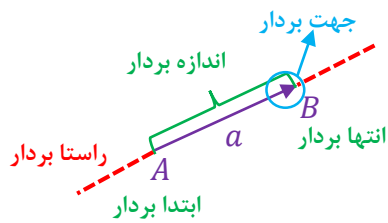


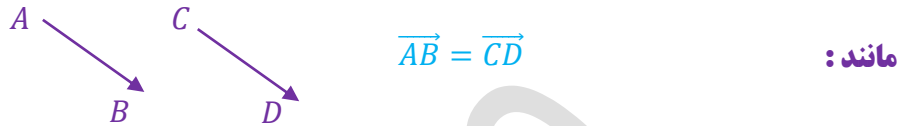
برداری و مختصات



برداری: پاره خط جهت داری است که دارای ابتدا، انتها، و راستا باشد.

نکته: بردار را با دو حرف یا با یک حرف نام گذاری می کنند: $(\vec{AB}$ یا \vec{a})

دو بردار مساوی: دو بردار در صورتی مساویند که: هم اندازه، هم جهت و هم راستا باشند.



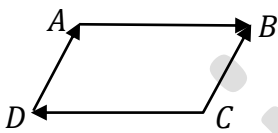
دو بردار قرینه: دو بردار در صورتی قرینه اند که: هم اندازه، هم راستا ولی خلاف جهت یکدیگر باشند.



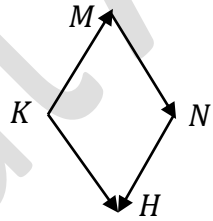
نکته: حاصل جمع هر بردار با قرینه خودش برابر با صفر است: $(\vec{AB} + \vec{CD} = 0)$

مثال: در هر شکل بردارهای مساوی و قرینه را مشخص کنید.

(\vec{DA}, \vec{CB}) : بردارهای مساوی:



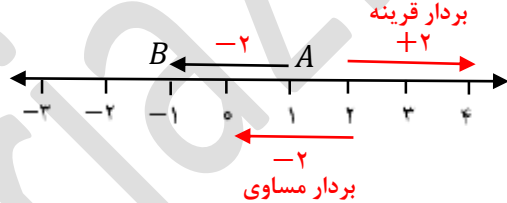
(\vec{KH}, \vec{MN}) : بردارهای مساوی:



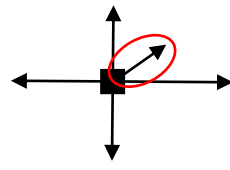
(\vec{AB}, \vec{CD}) : بردارهای قرینه:

(\vec{KM}, \vec{NH}) : بردارهای قرینه:

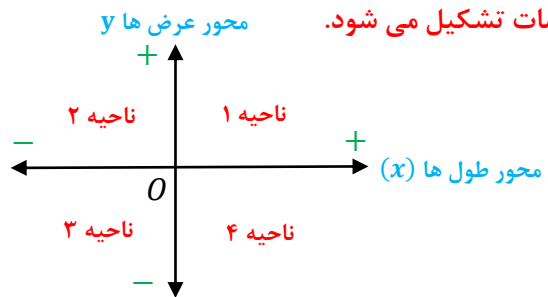
مثال: با توجه به بردار رسم شده زیر یک بردار قرینه و یک بردار مساوی، از نقطه ۲ رسم کنید.



مثال: با توجه به نیروهای وارده شده به هر شکل، جسم به کدام سمت حرکت می کند؟ چرا؟



دستگاه مختصات: از عمود شدن دو محور اعداد، دستگاه مختصات تشکیل می شود.



(محور افقی، محور طول ها (x) نام دارد)

(محور عمودی، محور عرض ها (y) نام دارد)

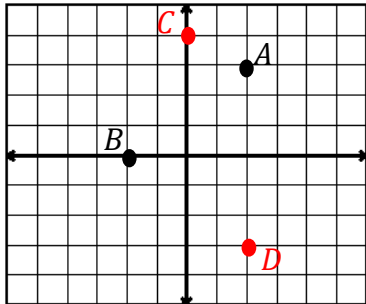
(نقطه برخورد دو محور، مبدا مختصات (0) نام دارد)

بردار و مختصات

نکته: برای دست آوردن مختصات نقاط از مبدا مختصات اول طول (افقی) و بعد عرض (عمودی) را می شماریم.

نکته: مختصات نقطه و بردار را به صورت $\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$ نشان می دهند. که عدد بالا طول و عدد پایین عرض مختصات نام دارد.

نکته: نقاطی که روی محور طول ها قرار داشته باشند عرض آن ها صفر و نقاطی که روی محور عرض ها قرار داشته باشند طول آن ها صفر است.



مثال: با توجه به دستگاه مختصات مقابل:

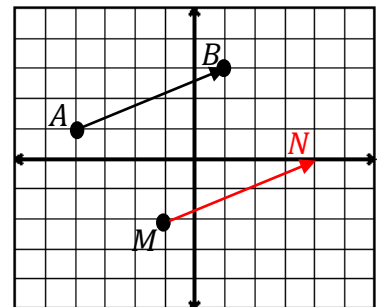
الف) مختصات نقاط A و B را بنویسید. $A = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$ $B = \begin{bmatrix} -2 \\ 0 \end{bmatrix}$

ب) نقاط $C = \begin{bmatrix} 0 \\ 3 \end{bmatrix}$ و $D = \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \end{bmatrix}$ را در دستگاه مختصات نشان دهید.

نکته: برای به دست آوردن مختصات یک بردار از ابتدا بردار اول طول بعد عرض را می شماریم.

نکته: برای نوشتن جمع برای یک بردار از رابطه ی (انتها بردار = اندازه بردار + ابتدا بردار) استفاده می کنیم.

مثال: با توجه به دستگاه مختصات زیر:



الف) مختصات نقاط A و B را بنویسید. $A = \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \end{bmatrix}$ $B = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix}$

ب) مختصات بردار \overrightarrow{AB} را بنویسید. $\overrightarrow{AB} = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix}$

ج) جمع متناظر بردار \overrightarrow{AB} را بنویسید. $A + \overrightarrow{AB} = B \Rightarrow \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix}$

د) نقطه M را با بردار انتقال \overrightarrow{AB} به نقطه N منتقل کرده و مختصات نقطه N را بنویسید. $N = \begin{bmatrix} 3 \\ 0 \end{bmatrix}$

مثال: الف) اگر مختصات $A = \begin{bmatrix} -2 \\ 3 \end{bmatrix}$ و $\overrightarrow{AB} = \begin{bmatrix} 4 \\ -5 \end{bmatrix}$ باشد مختصات نقطه B چند است.

$$A + \overrightarrow{AB} = B \Rightarrow \begin{bmatrix} -2 \\ 3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 4 \\ -5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ -2 \end{bmatrix}$$

ب) اگر مختصات $C = \begin{bmatrix} -3 \\ -7 \end{bmatrix}$ و $D = \begin{bmatrix} -2 \\ 6 \end{bmatrix}$ باشد. مختصات بردار \overrightarrow{CD} چند است.

$$C + \overrightarrow{CD} = D \Rightarrow \begin{bmatrix} -3 \\ -7 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 13 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 \\ 6 \end{bmatrix}$$

بردار و مختصات

نکته: قرینه هر بردار نسبت به محور طول ها ، عرض قرینه می شود.

مانند: $\vec{a} = \begin{bmatrix} -4 \\ 2 \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{قرینه نسبت به محور طول ها}} \vec{a} = \begin{bmatrix} -4 \\ -2 \end{bmatrix}$

نکته: قرینه هر بردار نسبت به محور عرض ها ، طول قرینه می شود.

مانند: $\vec{a} = \begin{bmatrix} 3 \\ 5 \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{قرینه نسبت به محور عرض ها}} \vec{a} = \begin{bmatrix} -3 \\ 5 \end{bmatrix}$

نکته: قرینه هر بردار نسبت به مبدا مختصات ، طول و عرض قرینه می شوند.

مانند: $\vec{a} = \begin{bmatrix} -3 \\ -4 \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{قرینه نسبت به مبدا مختصات}} \vec{a} = \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix}$

جمع و تفریق مختصات: طول با طول و عرض با عرض جمع و تفریق می شوند.

مثال: حاصل جمع و تفریق های زیر را به دست آورید.

$$\begin{bmatrix} -5 \\ 7 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 \\ -6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -5 + 2 \\ 7 - 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 \\ 1 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 \\ 7 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -6 \\ 10 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 - 1 + 6 \\ 2 + 7 - 10 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 \\ -1 \end{bmatrix}$$

مثال: مقدار x و y را در مختصات های زیر به دست آورید.

$$\begin{bmatrix} -8 \\ 3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 \\ -6 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} -8 + x = -2 \Rightarrow x = 6 \\ 3 + y = -6 \Rightarrow y = -9 \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} 2x \\ -4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 3 \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ -6 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} 2x - 3 = 5 \Rightarrow 2x = 8 \Rightarrow x = 4 \\ -4 - y = -6 \Rightarrow -y = -2 \Rightarrow y = 2 \end{cases}$$