده

اگر a و v هم علامت باشند حرکت تند شونده خواهد بود

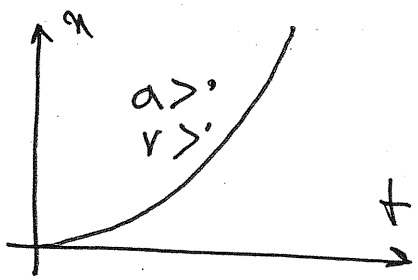
$\begin{cases} a>0 \\ v>0 \end{cases}$ $\begin{cases} a<0 \\ v<0 \end{cases}$

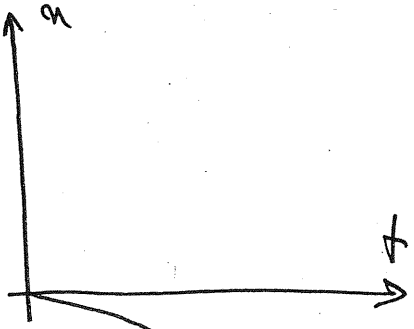
حرکت کند شونده : اگر a و v مختلف علامت باشند

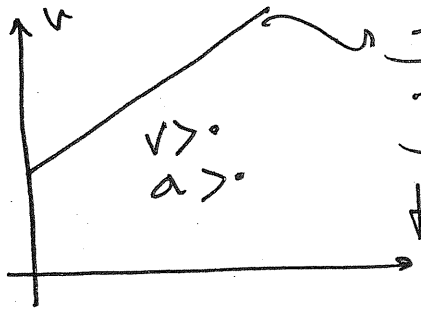
$\begin{cases} a>0 \\ v<0 \end{cases}$ $\begin{cases} a<0 \\ v>0 \end{cases}$

دانلود از اپلیکیشن پادرس

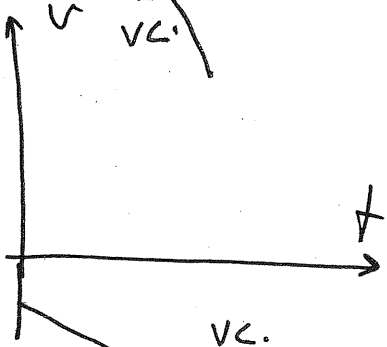
رسم نمودارهای مختلف حرکت شتاب دار با شتاب ثابت و تند شونده

۱)


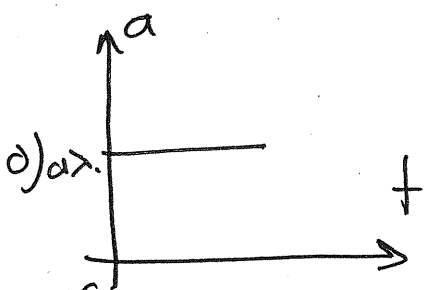
۲)


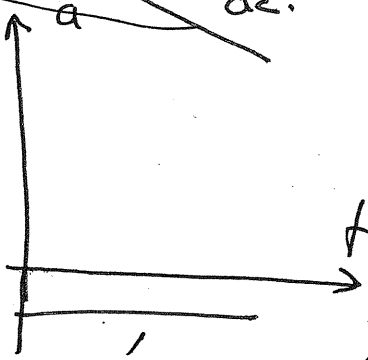
۳)


شتاب مقداری ثابت و مثبت

۴)


شتاب مقداری ثابت و منفی

۵)


۶)


نکته ۱: نمودار مکان زمان حرکت شتاب دار با شتاب ثابت همیشه سهمی می باشد

نکته ۲: اگر قعر سهمی رو به بالا باشد شتاب + است اگر رو به پایین باشد شتاب - می باشد

نکته ۳: اگر نمودار صعودی باشد سرعت + است اگر نزولی باشد سرعت - می باشد

دانلود از اپلیکیشن پادرس

نکته ۴: نمودار سرعت زمان برای حرکت شتاب دار، شتاب ثابت
همیشه خط راست نیست دلیلی ندارد

نکته ۵: اگر نمودار سرعت زمان صعودی باشد شتاب +
اگر نمودار نزولی باشد شتاب - می باشد

نکته ۶: اگر نمودار سرعت زمان بالای محور + باشد سرعت +
اگر نمودار پایین محور + باشد سرعت منفی می باشد.

نکته ۷: نمودار شتاب زمان حرکت شتاب دار، شتاب ثابت
خط راست بدون شیب می باشد

نکته ۸: اگر شتاب + باشد نمودار بالای محور زمان است
شتاب - باشد نمودار پایین محور زمان می باشد.

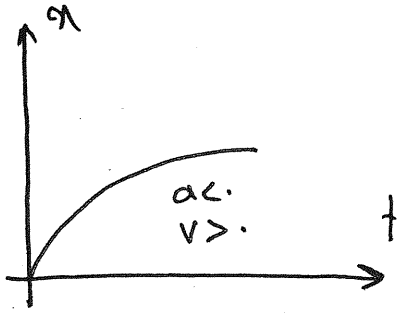
نکته ۹: از روی نمودار شتاب زمان نمی توان نوع حرکت را تشخیص داد
چون سرعت مشخص نیست.

علامت

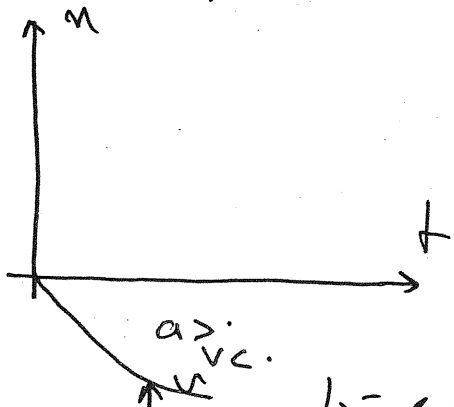
دانلود از اپلیکیشن پادرس

رسم نمودارهای حرکت شتاب دار با تغییر جهت و بدون تغییر جهت

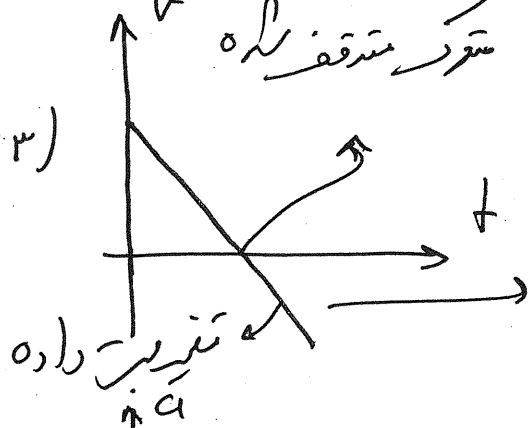
۱)



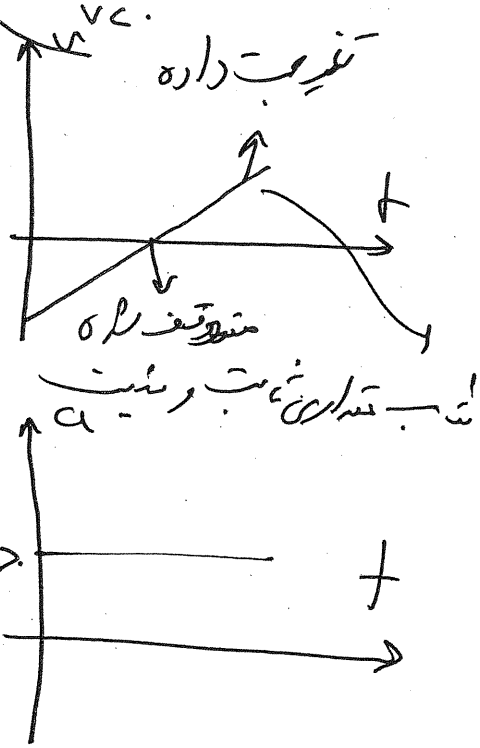
۲)



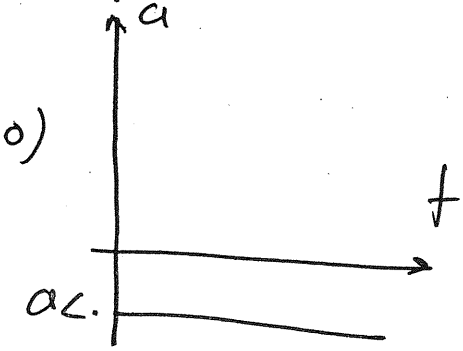
۳)



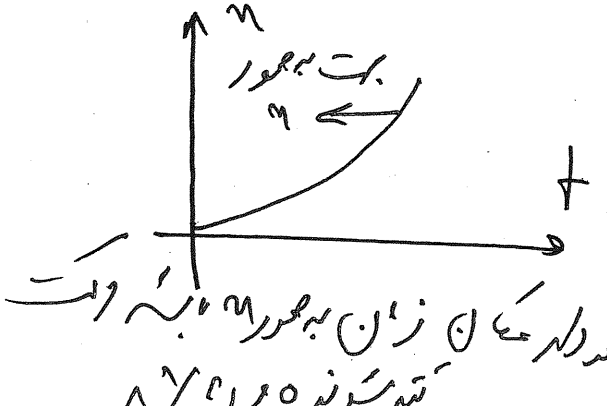
۴)

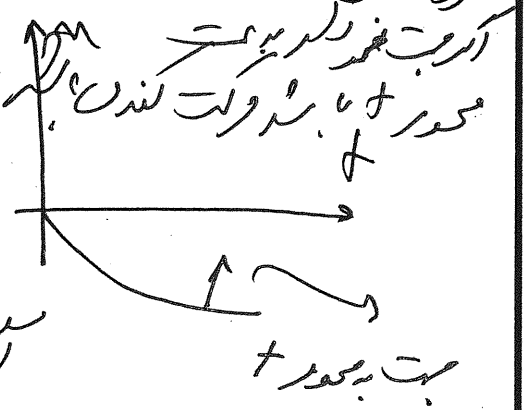


۵)



روش کلی برای تشخیص نوع حرکت در نمودارهای زمان

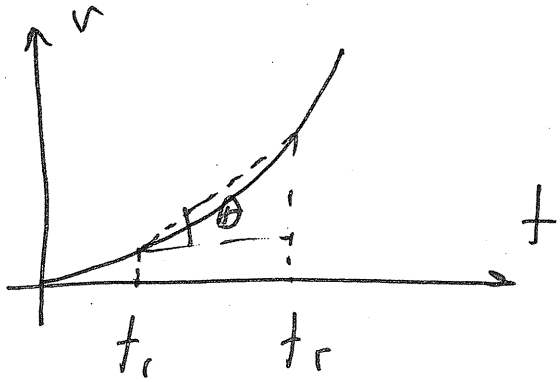




دانلود از اپلیکیشن پادرس

شتاب متوسط ($\bar{a}$) نسبت تغییرات سرعت به تغییرات زمان

$$\bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$$

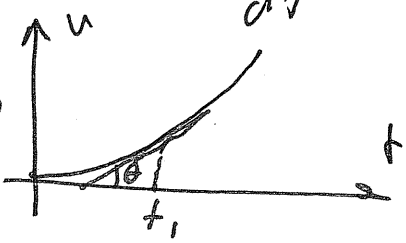


$\tan\theta = \bar{a}$

اگر نمودار سرعت زمان در دو نقطه قطع شود شیب خط متوسط آن‌ها می‌شود

شتاب لحظه‌ای: a حد شتاب متوسط است وقتی Δt به صفر میل کند یا شتاب اول سرعت نسبت به زمان یا شتاب دوم مکان نسبت به زمان

$$a = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2} = v' = x''$$

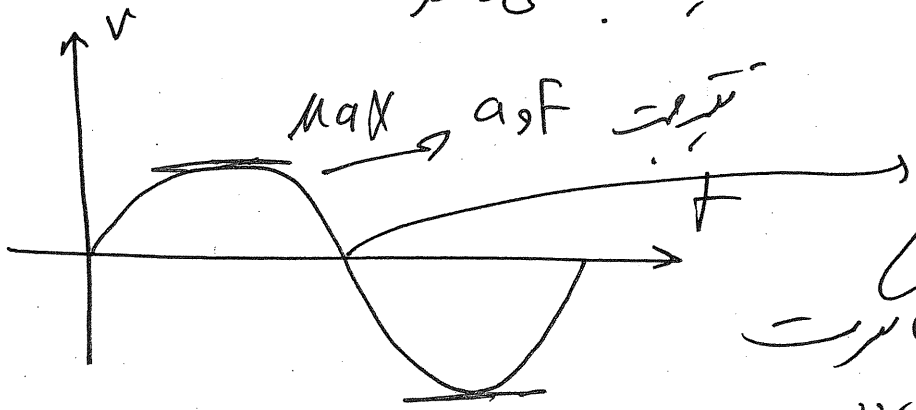


$\tan\theta = a$ لحظه‌ای

شیب خط مماس بر نمودار سرعت زمان شتاب لحظه‌ای را نشان می‌دهد

دانلود از اپلیکیشن پادرس

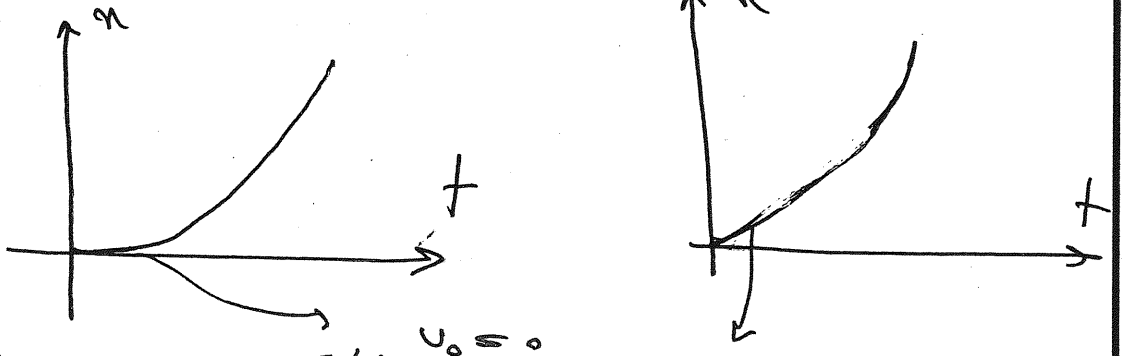
نکته: در تابع x، max و min نشان‌دهنده بیشترین و کمترین مقدار x هستند.



در لحظه‌ی عبور نوسان‌گر از مبدأ سرعت نوسان‌گر بیشترین مقدار خود را دارد.

در لحظه‌ی عبور نوسان‌گر از مبدأ سرعت نوسان‌گر بیشترین مقدار خود را دارد.

نکته: اگر در لحظه‌ی شروع حرکت نوسان‌گر از مبدأ عبور کند مسیر حرکت با بیشترین سرعت اولیه شروع به حرکت می‌کند.



درجه ۱ ← ① $x = 4t$

نکته: اگر x درجه ۱ باشد حرکت یک نواخت است.

درجه ۲ ← ② $x = 4t^2 + 8t + 0$

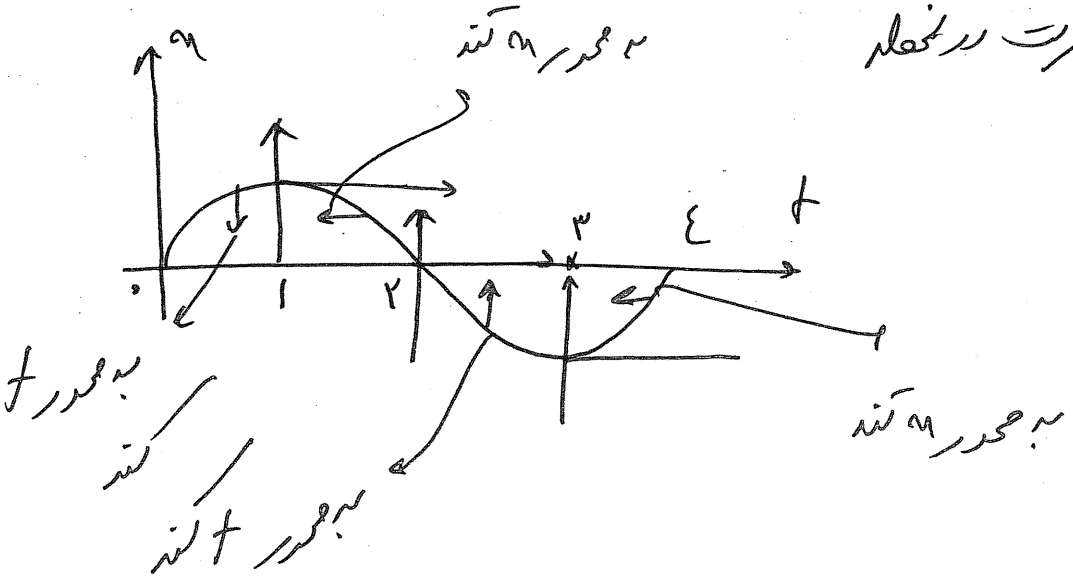
اگر x درجه ۲ باشد حرکت شتاب‌دار یکنواخت است.

اگر x درجه ۳ باشد حرکت شتاب‌دار متغیر است.

③ $x = 4t^3 + 8t^2 + 5t$

دانلود از اپلیکیشن پادرس

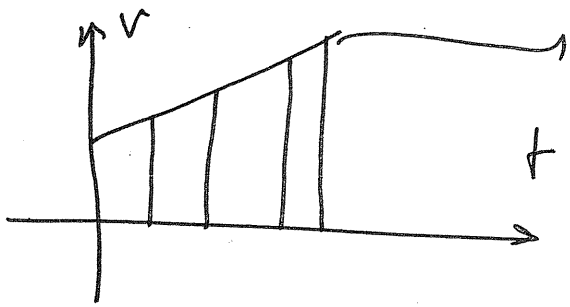
۳) نوع حرکت در لحظه



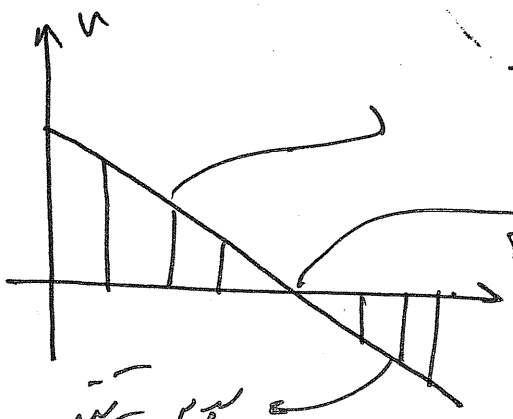
روش تشخیص نوع حرکت در نمودار سرعت زمان

از نمودار سرعت زمان خط‌هایی عمود بر محور زمان رسم می‌کنیم

سپس خط‌ها را رفته رفته بزرگ می‌کنیم تا آن‌که جسته شود



حرکت کندشونده، بلکه حرکت تند



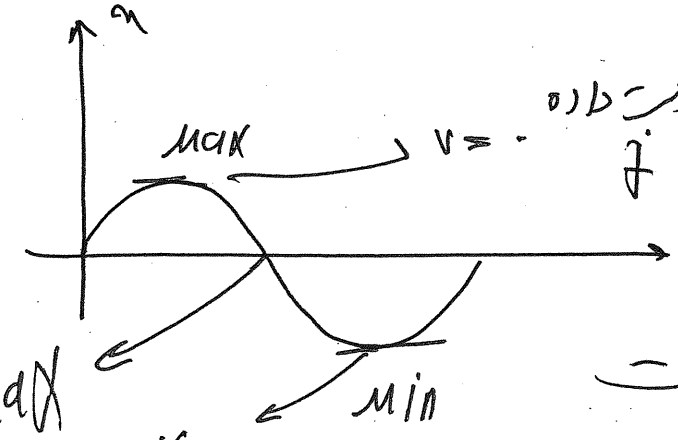
ابتدا کند

تغییر جهت داده

سپس تند

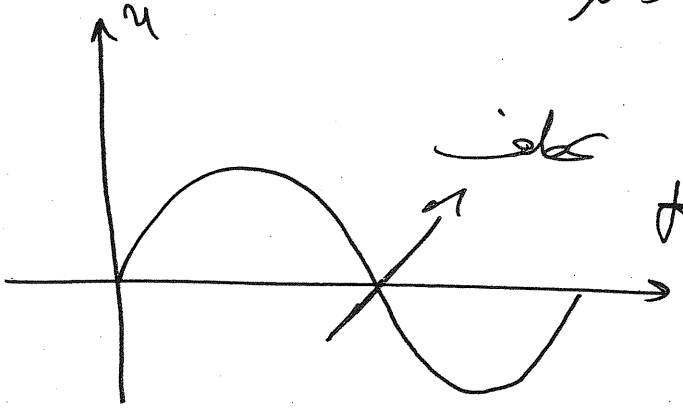
دانلود از اپلیکیشن پادرس

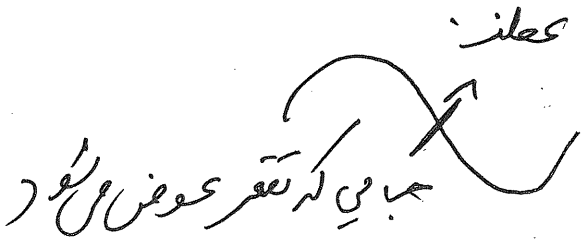
نکته درست در نقاط MAX و MIN نمودار مکان زمان سرعت صفر شده و تغییر جهت می دهد



در نقطه ای که نمودار مکان زمان + تقعر می شود سرعت MAX یا MIN می شود

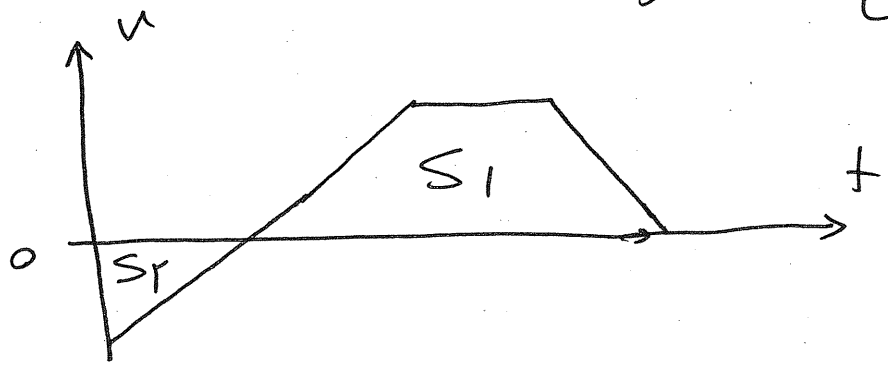
نکته درست در نقاط عطف نمودار مکان زمان شتاب صفر شده و تغییر جهت می دهد





دانلود از اپلیکیشن پادرس

نکته سطح زیر نمودار سرعت زمان جابجایی را نشان می‌دهد



جابجایی $\Delta x = |S_1| - |S_2|$

مسافت $d = |S_1| + |S_2|$

۳) معادله مکان زمان متحرکی به صورت $x = -2t^2 + 8t$ می‌باشد مسافت طی شده در ۴ ثانیه اول کدام است

$t = 0 \rightarrow x_0 = -2(0) + 8(0) = 0$

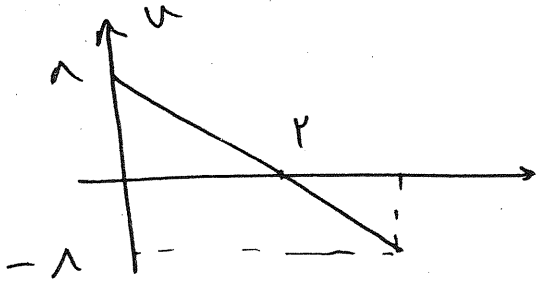
$t = 4 \rightarrow x_4 = -2(16) + 8(4) = 0$

جابجایی $= 0$

برای مسافت باید نمودار سرعت زمان را رسم کنیم

$v = -4t + 8$

دانلود از اپلیکیشن پادرس

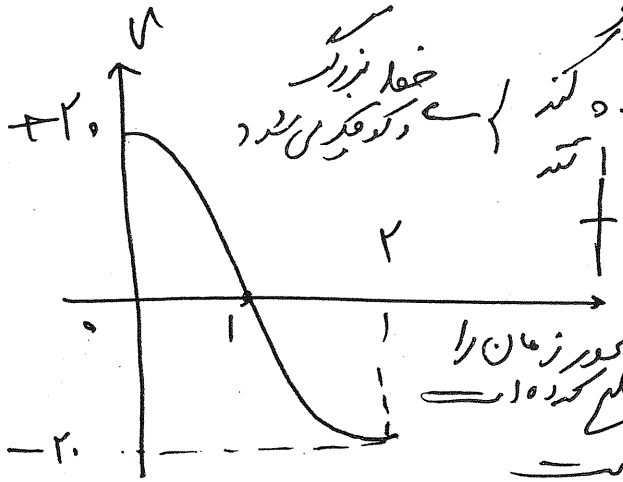


$S_1 = \frac{1}{2} \times 2 \times 8 = 8$

$S_2 = \frac{1}{2} \times 2 \times 8 = 8$

$d = |S_1| + |S_2| = 8 + 8 = 16$ مسافت

۳) نمودار سرعت - زمان شکل روبرو



۱) نوع حرکت در هر بازه

۰ → ۱ کند شونده
۱ → ۲ تند شونده

خط بزرگ به کوچک می‌رود

۲) جهت حرکت در هر بازه

در بازه‌ی ۰ تا ۱ جهت حرکت با جهت محور زمان‌ها مخالف است

۳) جهت بردار شتاب

در بازه‌ی ۰ تا ۲ چون MAX و MIN است

۴) در چه بازه‌ای در جهت محور حرکت کرده است؟

۰ تا ۲ چون بالای محور زمان‌هاست

۵) بزرگی شتاب متوسط در بازه‌ی ۰ تا ۲ کدام است

$\bar{a} = \frac{-20 - 20}{2 - 0} = \frac{-40}{2} = -20$

$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{0}{2} = 0$ سرعت متوسط در بازه‌ی ۰ تا ۲

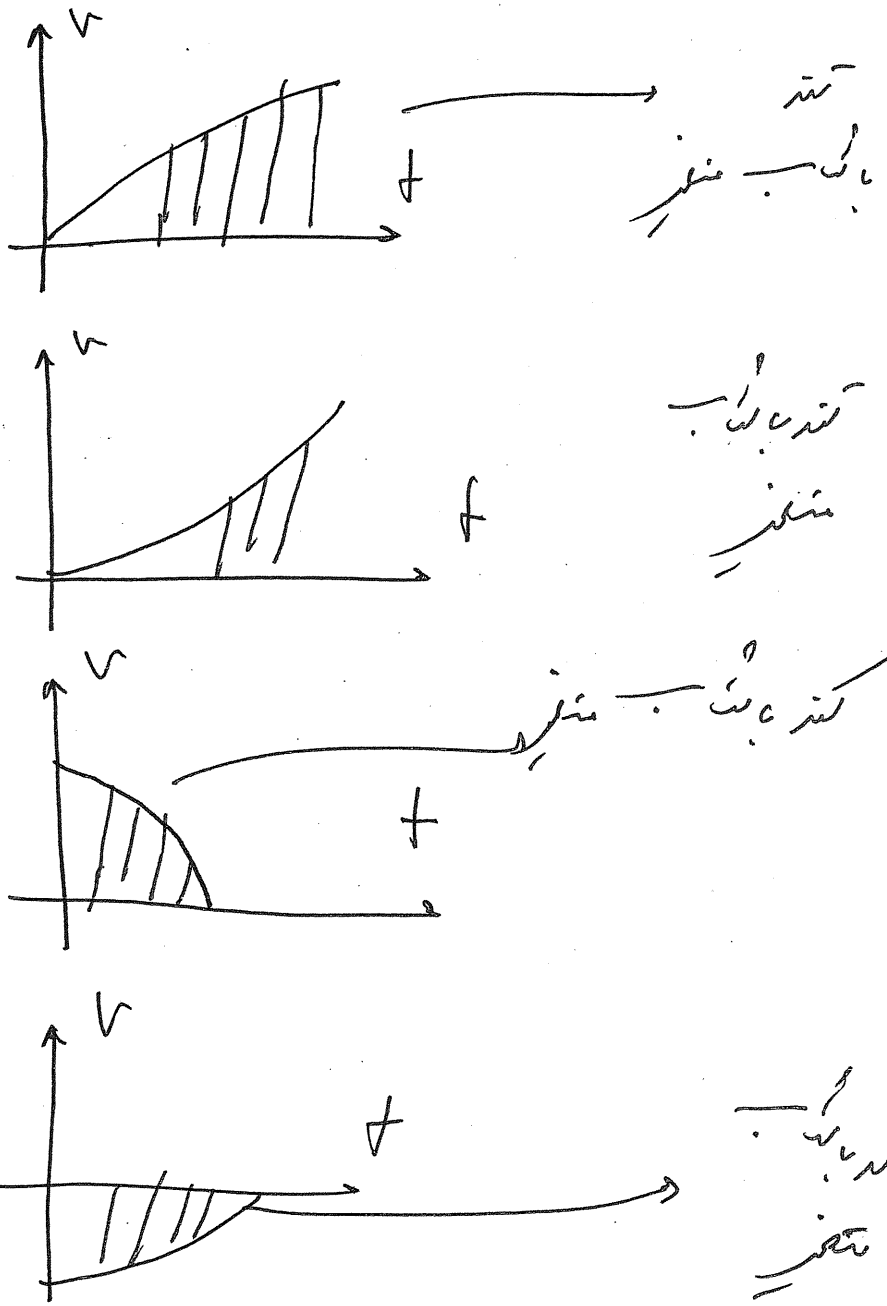
تندی متوسط برابر است با مسافت طی شده تقسیم بر زمان

منفی نمودار سرعت - زمان یعنی در این بازه $\Delta x < 0$ می‌شود

و $\bar{v} = 0$ می‌شود

دانلود از اپلیکیشن پادرس

۳) نمودار سرعت زمان متحرکی مانند شکل روبرو است نوع حرکت



تند شونده با شتاب ثابت

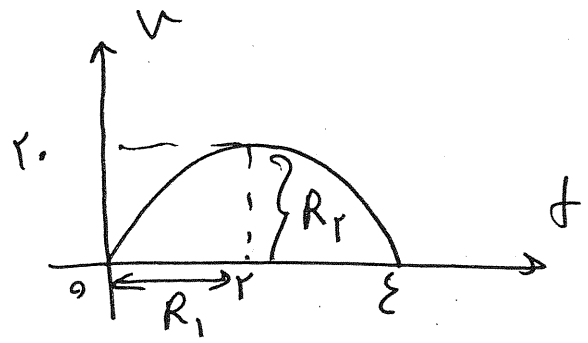
تند شونده با شتاب متغیر

کند شونده با شتاب ثابت

کند شونده با شتاب متغیر

دانلود از اپلیکیشن پادرس

T) نمودار سرعت زمان متحرکی مانند شکل روبرو است سرعت متوسط کل متحرک چه قدر است



$$\Delta x = S = \frac{1}{2}(\pi R^2) = \frac{1}{2}\times 3\times(R_1 \times R_2)$$

$$\Delta x = \frac{1}{2}\times 3\times 2\times 20 = 60$$

$$\overline{V} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{60}{4} = 15\ m/s$$

T) رابطه بین مکان زمان متحرکی به صورت $a = 6t$ و $x_0 = 2$ است اگر متحرک از مبدا زمان با سرعت $2\ m/s$ در جهت محور x از مبدا مکان بگذرد سرعت متوسط آن در ثانیه دوم چه قدر است

$$a = 6t \xrightarrow{\int} v = 3t^2 + 2$$

$$x = t^3 + 2t$$

$$t_1 = 1 \longrightarrow x_1 = 3$$

$$t_2 = 2 \longrightarrow x_2 = 12$$

$$\overline{V} = \frac{12-3}{2-1} = 9\ m/s$$

دانلود از اپلیکیشن پادرس

T) معادله مکان - زمان متحرکی که در مبدا زمان با سرعت 24 m/s در خلاف جهت محور x از -3 متری مبدا گذشته به صورت $a = 2t - 4$ حرکت می‌کند. بزرگی متوسط شتاب متحرک در بازه زمانی $t=1$ تا $t=4$ کدام است

$$a = 2t - 4$$

$$v = t^2 - 4t - 2$$

$$x = \frac{1}{3}t^3 - \frac{4t^2}{2} - 2t - 3$$

$$\begin{cases} t = 1 \longrightarrow v = -5 \\ t = 2 \longrightarrow v = -6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} t = 1 \longrightarrow x = \frac{1}{3} - 2 - 2 - 3 \\ t = 2 \longrightarrow x = -\frac{8}{3} - 8 - 4 - 3 \end{cases}$$

$$\bar{a} = \frac{-6 + 5}{2 - 1} = -1$$

$$\bar{V} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = ?$$

دانلود از اپلیکیشن پادرس

حرکت یک نواخت

حرکتی است که در زمانهای مساوی جابجایی مساوی را با سرعت ثابت روی خط راست طی می کند

روی خط راست

اندازه و جهت سرعت ثابت ← $a = 0$ ← حرکت یک نواخت

$a \neq 0$ ← تندی ثابت

اندازه سرعت ثابت

در حرکت یک نواخت $\bar{v} = v$ می باشد

$x = vt + x_0$ → $\Delta x = vt$

- x : مکان — متر (m)
- v : سرعت — متر بر ثانیه (m/s)
- x_0 : مکان اولیه — متر (m)
- Δx : جابجایی

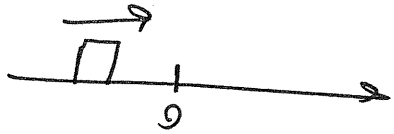
$x = \pm vt \pm x_0$

- $\pm$ جهت حرکت
- $\pm x_0$ جلو تر از مبدا / عقب تر از مبدا
- $\pm$ خلاف جهت

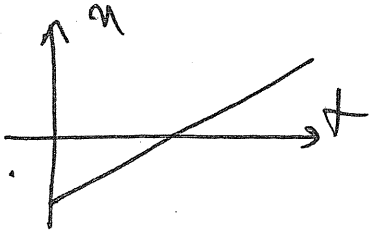
دانلود از اپلیکیشن پادرس

رسم نمودارهای حرکت یک نواخت

۱)

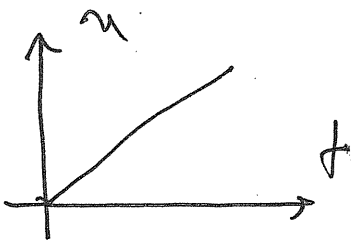


$x = +vt + x_0$

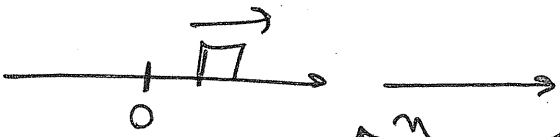


۲)

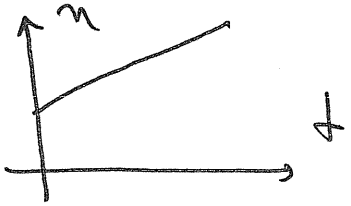
$x = vt + x_0$



۳)

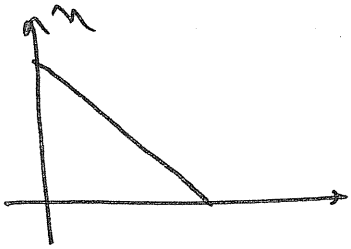


$x = vt + x_0$



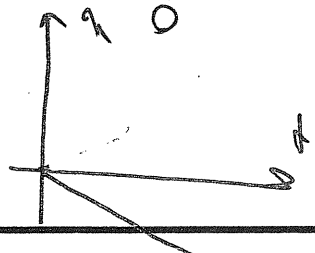
۴)

$x = -vt + x_0$



۵)

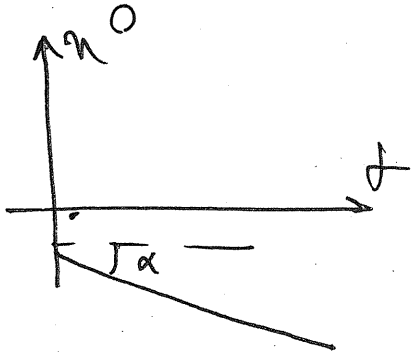
$x = -vt$



دانلود از اپلیکیشن پادرس

۹)

$x = -2t - x_0$



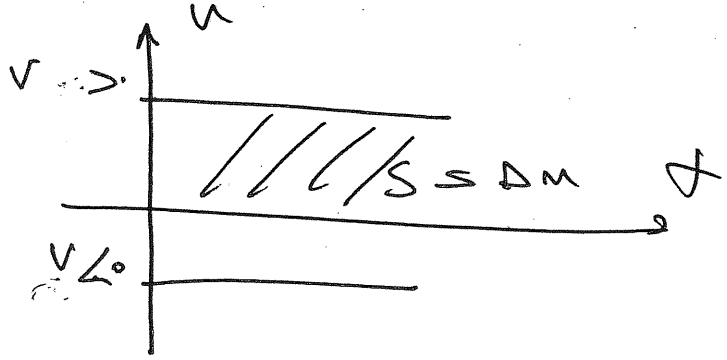
$\tan\alpha = 2$

نکته ۱ شیب دلخواه همان زاویه حرکت یک نیروست خط راست شیب دار

ص ۱۰ اگر شیب + نمودار صعودی اگر شیب - نمودار نزولی ص ۱۰ اگر شیب + باشد نمودار بالای محور زمان شروع و اگر ۹۰° - باشد نمودار از پایین محور زمان شروع می شود

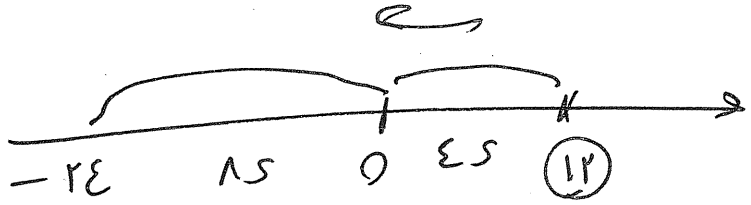
نکته نمودار سرعت زمان حرکت یک نیروست خط راست بدون شیب

ص ۱۰ اگر شیب + باشد نمودار بالای محور زمان و اگر شیب - باشد نمودار پایین محور زمان است



دانلود از اپلیکیشن پادرس

۳) ذره‌ای روی خط راست با سرعت ثابت در یک جهت در حال حرکت می‌باشد. اگر این ذره از x_1 به مبدا مکان و پس از ۸ ثانیه به ۲۴ - متری مبدا برسد حرکت آن کدام است



حرکت کند شونده

① حرکت در خلاف جهت $v_0 < 0$

② جلوتر از مبدا $x_0 > 0$

$$\bar{V} = V = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{24}{8} = 3$$

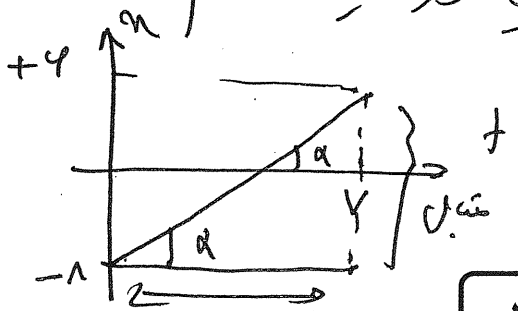
از ۱۲ متری شروع به حرکت کرده

$$\Delta x = vt = 3 \times 4 = 12$$

$$x = \pm vt \pm x_0$$

$$x = -3t + 12$$

۳) نمودار مکان زمان متحرک مانند شکل روبرو است سرعت متحرک در لحظات ثانیه ۲۰ام و در جهت بعدی در ثانیه ۵۰ام



$$v = \tan\alpha = \frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{ضلع مجاور}} = \frac{12}{7} = 2$$

سرعت ثابت در ثانیه ۲۰ام

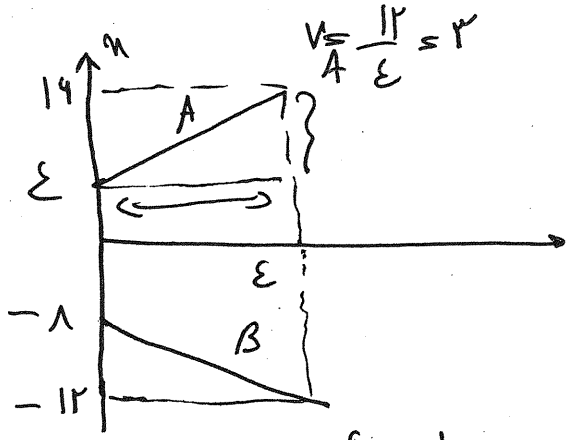
در ۲۳ ثانیه

دانلود از اپلیکیشن پادرس

$$\Delta x = vt = 25 \times 40 = 1000\ m$$

جابجایی در تغییر مکان برابر با ۰ اول و پایان

۲) نمودار مکان زمان دو متحرک A و B مانند شکل روبرو است فاصله این دو متحرک پس از ۱۰ ثانیه چند متر است



$$v_A = \frac{12}{4} = 3$$

$$x_A = 3t + 4$$

$$+ \quad x_B = -t - 1$$

$$v_B = \frac{4}{4} = 1$$

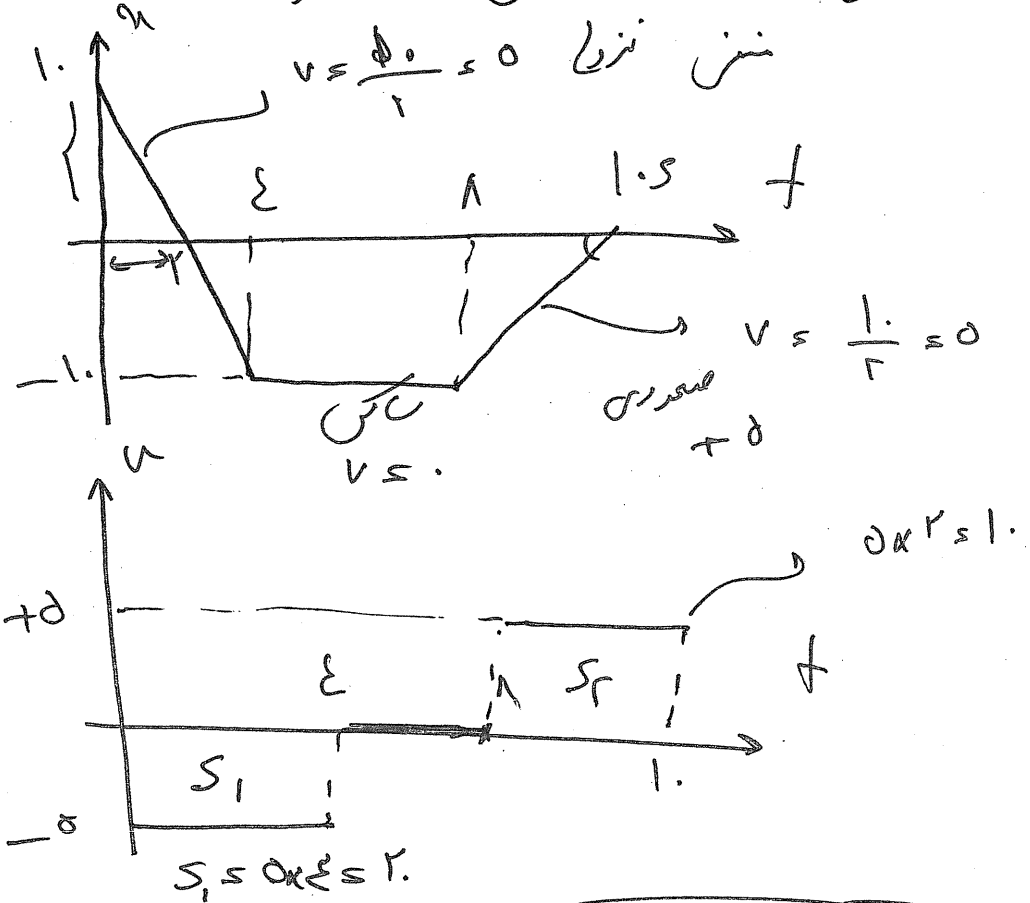
$$x_A = 3(10) + 4 = 34$$

$$x_B = -40 - 8 = -48$$

$$x_{A,B} = 34 + 18 = 52$$

دانلود از اپلیکیشن پادرس

۲۱) کودکی مکان زمان متحرکی مانند شکل زیر است سرعت متوسط کل متحرک چند m/s و مسافت طی شده چند متر است



$$\text{مسافت} = |S_1| + |S_2| = ۲۰ + ۱۰ = ۳۰$$

$$\Delta x = |S_1| - |S_2| = ۲۰ - ۱۰ = ۱۰$$ جابجایی

$$\bar{v} = \frac{-۱۰}{۱۰} = -۱$$

دانلود از اپلیکیشن پادرس

۲) دو متحرک با سرعت ثابت $15\frac{m}{s}$ و $10\frac{m}{s}$ به صورت هم‌زمان از نقطه A به طرف B حرکت می‌کنند اگر فاصله AوB برابر $600m$ باشد بیشترین فاصله‌ای که در طی این مسیر از هم دارند چقدر است

$$\begin{cases} v_1 = 15\frac{m}{s} \\ v_2 = 10\frac{m}{s} \end{cases}$$

$$x_1 = v_1 t_1 \longrightarrow 400 = 15t \longrightarrow t = 40s$$

$$x_2 = v_2 t_2 \longrightarrow x = 10 \times 40 = 400$$

$$\Delta x = 600 - 400 = 200m$$

۳) دو متحرک با سرعت ثابت $20\frac{m}{s}$ و $20\frac{m}{s}$ از نقاط A و B به طرف یکدیگر حرکت می‌کنند اگر فاصله A و B برابر $600m$ باشد در چه فاصله‌ای از مبدا با یکدیگر برخورد می‌کنند

نکته: اگر دو متحرک به سمت هم حرکت کنند متحرک دوم ← متحرک اول ← خلاف جهت

$$x = |v_1 \pm v_2| t$$

سمت حرکت

$$x = |v_1 + v_2| t \longrightarrow 600 = 50t \longrightarrow \boxed{t = 12s}$$

$$\begin{cases} x_1 = 240 \\ x_2 = 360 \end{cases}$$

دانلود از اپلیکیشن پادرس

۲) اگر دو متحرک در یک جهت حرکت کنند در هر ۴ ثانیه ۱۲ متر از هم دور می‌شوند
اگر در خلاف جهت هم حرکت کنند در هر ثانیه ۱۸ متر به هم نزدیک می‌شوند
حاصلضرب سرعت‌ها چقدر است

$12 = (v_2 - v_1)4 \rightarrow 12 = (v_2 - v_1)\times 2$

$v_2 - v_1 = 6$

$18 = (v_2 + v_1)1 \rightarrow 18 = v_1 + v_2$

$$\begin{cases} v_2 - v_1 = 6 \\ v_2 + v_1 = 18 \end{cases}$$

$2v_2 = 24 \rightarrow \boxed{v_2 = 12}$

$\boxed{v_1 = 6}$

$\boxed{v_1 \times v_2 = 72}$

۳) دو متحرک با سرعت ثابت $60\ km/h$ و $100\ km/h$ از شهر A به طرف B حرکت می‌کنند اگر اولی این مسافت را در ۱۸ ساعت طی کند دومی این فاصله را در چند ساعت طی می‌کند

$\boxed{t_1 = t_2}$ یعنی مسافت طی شده

$x = v_1 t_1$

$x_2 = v_2 t_2$

$\rightarrow v_1 t_1 = v_2 t_2$

$60 \times 18 = 100 t_2$

$\boxed{t_2 = 10.8}$

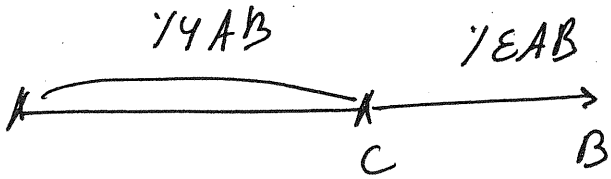
۱۰ ساعت و ۱۰ دقیقه

۱۰ ساعت و ۴۸ دقیقه ✓

$0.8 \times 60 = 48$

دانلود از اپلیکیشن پادرس

۲۳) دو متحرک با سرعت ثابت از نقاط A و B هر طرف شروع به حرکت می‌کنند و در نقطه C به هم می‌رسند و پس از این متحرک اول فاصله C تا B را در ۱۰ ثانیه طی می‌کند متحرک دوم C تا A را در چند ثانیه طی می‌کند



$t_1 = t_2$ در یک زمان

$۶AB = v_1 t_1$

$۴AB = v_2 t_2$

$\frac{۳}{۲} = \frac{v_1}{v_2}$

$۴AB = v_1 \times ۱۰$

$۶AB = v_2 t'$

$\frac{۲}{۳} = \frac{۳}{۲} \times \frac{۱۰}{t'}$

$t' = \frac{۳۰ \times ۳}{۴} = ۲۲,۵$

نکته: اگر در مسیر متحرک $\frac{۳}{۸}$ زمان خود را با سرعت v_1 و $\frac{۵}{۸}$ آن را با سرعت v_2 و ... طی می‌کند سرعت متوسط

$\bar{v} = \frac{۳}{۸} v_1 + \frac{۵}{۸} v_2 + ...$

دانلود از اپلیکیشن پادرس

۲) متحرکی $\frac{2}{5}$ زمان خود را با سرعت $20\frac{m}{s}$ و بقیه آن را با سرعت $30\frac{m}{s}$ طی کرده سرعت متوسط کدام است

$$\bar{v} = \frac{3}{5}v_1 + \frac{2}{5}v_2 \Rightarrow \bar{v} = \frac{3}{5}\times 20 + \frac{2}{5}\times 30 = 12 + 12 = 24$$

نکته اگر در کل مسیر متحرک $\frac{3}{5}$ مسیر را با سرعت v_1 و $\frac{2}{5}$ آن را با سرعت v_2 و .... طی می کند سرعت متوسط

$$\frac{1}{\bar{v}} = \frac{\frac{3}{5}}{v_1} + \frac{\frac{2}{5}}{v_2}$$

۲) متحرکی $\frac{2}{5}$ مسیری را با سرعت $20\frac{m}{s}$ و بقیه آن را با سرعت $30\frac{m}{s}$ طی می کند سرعت متوسط آن کدام است

$$\frac{1}{\bar{v}} = \frac{\frac{2}{5}}{20} + \frac{\frac{3}{5}}{30} = \frac{2}{100} + \frac{3}{150} = \frac{6+6}{300} = \frac{12}{300}$$

$$\frac{1}{\bar{v}} = \frac{1}{25} \rightarrow \boxed{\bar{v} = 25}$$

دانلود از اپلیکیشن پادرس

نکته اگر متحرکی مسافت d_1 را با سرعت v_1 و d_2 را با سرعت v_2 و ... حرکت کند سرعت متوسط از رابطه زیر محاسبه می‌شود

$$\bar{v} = \frac{v_1 t_1 + v_2 t_2 + \cdots}{t_1 + t_2 + \cdots}$$

۳) متحرکی مسافتی را با سرعت $20\ m/s$ و در زمان t_1 و با سرعت دیگر نصف اول مسیر را با سرعت $30\ m/s$ و نصف دوم را با سرعت $10\ m/s$ آن زمان حرکت در مرحله دوم t_2 باشد $\frac{t_2}{t_1}$ کدام است

$$\eta = 20 t_1$$

$$\frac{1}{\bar{v}} = \frac{1/2}{30} + \frac{1/2}{10} = \frac{1}{60} + \frac{1}{20} = \frac{1+3}{60}$$

$$\eta = 15 t_2 \qquad \frac{1}{\bar{v}} = \frac{4}{60} = \frac{1}{15}$$

$$\eta = 20 t_1 \qquad 15 t_2 = 20 t_1$$

$$\eta = 15 t_2 \longrightarrow \frac{t_2}{t_1} = \frac{20}{15} = \frac{4}{3}$$

دانلود از اپلیکیشن پادرس

۲۱ متحرکی نصف مسیر را با سرعت ۲۰ m/s و ۱/۴ مسیر را با سرعت ۱۰ m/s و بقیه آن را با سرعت ۳۰ m/s طی می‌کند سرعت متوسط

$$\frac{1}{4} = \frac{4-1-2}{4} = 1 - \frac{1}{4} - \frac{1}{2} \longrightarrow \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{n} = 1$$

$$\frac{1}{\bar{v}} = \frac{1/2}{20} + \frac{1/4}{10} + \frac{1/4}{30} = \frac{1}{40} + \frac{1}{40} + \frac{1}{120}$$

$$= \frac{3+3+1}{120} = \frac{7}{120}$$

$$\boxed{\bar{v} = \frac{120}{7}}$$

۲۲ متحرکی نصف مسیری را با سرعت ۷ و نصف مسیر باقی مانده را با سرعت ۷/۲ و نصف مسیر باقی مانده را با سرعت ۷/۴ و ... طی می‌کند

$$\bar{v} = \frac{v_1 + v_2 + \cdots + v_n}{n} \quad , \quad \frac{1}{\infty} = 0$$

نکته: اگر در یک سطح متحرک نسبت به سطح حرکت کند متحرک

جهت $v_{نسبی} = |v_1 \pm v_2|$ خلاف جهت

دانلود از اپلیکیشن پادرس

۲) اگر قایقی در جهت جریان آب حرکت کند مسافتی را در ۴ ثانیه طی می‌کند اگر در خلاف جریان آب حرکت کند همین مسافت را در ۶ ثانیه طی می‌کند سرعت قایق چند برابر سرعت جریان آب است

نسبت به آب ساکن

$$۹۱ = (v_2 + v_1) \times 4$$

$$۹۱ = (v_2 - v_1) \times 6$$

$$(v_2 + v_1) \times 4 = (v_2 - v_1) \times 6$$

$$v_2 + v_1 = 3v_2 - 3v_1$$

$$2v_1 = 4v_1 \rightarrow \boxed{v_2 = 2v_1}$$

حرکت شتاب دار: اگر بردار سرعت تغییر کند

تغییر کند ← یا بردار سرعت تغییر کند

یا اندازه ← یا جهت

فرمول‌های حرکت شتاب دار

۱) معادله سرعت

شتاب

$$v = at + v_0$$

سرعت

سرعت اولیه

دانلود از اپلیکیشن پادرس

② معادله سرعت متوسط

$$\bar{V} = \frac{V+V_0}{2} \quad \text{یا} \quad \bar{V} = \frac{1}{2}at + V_0$$

③ معادله مسافت یا جابجایی در n امین ثانیه اول

کلمه n ثانیه اول یعنی $t=0$ تا $t=n$

$$x = \frac{1}{2}at^2 + V_0t + x_0$$

x ← مسافت در n ثانیه اول

کلمه n ثانیه n ام یعنی $t=n-1$ تا $t=n$

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + V_0t$$

Δx ← جابجایی در n ثانیه اول

④ معادله مستقل از زمان

وقتی زمان مطرح نباشد

$$V^2 - V_0^2 = 2a\Delta x$$

$$V^2 - V_0^2 = 2a(x_2 - x_1)$$

دانلود از اپلیکیشن پادرس

⑤ مجموعه مستقل از زمان

وقتی زمان = صفر شد

$$\Delta x = \left(\frac{v + v_0}{2}\right) t$$

$$(x_2 - x_1) = \left(\frac{v_1 + v_2}{2}\right) t$$

⑥ سرعت یا جابجایی در ثانیه n ام

$$\Delta x_n = \frac{1}{2} a (2n - 1) + v_0$$

Δx_n ← مسافت طی شده یا جابجایی در ثانیه n ام

$(2n-1)$ ← ثانیه n ام

سرعت در ثانیه های صحیح

$$\Delta x_1 = \frac{1}{2} a + v_0$$

$$\Delta x_2 = \frac{3}{2} a + v_0$$

$$\Delta x_3 = \frac{5}{2} a + v_0$$

$$\Delta x_n = \Delta x_1 + (n-1) a$$

$$\Delta x_{n+1} - \Delta x_n = d = a$$

$$\Delta x_3 - \Delta x_2 = \Delta x_2 - \Delta x_1$$

دانلود از اپلیکیشن پادرس

نکته

$$\Delta x_n = \frac{\Delta x_{n-1} + \Delta x_{n+1}}{2}$$

$$\Delta x_2 = \frac{\Delta x_1 + \Delta x_3}{2}$$

نکته اگر در تست جابه‌جایی در t^s ام

مثلاً در 4^s ام

v_0 داریم

$$\Delta x = \frac{1}{2} a t^2 (2n-1) + v_0 t$$

t^2 یا

n امین ثانیه

اگر در تست سرعت یا جابه‌جایی در n ثانیه آخر سوال شود

$$x_n = \frac{1}{2} a n (2t - n) + v_0 n$$

n ثانیه آخر — زمان کل — n ثانیه آخر

دانلود از اپلیکیشن پادرس

۱۲) معادله سرعت متحرکی به صورت $v=2t+4$ می‌باشد

جابجایی متحرک در ۲ ثانیه سوم و جابجایی متحرک در ثانیه دوم و جابجایی متحرک در ۲ ثانیه اول کدام است

$v=2t+4$
$\quad\parallel a \qquad\parallel v_0$

جابجایی در ۲ ثانیه سوم

$$\Delta x_{t_n} = \frac{1}{2}a\left(2n-1\right)+v_0 t$$

$$\Delta x_{2_3} = \frac{1}{2}\times 2\times 4\left(2\times 3-1\right)+4\times 2 = 28^{m}$$

جابجایی در ثانیه دوم

$$\Delta x = \frac{1}{2}a\left(2n-1\right)+v_0$$

$$= \frac{1}{2}\times 2\left(2\times 2-1\right)+4 = 7$$

جابجایی در ۲ ثانیه اول

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2+v_0 t = \frac{1}{2}\times 2\times 4+4\times 2 = 12$$

۱۳) معادله سرعت زمان متحرکی به صورت $v=-2t+3$ می‌باشد سرعت متوسط در ۵ ثانیه اول و سرعت متوسط در بازه ۲ تا ۳ و سرعت متوسط در ثانیه دوم کدام است

سرعت متوسط در ۵ ثانیه اول

$$\bar{v} = \frac{1}{2}at+v_0 \longrightarrow \bar{v} = \frac{1}{2}\times(-2)\times 5+3 = -2$$

سرعت متوسط در بازه ۲ تا ۳

$$\begin{cases} v_2 = -4+3 = -1 \\ v_3 = -6+3 = -3 \end{cases} \longrightarrow \bar{v} = \frac{v_3+v_2}{2} = \frac{-1-3}{2} = -2$$

دانلود از اپلیکیشن پادرس

$\Delta x_2 = \frac{1}{2} a (2n-1) + v_0$ — سرعت متوسط در ثانیه دوم

$\Delta x_2 = \frac{1}{2} a(-2)(4-1) + 3$

$= 0$

$\Delta x_2 = 0 \longrightarrow \bar{v} = 0$ — جمعت آخر

۳) متحرکی با سرعت اولیه $20\ m/s$ حرکت می‌کند پس از ترمز می‌ایستد اگر جابه‌جایی آن در ثانیه‌ی دوم 2 متر کمتر از جابه‌جایی آن در ثانیه‌ی قبل باشد متحرک از لحظه ترمز تا ایستادن چند متر راه می‌رود؟

$a = a = 2\ m/s^2$

$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \rightsquigarrow 0 - 400 = (-2)\Delta x$

$\Delta x = 100\ m$

۴) متحرکی با سرعت اولیه 3 در ثانیه‌ی دوم 9 متر جابه‌جا می‌شود. این متحرک در ۲ ثانیه‌ی سوم چند متر جابه‌جا شده است؟

$\Delta x_4 = 4t + 3$

$\Delta x_n = \frac{1}{2} a(2t-1) + v_0$ $\quad a = 2$

$\begin{cases} \Delta x_t = at - \frac{1}{2}a + v_0 \\ \Delta_t = 2t + 3 \end{cases}$ $\quad -\frac{1}{2}a + v_0 = 3$

$v_0 = 4$

دانلود از اپلیکیشن پادرس

$$D_{n_{A_{t_n}}} = \frac{1}{2}\times 9\times t^2(2n-1) + 70\,t$$

$$= \frac{1}{2}\times 9\times 4(5) + 4\times 9\times 2 = 18$$

۳) معادله حرکت متحرکی به صورت $x_t = -2t+4$ است. مسافت طی شده توسط متحرک در ۴ ثانیه اول کدام است؟

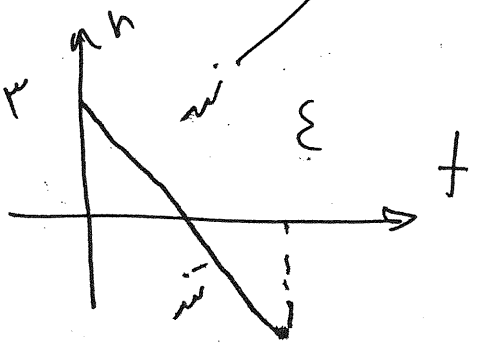
$$x_t = \frac{1}{2}a(2t-1) + v_0$$

$$\begin{cases} x_t = at - \frac{1}{2}a + v_0 \\ x = -2t + 4 \end{cases} \Rightarrow -\frac{1}{2}a + v_0 = 4$$

$$\boxed{a = -2}$$

$$\boxed{v_0 = 3}$$

$$v = -2t + 3$$



دانلود از اپلیکیشن پادرس

۳) متحرکی از حال سکون شروع به حرکت کرده و در مکان $x_1 = 2^m$ دارای سرعت $v_1 = 4 m/s$ و در مکان $x_2 = 12^m$ دارای سرعت $v_2 = 1 m/s$ است سرعت آن در مکان $x_3 = 3^m$ چقدر است؟

۴) معادله سرعت مکان متحرکی به صورت $v = 2\sqrt{2x}$ می‌باشد. نوع حرکت و چقدر است؟

$$v^2 = 8x \rightarrow x = \frac{1}{8} v^2$$

روش اول

$$\frac{dx}{dv} = \frac{1}{4} v \longrightarrow dx = \frac{1}{4} v\, dv$$

$$\begin{cases} \frac{dv}{dt} = a \\ \frac{dx}{dt} = v \end{cases}$$

$$\frac{dx}{dt} = \frac{1}{4} v \frac{dv}{dt}$$

$$v = \frac{1}{4} v(a)$$

$$\boxed{a = 4}$$

دانلود از اپلیکیشن پادرس

روش دوم

$v^2 = 8n$

$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta n$

$v^2 = 2a\Delta n$

$16 = 2a(8)$

$\boxed{a = 4}$

نکته الزاما اگر سرعت اولیه صفر باشد حرکت یکنواخت نیست

$v \propto \sqrt{n}$

$v \propto n$

اگر ثابت — متغیر

۳) از لحظه‌ای که متحرکی با سرعت $v = 2n$ از مبدا شروع به حرکت می‌کند در مکان $n = 2$ چقدر است

$v \propto n$ ← سرعت — مسافت

$v = 2n$ مثبت است

$a = 2v \longrightarrow a = 2(2n)$ زمان

$\boxed{a = 4 \quad n = 8}$

دانلود از اپلیکیشن پادرس

روش دوم

$$n = \frac{1}{2}v$$

$$\frac{dn}{dv} = \frac{1}{2} \rightsquigarrow dn = \frac{1}{2}dv$$

$$\frac{dn}{dt} = \frac{1}{2}\frac{dv}{dt}$$

$$v = \frac{1}{2}a$$

$$a = 2\bar{v} = 2(2n)$$

$$= 4n = 8$$

$$\boxed{a = 8}$$

T) متحرکی از حال سکون به‌طور شتاب ثابت شروع به حرکت می‌کند. اگر در لحظه $t = 1^s$ در مکان ۳ متری و در لحظه $t_2 = 3^s$ در مکان ۲۳ متری باشد، معادله حرکت کدام است؟

$$n = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + n_0$$

$$\begin{cases} 3 = \frac{1}{2}a + n_0 \\ 23 = \frac{9}{2}a + n_0 \end{cases} \Longrightarrow 20 = 4a \rightarrow \boxed{a = 5}$$

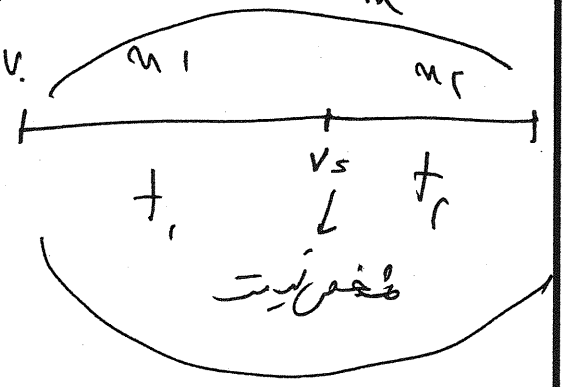
$$3 = \frac{5}{2} + n_0$$

$$\boxed{n_0 = \frac{1}{2}}$$

$$n = \frac{5}{2}t^2 + \frac{1}{2}$$

دانلود از اپلیکیشن پادرس

۲۱) متحرک از حال سکون شروع به حرکت کرده و نصف اول مسیر را در t_1 و نصف دوم آن را در t_2 طی می‌کند $\frac{t_2}{t_1}$ کدام است



$$\frac{x}{2} = \frac{1}{2} a t_1^2$$

$$\begin{cases} x = \frac{1}{2} a (t_1 + t_2)^2 \\ x = a t_1^2 \end{cases}$$

$$2 a t_1^2 = \frac{1}{2} 2 a (t_1 + t_2)^2$$

$$2 = \left(\frac{t_1 + t_2}{t_1} \right)^2$$

$$\sqrt{2} = 1 + \frac{t_2}{t_1}$$

$$\sqrt{2} - 1 = \frac{t_2}{t_1}$$

دانلود از اپلیکیشن پادرس

۲) متحرکی دو مسافت متوالی 10^m را در 2^s و 2^s طی می‌کند. بین ازمان و جابه‌جایی چه رابطه‌ای برقرار است؟

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t$$

$$\begin{cases} 10 = \frac{1}{2}a + v_0 \\ 20 = \frac{1}{2}a(9) + 2v_0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -20 = -\frac{4}{2}a - 2v_0 \\ 20 = \frac{9}{2}a + 2v_0 \end{cases}$$

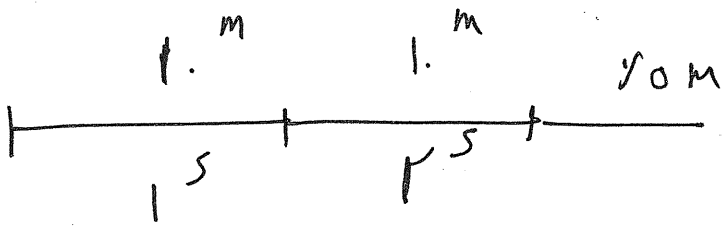
$$-10 = 3a$$

$$a = -\frac{10}{3}$$

$$10 = \frac{1}{2}\times\left(-\frac{10}{3}\right) + v_0$$

$$v_0 = \frac{35}{3}$$

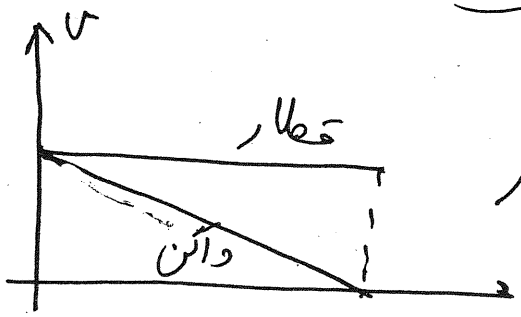
$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \rightsquigarrow a\Delta x = \frac{\frac{1225}{9}}{-\frac{20}{3}} = 20/5$$



$$20/5 - 20 = 5\%$$

دانلود از اپلیکیشن پادرس

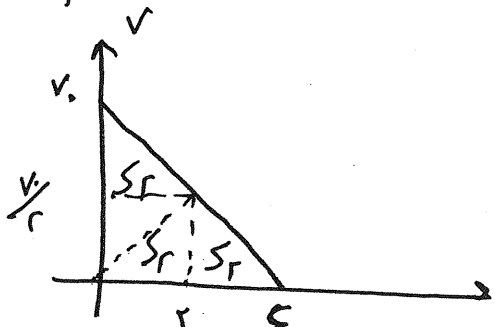
۲) قطاری با سرعت ثابت در حرکت است یک گلوله واکن آخر از آن جدا شده و با سرعت ثابت پس از مدتی می ایستد در این مدت قطار چند برابر واکن جابجا شده است



$S_{قطار} = 2S_{واکن}$

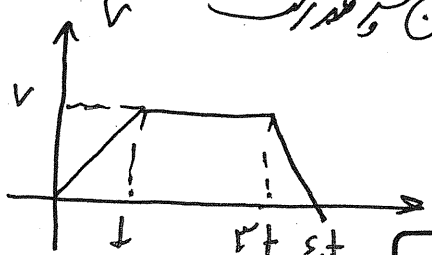
۱) ۲ ۲) ۱ ۳) ۴ ۴) $\sqrt{2}$

۳) متحرکی با سرعت اولیه پانزده که ده ثانیه بعد از شروع حرکت ساکن می شود حرکت آن در ۲ ثانیه اول چند برابر جابجایی آن در ۲ ثانیه دوم است



$S_1 = 3S_2$

۴) متحرکی از حال سکون شروع به حرکت کرده و پس از ۴ ثانیه سرعت آن به ۲ می رسد سپس با این سرعت ۲۰ ثانیه حرکت کرده و سپس ترمز می کند پس از ۴ ثانیه می ایستد سرعت متوسط آن در کل حرکت



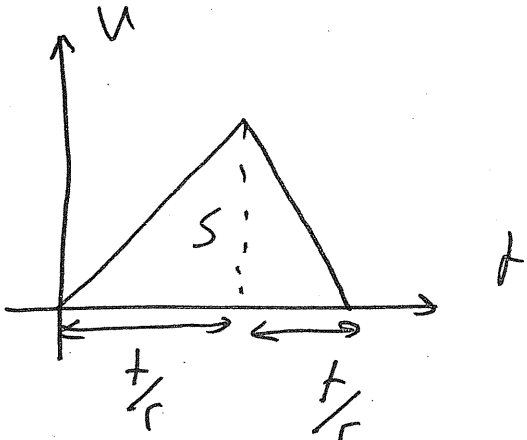
$\bar{v} = \frac{S_{کل}}{t_{کل}} = \frac{\frac{3}{2}\times 2 \times 24}{28} = \frac{36}{28} = \frac{9}{7}$

$S_{کل} = \frac{(24+4)}{2} \times 2 = 28$

$S = 3 \times 12 = 36$

دانلود از اپلیکیشن پادرس

۲۱) متحرکی از حال سکون شروع به حرکت کرده و مسافت x را در دو مرحله با شتاب‌های به اندازه‌ی a طی کرده و می‌ایستد. اگر زمان کل برابر t باشد رابطه‌ی بین x و t و a کدام است؟



$x = \frac{1}{4} a t^2$ (۱

$x = \frac{1}{8} a t^2$ (۲ ✓

$x = \frac{1}{2} a t^2$ (۳

$x = \frac{1}{16} a t^2$ (۴

$x = S = \frac{1}{2} v t$

$a = \tan\alpha = \frac{v}{t/2}$

$v = a\frac{t}{2}$

$x = \frac{1}{2}\left(a\frac{t}{2}\right)t$

$x = \frac{1}{8} a t^2$

۲۲) متحرکی از حال سکون با شتاب $2\ m/s^2$ از مبدأ مکان شروع به حرکت در امتداد خط مستقیم و در یک جهت ثابت می‌کند. $2.0\ s$ از مبدأ زمان گذشته پس از چند ثانیه به یک دیگر می‌رسند؟

$x_1 = \frac{1}{2} a t^2 = t^2$

$x_2 = 20 t$

$t^2 = 20 t$

$t = 20\ s$ ✓

$x = \frac{1}{2} a t^2 + v_0 t$

$x = v t$

دانلود از اپلیکیشن پادرس

۲) اتومبیل A با سرعت ثابت $20\frac{m}{s}$ از مبدا مکان می‌گذرد و در این لحظه از فاصله $36m$ جلوتر اتومبیل B از حال سکون و با شتاب ثابت $2\frac{m}{s^2}$ شروع به حرکت می‌کند. این دو خودرو چند ثانیه بعد به هم می‌رسند

$$\begin{cases} x_1 = 20t \\ x_1 + 36 = \frac{1}{2}at^2 + 20t \end{cases}$$

$$20t = \frac{1}{2}\times 2 t^2 + 0 - 36$$

$$t^2 - 20t - 36 = 0$$

$$\Delta = 400 + 144 = 544$$

$$t = \begin{cases} 2\,s \longrightarrow x_1 = 40 \\ 18\,s \longrightarrow x_1 = 360 \end{cases}$$

دو بار به هم می‌رسند

۳) اتومبیلی با سرعت ثابت $20\frac{m}{s}$ در حال حرکت است و از شروع شتاب یک لحظه راننده اتومبیل مانعی را می‌بیند و با شتاب $2\frac{m}{s^2}$ ترمز می‌کند. آیا راننده می‌تواند از برخورد با مانع جلوگیری کند؟ اگر نه، با چه سرعتی به مانع برخورد می‌کند؟

راننده $0.5\,s$ با سرعت ثابت حرکت می‌کند تا ...

$$x = vt = 20 \times 0.5 = 10$$

$$x = \frac{v^2}{2a} = \frac{400}{4} = 100$$

کل $x = 100 + 10 = 110$ متر

دانلود از اپلیکیشن پادرس