

## فصل سوم

چند ضلعی ها

توازی و تعامد

چهار ضلعی ها

زاویه خارجی و داخلی

هندسه

امام علی (ع) می فرماید: اگر بردبار نیستی خود را بردبار نشان بده زیرا کمتر کسی است که خود را شبیه گروهی کند و سرانجام یکی از آنها نشود.

هوالمحق

فرزندگان

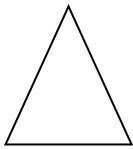
سلام بر شهیدی که برای برپایی دین خدا... سخت زندگی کرد و سخت جان داد... یا حسین!

ریاضی ۸

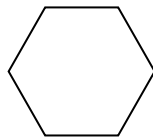
فصل سوم

هندسه فصل سوم شامل چند بخش است.

بخش اول چند ضلعی ها... هر خط شکسته بسته به شرطی که اضلاعش فقط در رأس ها برخورد داشته باشند را یک چند ضلعی می گویند.



هست

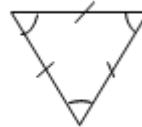
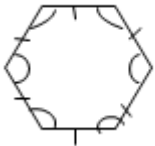


هست



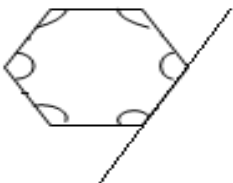
نیست

چند ضلعی منتظم: همه ضلعهایش با هم و همه زاویه هایش نیز با هم برابرند.



چند ضلعی محدب یا کوژ ← هر یک از زاویه هایش از  $180^\circ$  درجه کمتر است.

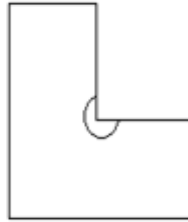
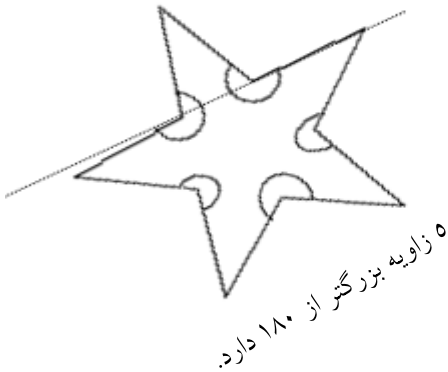
نشانه های دیگر: هر یک از ضلع هایش را امتداد دهی چند ضلعی دقیقاً در یک طرف می افتد.



**چند ضلعی مقعر (کاو)** ← حداقل یکی از زاویه هایش از  $180$  درجه بزرگتر است.

**نشانه دیگر:** اگر یکی از ضلع هایش را امتداد دهیم چهار ضلعی در دو طرف فقط قرار می گیرد.

\*در هر  $n$  ضلعی مقعر حداقل یک ضلع با ویژگی بالا وجود دارد.



**برای هر  $n$  ضلعی محدب داریم:**

(۱) مجموع زوایای داخلی  $= (n-2) \times 180$

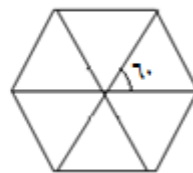
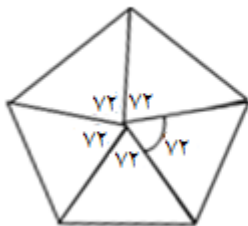
(۲) مجموع زوایای خارجی هر  $n$  ضلعی  $= 360$

(۳) هر زاویه داخلی  $n$  ضلعی منتظم برابر  $\leftarrow \frac{(n-2) \times 180}{n}$

(۴) هر زاویه خارجی  $n$  ضلعی منتظم برابر  $\leftarrow \frac{360}{n}$

(۵) هر زاویه مرکزی  $n$  ضلعی منتظم برابر  $\leftarrow \frac{360}{n}$

**مثال** هر زاویه مرکزی شکل های منتظم زیر را بنویسید.



$$360 \div 5 = 72$$

$$\frac{360}{4} = 90$$

$$\frac{360}{6}$$

می توانی با الگویابی بدست  
آوری یادت باشد دلیلش را هم  
می خواهم!

۶) تعداد قطرهای هر  $n$  ضلعی دلخواه برابر است با  $\leftarrow$ ؟؟

لطفا خودت بنویس جواب ۶ را

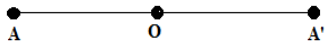
**تمرین:** هر زاویه داخلی یک  $n$  ضلعی منتظم برابر  $144$  درجه است.  $n$ ؟ راه حل؟

\*در هر  $n$  ضلعی منظم حداکثر ۳ زاویه  $90$  درجه می توان رسم کرد چرا؟ ( $n > 4$ )

جواب: مجموع زوایای خارجی هر  $n$  ضلعی  $360$  می باشد. اگر در یک ۵ ضلعی مثلاً، ۴ زاویه  $90$  باشد مجموع زاویه های خارجی آن ۴ تا  $360$  شده و دیگر زاویه ای برای پنجمی نمی ماند.

### تقارن نسبت به یک نقطه

اگر نقطه  $O$  وسط پاره خط  $AA'$  باشد، دو نقطه  $A$  و  $A'$  نسبت به نقطه  $O$  قرینه ی هم هستند.



\*  $A'$  را قرینه  $A$  می گویند نسبت به  $O$

**مرکز تقارن یک شکل:** هرگاه نقطه ای درون یک شکل یافت شود به طوری که قرینه هر نقطه از شکل نسبت به

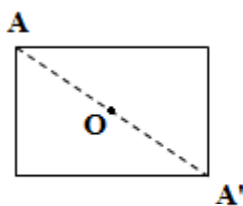
آن، روی خود شکل بیفتد، به آن مرکز تقارن می گویند.

\* هر فرد ضلعی منتظم مرکز تقارن ندارد

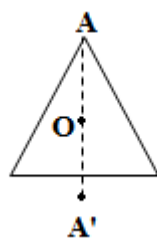
\* هر زوج ضلعی منتظم مرکز تقارن دارد.

\* متوازی الاضلاع، لوزی، مستطیل مرکز تقارن دارند.

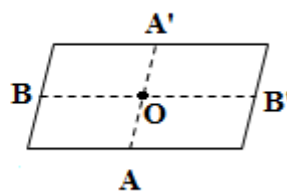
به هر شکل توجه کن



$O$  مرکز تقارن است.

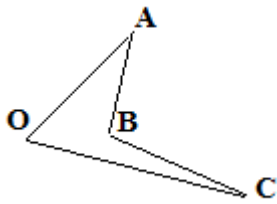


$O$  مرکز تقارن نیست.



$O$  مرکز تقارن است.

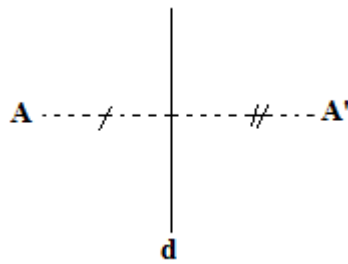
مثال (کتاب) شکل زیر را طوری کامل کنید که نقطه  $O$  مرکز تقارن آن شکل شود.



حل: از سه رأس  $C, B, A$  به  $O$  وصل کرده

به اندازه خودش امتداد می دهیم تا  $A', B', C'$  را بیابیم

تقارن نسبت به یک خط: اگر خط  $d$  عمود منصف پاره خط  $AA'$  باشد، دو نقطه ای

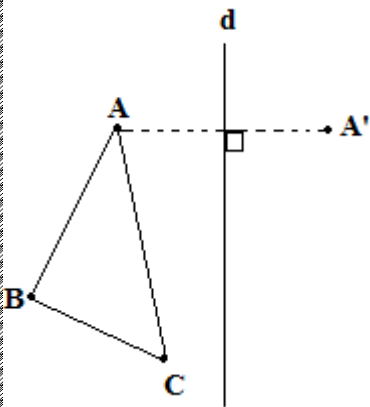


$A$  و  $A'$  نسبت به خط  $d$  قرینه ی یکدیگرند.

قرینه شکل مقابل را نسبت به محور  $d$  رسم کنید.

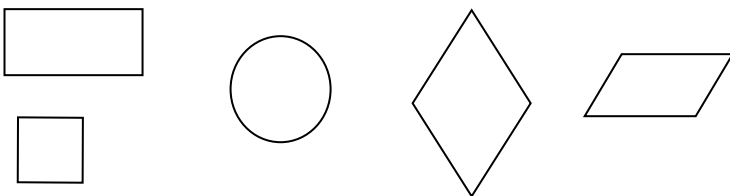
حل: از هر نقطه بر خط  $d$  عمودی رسم می کنیم و به اندازه ی خودش

ادامه می دهیم.



محور تقارن یک شکل: خطی است که شکل را به دو قسمت مساوی و قابل انطباق تقسیم می کند.

\*هر  $n$  ضلعی منتظم  $n$  محور تقارن دارد.



محور تقارن هر شکل را رسم کن.

مستطیل ..... محور تقارن دارد. مربع ..... محور تقارن دارد.

دایره ..... محور تقارن دارد. متوازی الاضلاع ..... محور تقارن دارد.

لوزی ..... محور تقارن دارد. شکلی که مرکز تقارن دارد اما محور تقارن ندارد.....

\*محور تقارن یک زاویه همان نیمساز زاویه می باشد.

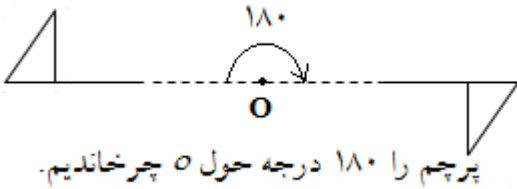
\*تقارن مرکزی نسبت به یک نقطه را دوران  $180^\circ$  درجه مرکزی نیز می نامند.

در دوران  $180^\circ$  درجه مرکزی شکل وارونه می شود. زیرا نیم دور در صفحه می چرخد.

\*هر شکل را دو بار  $180^\circ$  دوران هم بر خودش منطبق می شود.

\*هر شکل را  $360^\circ$  درجه دوران دهیم بر خودش منطبق می شود.

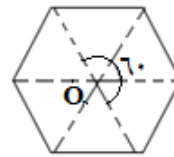
\*هر شکل را 4 بار، دوران  $90^\circ$  درجه دهیم بر خودش منطبق می شود.



در هر  $n$  ضلعی منتظم نقطه  $O$  وجود دارد که از تمام گوشه های به یک فاصله می باشد.

اگر از  $O$  به گوشه های  $n$  ضلعی وصل کنیم زاویه های مساوی ایجاد می شود که هر کدام از طریق  $\frac{360}{n}$  محاسبه می

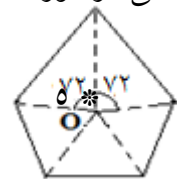
شوند.



\*  $6^\circ$  ضلعی منتظم بعد از دوران  $60^\circ$ ،  $120^\circ$ ،  $180^\circ$ ، ... مضارب  $60^\circ$ ، حول  $O$ ، بر خودش منطبق می شود.

\*  $6^\circ$  ضلعی در دوران  $180^\circ$  درجه هم بر خودش منطبق می شود پس  $O$  مرکز تقارن آن نیز می باشد.

ضلعی منتظم بعد از دوران  $72^\circ$  و مضارب آن حول  $O$  بر خودش منطبق می شود.



$5^\circ$  ضلعی منتظم بعد از  $180^\circ$  درجه بر خودش منطبق نمی شود پس  $O$  مرکز تقارن نیست.

\*در هر  $8^\circ$  ضلعی منتظم هر زاویه مرکزی  $45^\circ$  می شود. پس هر  $8^\circ$  ضلعی منتظم بعد از  $45^\circ$  و مضارب آن بر خودش

منطبق می شود.  $\leftarrow 8^\circ$  ضلعی منتظم بعد از  $180^\circ$  درجه نیز بر خودش منطبق می شود. پس  $O$  مرکز تقارن است.

$$\text{هر } n \text{ ضلعی منتظم بعد از هر دوران } \frac{360}{n} \text{ درجه حول } O \text{، بر خودش منطبق می}$$

## تمرین های فصل (۳) چند ضلعی ها

(۱) کامل کنید.

- اندازه ی هر زاویه داخلی ۸ ض منظم ..... درجه می باشد.

- به هر خط شکسته ی بسته ..... می گویند.

- هر زاویه خارجی ۱۰ ضلعی منتظم برابر ..... است.

- مجموع زوایای خارجی ۲۰ ضلعی برابر ..... است.

- زاویه خارجی یک  $n$  ضلعی منتظم ۱۸ می باشد ،  $n$  برابر عدد ..... می باشد.- زاویه خارجی یک  $n$  ضلعی منتظم ۴۵ است  $n$  ضلعی دارای ..... قطر است.- زاویه داخلی یک  $n$  ضلعی منتظم ۱۴۴ است. از هر رأس آن ..... قطر می گذرد.

- چهار ضلعی که محور تقارن دارد اما مرکز تقارن ندارد ..... نامیده می شود.

- چهار ضلعی که مرکز تقارن دارد اما محور تقارن ندارد ..... نامیده می شود.

- شکلی که ۵ محور تقارن دارد اما مرکز تقارن ندارد ..... نامیده می شود.

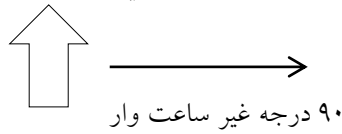
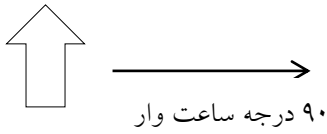
- یک ۵ ضلعی منتظم با دوران ۷۲ درجه حول  $O$  بر خودش منطبق .....  


(۲) آیا یک ده ضلعی منتظم بعد از دوران ۱۰۸ درجه حول مرکز تقارنش ، بر خودش منطبق می شود؟ چرا؟

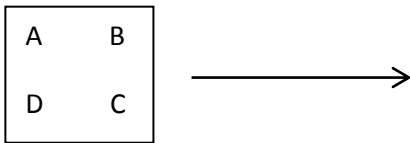
(۳) یک ۶ ضلعی منتظم و یک ۴ ضلعی هر کدام در دوران های چند درجه حول مرکز تقارنشان، بر خود منطبق می شوند؟

(۴) دوران ۲۴۶ درجه ای یک ۵ ضلعی منتظم حول  $O$  با کدام دوران زیر برابر است؟ چرا؟  $۱۸۰^\circ$   $۴۵^\circ$   $۳۰^\circ$   $۶۰^\circ$

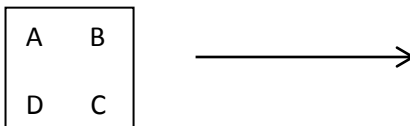
۵) شکل زیر را با دوران خواسته شده، دوران دهید.



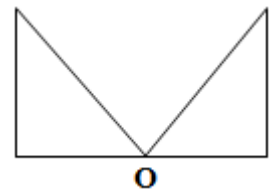
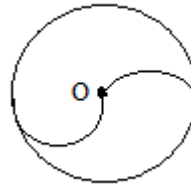
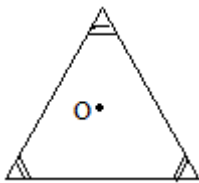
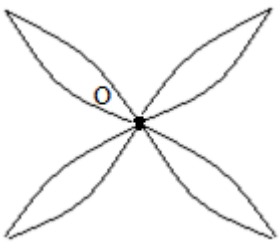
۶) شکل زیر پس از ۲۰۱۵ بار دوران ۹۰ درجه ساعت وار به چه صورت می شود.



۷) شکل زیر بعد از ۱۳۹۳ بار دوران ۱۸۰ درجه به چه صورت می شود.



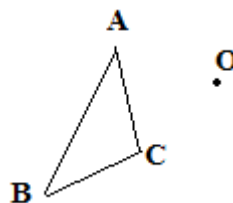
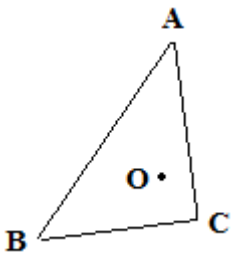
۸) در کدام شکل O مرکز تقارن هست.



۹) از حروف لاتین بزرگ، حروفی را بنویسید که نماد آنها مرکز تقارن داشته باشد؟

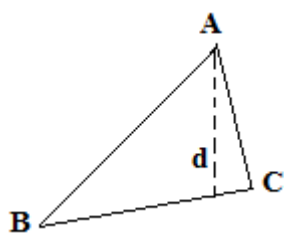
ب) حروفی که محور تقارن دارند را بنویسید.

۱۰) قرینه هر شکل را نسبت به نقطه O رسم کنید.





۱۱) قرینه هر شکل را نسبت به خط  $d$  رسم کنید.



۱۲) در یک ۱۲ ضلعی از هر رأس آن چند تا قطر؟ کل قطرها

۱۳) اگر از هر گوشه یک  $n$  ضلعی ۸ قطر بگذرد، مجموع زوایای داخلی آن چند درجه است؟

۱۳) اگر تعداد قطرهای یک  $n$  ضلعی منتظم ۲۰ باشد هر زاویه خارجی آن چند درجه است؟

۱۴) هر زاویه مرکزی ۲۰ ضلعی منتظم؟

۱۵) اگر زاویه مرکزی یک  $n$  ضلعی منتظم ۴۵ درجه باشد، آن  $n$  ضلعی چند قطر؟

۱۶) هر زاویه داخلی آن؟

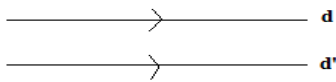
۱۷) هر زاویه خارجی آن؟

۱۸) هر زاویه داخلی یک  $n$  ضلعی منتظم ۱۳۵ می باشد. هر زاویه مرکزی آن؟

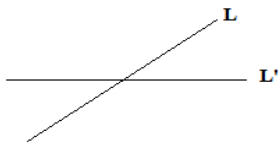
۱۹) مجموع زوایای داخلی یک  $n$  ضلعی ۱۰۸ می باشد. از هر رأس آن چند قطر؟

**بخش دوم : توازی**

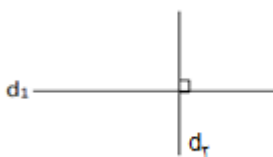
**توازی و تعامد**



دو خط  $d$  و  $d'$  موازی هستند و می نویسیم  $d \parallel d'$



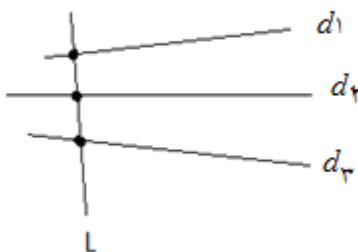
دو خط  $L$  و  $L'$  متقاطع هستند و می نویسیم  $L \not\parallel L'$



دو خط  $d_1$  و  $d_2$  بر هم عمود هستند و می نویسیم  $d_1 \perp d_2$

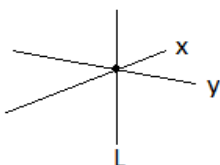
**خط مورب :** اگر خطی چند خط دیگر را در نقاط جدا از هم قطع کند به آن خط مورب می گویند.

در شکل خط  $L$  سه خط دیگر را در سه نقطه جداگانه قطع کرده است پس  $L$  مورب است.

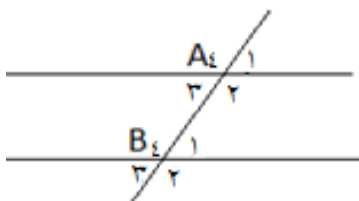


لازم نیست سه خط  $d_1$  و  $d_2$  و  $d_3$  موازی باشند.

در شکل زیر  $L$  دو خط دیگر را در نقطه مشترک قطع کرده پس  $L$  مورب نیست.



**\*قضیه :** اگر خط موربی دو خط موازی را قطع کند زاویه ایجاد می شود.  $\angle$  زاویه تند و برابر و  $\angle$  زاویه باز برابر:



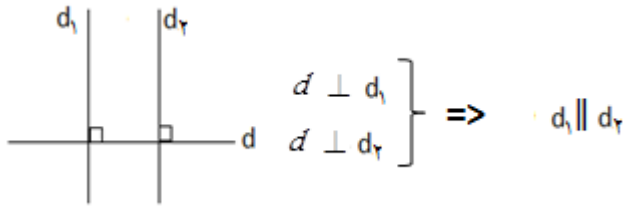
$$\hat{A}_1 = \hat{A}_2 = \hat{B}_1 = \hat{B}_2$$

$$\hat{B}_3 = \hat{B}_2 = \hat{A}_3 = \hat{A}_2$$

\* یک زاویه باز و یک زاویه تند مکمل هم هستند.  $\hat{A}_1 + \hat{A}_2 = 180^\circ, \hat{A}_1 + \hat{B}_1 = 180^\circ, \dots$

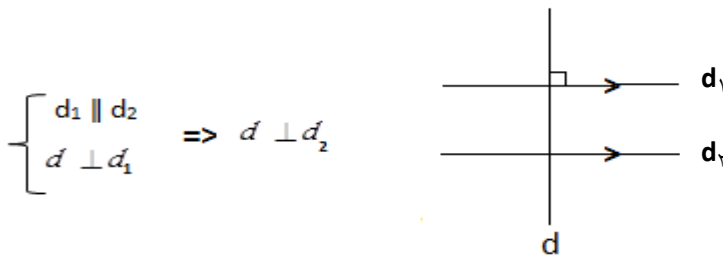
\*  $\hat{A}$  و  $\hat{B}$  را دو زاویه متبادل داخلی برابر گویند.

### اصول توازی (معروف به اصول اقلیدس)

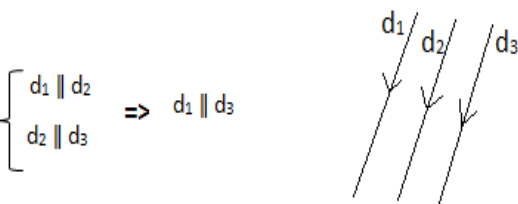


اصل (۱) دو خط عمود بر یک خط با هم موازی اند.

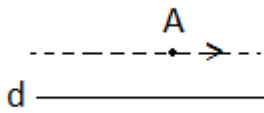
اصل (۲) اگر خطی بر یکی از دو خط موازی عمود شد بر دیگری نیز عمود می شود.



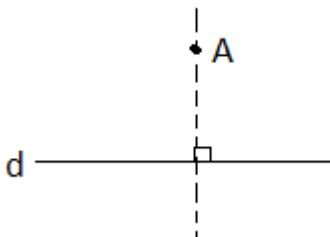
اصل (۳) دو خط موازی با یک خط خودشان با هم موازی اند.



اصل (۴) از یک نقطه خارج خط فقط یک خط موازی با آن می توان رسم کرد.



اصل (۵) از یک نقطه خارج خط فقط یک خط عمود بر آن می توان رسم کرد.



### تمرین توازی و تعامد و چند ضلعی

(۱) نتیجه هر استنتاج روبرو را بنویس.

$$\begin{cases} a \perp b \\ b \perp c \end{cases} \Rightarrow \dots$$

$$\begin{cases} a \parallel b \\ a \parallel c \end{cases} \Rightarrow \dots$$

$$\begin{cases} x \parallel y \\ y \perp z \end{cases} \Rightarrow \dots$$

۲) دو خط عمود بر یک خط با هم.....

اگر خطی بر یکی از دو خط موازی عمود باشد بر دیگری نیز.....

دو خط موازی با یک خط خودشان با هم.....

۳) جمله زیر را به صورت ریاضی بنویسید.

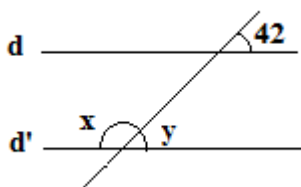
اگر خطی بر یکی از دو خط موازی عمود باشد بر دیگری نیز عمود است.

$$\left\{ \begin{array}{l} \dots \\ \dots \end{array} \right. \Rightarrow \dots$$

$$\left\{ \begin{array}{l} a \parallel b \\ b \parallel c \end{array} \right. \Rightarrow a \parallel c$$

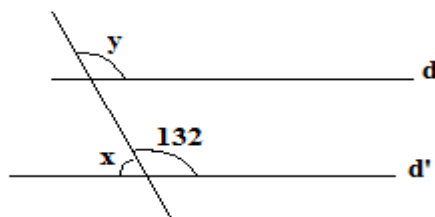
۴) عبارت ریاضی زیر را به صورت کلامی بنویس.

۵) در شکل  $d \parallel d'$  زاویه های خواسته شده را به دست آورید.



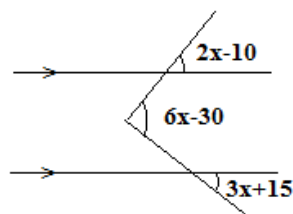
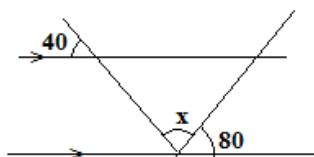
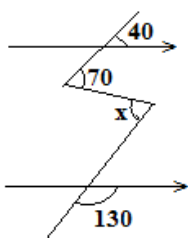
$$\hat{x} = \dots$$

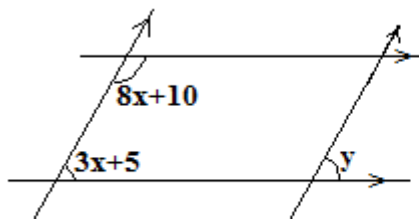
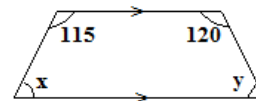
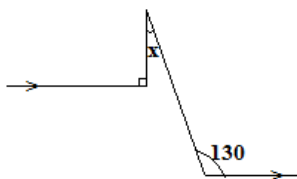
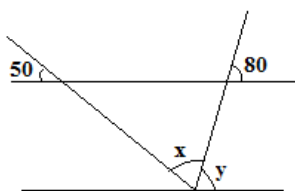
$$\hat{y} = \dots$$



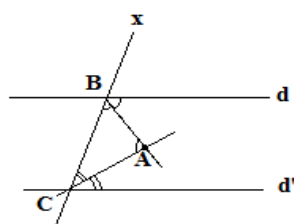
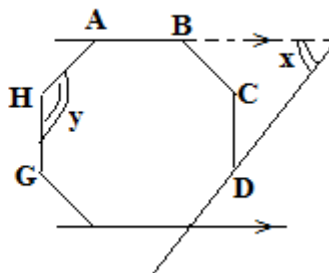
$$\hat{x} + \hat{y} = \dots$$

۶) در هر شکل زیر مقادیر مجهول را به دست آورید.





۸ ض منتظم



۷) در شکل  $d \parallel d'$  و  $\hat{A} = 90^\circ$  می باشد. ثابت کنید.  $\hat{C} = \hat{B}$  و  $AC$  نیمساز  $\hat{C}$  می باشد.

۸) تعداد قطرهای یک چند ضلعی محدب  $170$  می باشد. از هر رأس آن چند قطر می گذرد؟

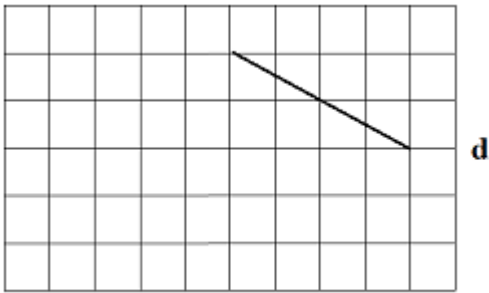
۹) مجموع تعداد قطرهای و ضلع های یک چند ضلعی محدب برابر  $190$  شده است. چند ضلع دارد؟

۱۰) برای تشخیص  $n$  ضلعی مقعر سه نشانه وجود دارد؟ بنویسید.

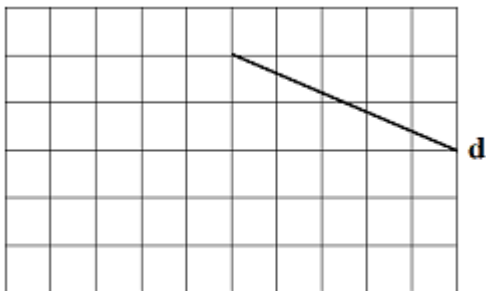
۱۱) در یک  $n$  ضلعی محدب حداکثر چند زاویه  $60$  درجه می توان رسم کرد چرا؟

۱۲) در صفحه شطرنجی یک مستطیل  $3 \times 5$  رسم کرده و قطر  $AC$  را ترسیم کن حال بدون خط کش و گونیا عمود منصف  $AC$  را رسم کن و توضیح بده!

۱۳) در صفحه شطرنجی مقابل روش ترسیم خط عمود بر خط  $d$  را توضیح بده! بدون خط کش و وسایل ترسیم....



۱۴) در صفحه مقابل روش ترسیم خط موازی با خط  $d$  را توضیح بده! بدون وسایل ترسیم....



### چهار ضلعی ها

متوازی الاضلاع: چهار ضلعی است که اضلاع آن دو به دو موازی هستند.

$$AB \parallel DC \text{ و } AD \parallel BC$$

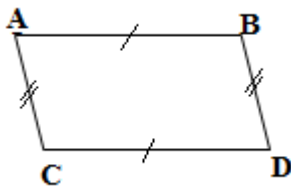
### ویژگی های متوازی الاضلاع

- اضلاع مقابل دو به دو با هم برابرند.

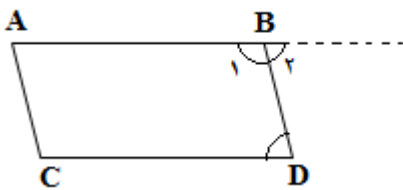
- زاویه های مقابل برابرند.

- زاویه های مجاور مکمل اند.

- قطر ها منصف یکدیگرند.



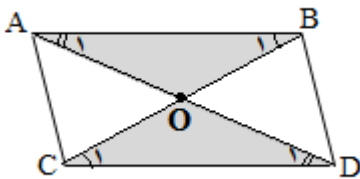
**قضیه**: ثابت کنید در متوازی الاضلاع زاویه های مجاور مکمل اند.



فرض:  $AC \parallel BD$  و  $AB \parallel DC$  حکم:  $B_1 + D = 180$

$$B_1 + B_2 = 180 \quad B_2 = D \Rightarrow B_1 + D = 180$$

**قضیه**: ثابت کنید در متوازی الاضلاع قطر ها منصف یکدیگرند.



متوازی الاضلاع : فرض

حکم:  $AO = OC$  و  $BO = OD$

$$\left. \begin{array}{l} \triangle OAB, \triangle OCD \\ \triangle OAD, \triangle OBC \end{array} \right\} \begin{array}{l} \overline{AB} = \overline{CD} \rightarrow \text{متوازی الاضلاع} \\ B_1 = C_1 \rightarrow AB \parallel CD \quad \text{مورب } BC \xrightarrow[\triangle \cong \triangle]{\text{رض}} \\ A_1 = D_1 \rightarrow AB \parallel CD \quad \text{مورب } AD \end{array} \quad Ao = oD, Bo = oc$$

**مستطیل:** چهار ضلعی است که ۴ زاویه ۹۰ درجه دارد.

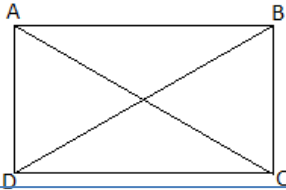
+ متوازی الاضلاعی است که یک زاویه ۹۰ درجه دارد.

+ مستطیل نوعی متوازی الاضلاع است و ۴ خاصیت متوازی الاضلاع را دارد.

### ویژگی مستطیل

- قطرها با هم برابرند.

$$AC=BD$$



**لوزی:** چهار ضلعی است که ۴ ضلع برابر دارد.

\* متوازی الاضلاعی است که دو ضلع مجاورش برابرند.

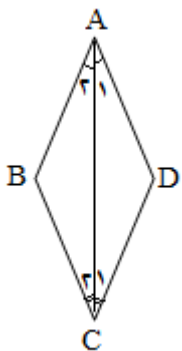
\* لوزی نوعی متوازی الاضلاع است و ۴ خاصیت متوازی الاضلاع را دارد.

### ویژگی لوزی

- قطرها بر هم عمودند.

- قطرها نیمساز زاویه های مقابل اند.

**قضیه:** ثابت کنید در لوزی قطرها نیمساز زاویه های مقابل اند.



حکم:  $C_1 = C_2$  و  $A_1 = A_2$  : لوزی فرض

$$\begin{array}{l} \triangle ADC = \triangle ABC \left\{ \begin{array}{l} \overline{AC} = \overline{AC} \rightarrow \text{مشترک} \\ \overline{AB} = \overline{AD} \rightarrow \text{لوزی} \\ \overline{BC} = \overline{DC} \rightarrow \text{لوزی} \end{array} \right. \begin{array}{l} \xrightarrow{\text{ض ض ض}} \\ \xrightarrow{\Delta = \Delta} \end{array} \begin{array}{l} A_1 = A_2 \text{ و } C_1 = C_2 \end{array} \end{array}$$

**مربع:** چهار ضلعی است که ۴ ضلع برابر و ۴ زاویه ۹۰ درجه دارد.

\* متوازی الاضلاعی است که ۲ ضلع مجاور برابر و زاویه ۹۰ درجه دارد.



\* لوزی است که یک زاویه ی ۹۰ درجه دارد.

\* لوزی است که قطرهایش برابرند.

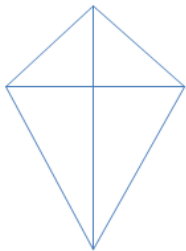
\* مربع ، مستطیلی است که دو ضلع مجاورش برابرند.

### ویژگی مربع

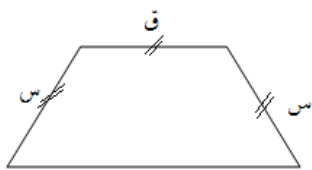
- قطرهایش عمود و منصف و برابرند.

\* مربع نوعی لوزی است زیرا تمام ویژگی های لوزی را دارد اما لوزی ، مربع نیست زیرا تمام ویژگی های مربع را ندارد.

\* اگر در یک چهار ضلعی قطرها بر هم عمود باشند لزوماً لوزی است؟ خیر ممکن است شبه لوزی یا کایت باشد. قطرها عمودند اما شکل لوزی نیست.

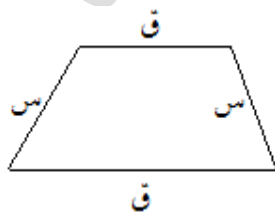


ذوزنقه: چهار ضلعی است که فقط دو ضلع موازی دارد.

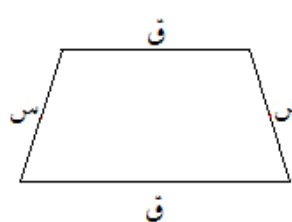


ذوزنقه ایرانی

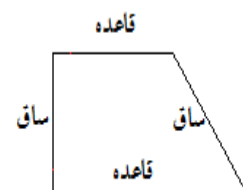
(سه ضلع برابر دارد.)



مختلف الاضلاع



متساوی الساقین

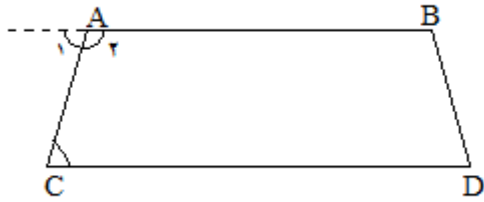


قائم الزاویه

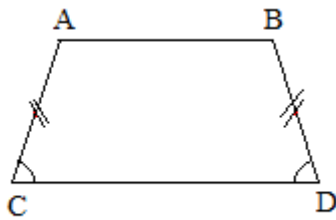
ویژگی مهم: در هر نوع ذوزنقه دو زاویه مجاور به هر ساق مکمل اند.

حکم  $B+D=180$  و  $A+C=180$

$A+C \rightarrow$  مورب  $AB$  و  $AB \parallel DC$



$$\underbrace{A+A}_{C+A} = 180$$

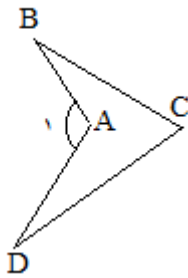


ویژگی دوزنقه متساوی الساقین: دو زاویه مجاور به قاعده برابرند.

### نکات فصل ۳ (چهار ضلعی ها)

(۱) در یک ۴ ضلعی مقعر اندازه ی زاویه خارجی A برابر است با:

$$\hat{A} = C+B+D \text{ چرا؟}$$



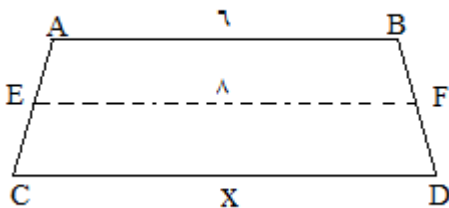
(۲) اگر اوساط اضلاع متوازی الاضلاع را به هم وصل کنید یک متوازی الاضلاع ساخته می شود. شکل بکش

(۳) اگر اوساط یک لوزی را به یکدیگر وصل کنید مستطیل تولید می شود. شکل بکش

(۴) اگر اوساط یک مربع را وصل کنید ، مربع ایجاد می شود. شکل بکش

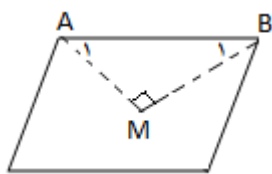
(۵) پاره خطی که وسط های دو ساق دوزنقه متساوی الساقین را بهم وصل می کند موازی قاعده هاست و اندازه ی آن

برابر نصف مجموع دو قاعده است.



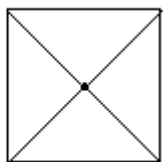
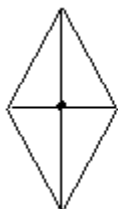
$$EF \parallel AB \parallel CD \quad EF = \frac{1}{2}(AB+CD)$$

مثال)  $\frac{6+X}{2} = 8 \Rightarrow 6+X = 16 \Rightarrow X = 10$



۶) در هر متوازی الاضلاع نیمسازهای دو زاویه مجاور بر هم عمودند.

زیرا:  $A$  و  $B$  مکمل اند. پس  $A + B = 90$  پس  $M = 90$



۷) از برخورد نیمسازهای لوزی و مربع یک نقطه ایجاد می شود.

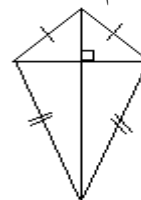
زیرا نیمسازها همان قطرهایش هستند.

۸) از برخورد نیمسازهای داخلی متوازی الاضلاع یک مستطیل درست می شود. شکل بکش

۹) از برخورد نیمسازهای داخلی هر مستطیل، مربع درست می شود. شکل بکش.

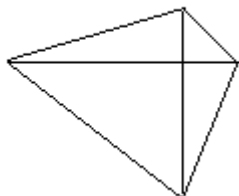
۱۰) در لوزی قطرها بر هم عمودند. اما هر چهار ضلعی که دارای دو قطر عمود بر هم باشد همیشه لوزی نیست. مثل

کایت با شبه لوزی برای اینکه لوزی شود حتما باید قطرهای عمود منصف باشند.



کایت با شبه لوزی

۱۱) آیا هر شکل که دو قطر عمود و برابر داشته باشد مربع است؟ خیر باید منصف نیز باشند.



۱۲) مربع نیست اما  $\Rightarrow$  قطرهای برابر و عمودند.

## تمرین چهار ضلعی ها

۱) جملات صحیح غلط را مشخص کنید.

مربع نوعی لوزی است  ص  غ

لوزی نوعی مربع است  ص  غ

لوزی نوعی متوازی الاضلاع است  ص  غ

مربع نوعی مستطیل است  ص  غ

مستطیل نوعی متوازی الاضلاع است  ص  غ

در لوزی قطرها عمود منصف هم و برابرند  ص  غ

در هر متوازی الاضلاع قطرها برابرند  ص  غ

۲) کامل کنید.

مربع لوزی است که .....

مستطیل متوازی الاضلاعی است که .....

مربع مستطیلی است که .....

چهار ضلعی که فقط دو ضلع موازی دارد ..... نامیده می شود.

دو دوزنقه دو زاویه مجاور به ساق .....

متوازی الاضلاع که قطرهایش عمود و برابر شوند ..... می شود.

متوازی الاضلاعی که دو ضلع مجاورش برابر باشند ..... است.

لوزی که یک زاویه ۹۰ داشته باشد.....

اگر اوساط یک مستطیل را متوالیاً وصل کنیم ..... تولید می شود.

اگر اوساط اضلاع یک لوزی را متوالیاً وصل کنیم ..... درست می شود.

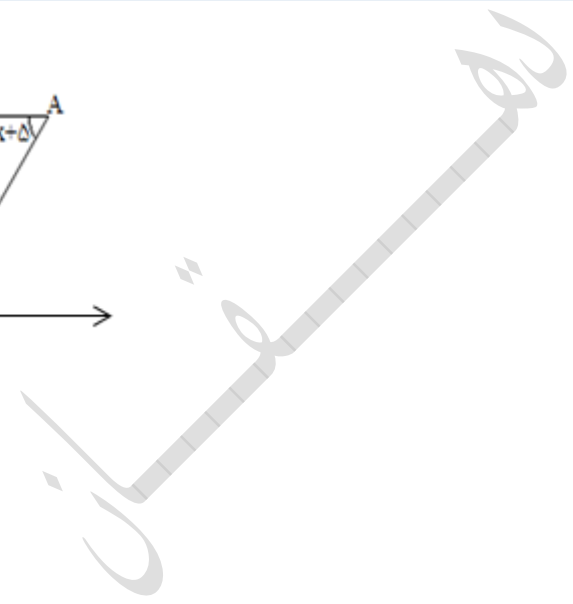
در چهار ضلعي های ..... و ..... قطرها نیمساز هستند.

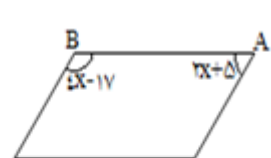
در متوازی الاضلاع زاویه های مقابل ..... و زاویه های مجاور ..... هستند.

۳) برای هر شکل زیر ۴ خاصیت بنویس.

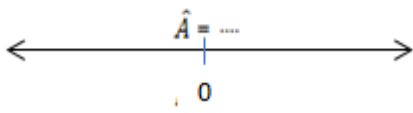
لوزی                      مستطیل                      مربع                      متوازی الاضلاع

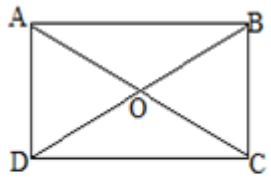
۴) در هر شکل زیر مقادیر مجهول را به دست آورید.






$\hat{A} = \dots$



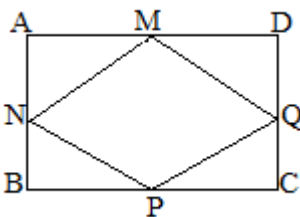


$AC = 10$   
 $OD = 4x - 2$   
 $x = \dots$

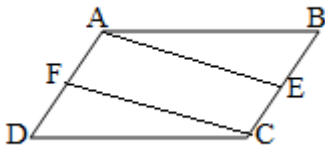


$a = \dots$   
 $AD = \dots$

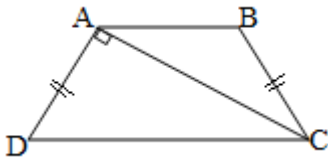
۵) اوساط اضلاع مستطیل مقابل را متوالیاً وصل کرده ایم ثابت کنید ۴ ضلعي وسط لوزی است.



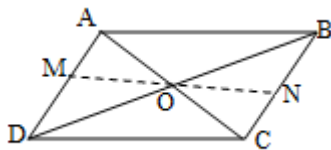
۶) در شکل  $ABCD$  متوازی الاضلاع است.  $E$  و  $F$  وسط دو ضلع هستند ثابت کنید  $AEFC$  متوازی الاضلاع است.



۷) دوزنقه مقابل متساوی الساقین است.  $AC$  نیمساز  $C$  است. اندازه ی  $B$  را به دست آورید.



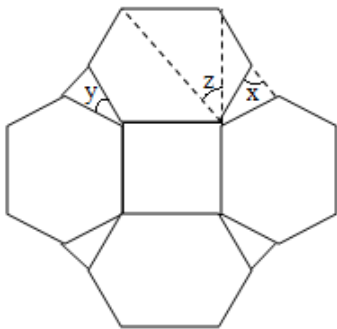
۸) در شکل  $ABCD$  متوازی الاضلاع است.



پاره خط  $MN$  را از  $O$  عبور می دهیم . ثابت کنید  $MO=ON$

۹) کاشی کاری مقابل از مربع و ۶ ضلعی منتظم و مثلث تشکیل شده است.

زاویه های خواسته شده را به دست آورید.



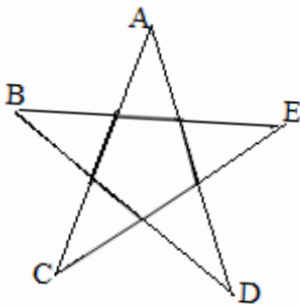
$$\hat{x} =$$

$$\hat{y} =$$

$$\hat{z} =$$

سوالات ترکیبی فصل ۳

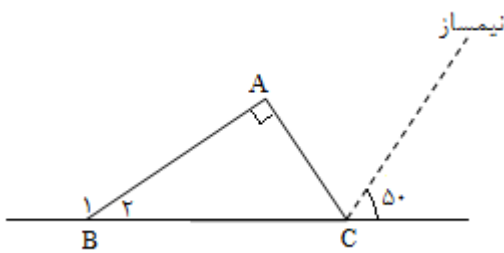
(۱) ثابت کنید  $A+B+C+D+E=180$



(۲) مجموع زوایای داخلی یک چند ضلعی به جز یکی از آنها  $1392^\circ$  است. آن زاویه چند درجه است؟

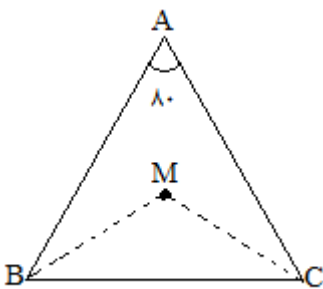
(۳) در شکل زوایای خواسته شده را به دست آورید.

$\hat{B}_2 = \dots\dots\dots$



(۴)  $MC$  و  $BM$  نیمسازهای  $\hat{C}$  و  $\hat{B}$  هستند.

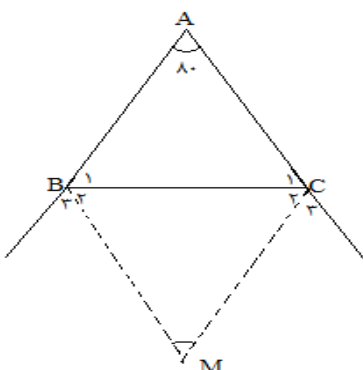
$\hat{M} = \dots\dots\dots$



نکته: .....

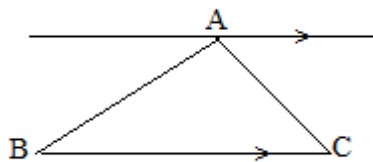
(۵)  $MB$  و  $MC$  نیمسازهای دو زاویه خارجی هستند.

$\hat{M} = \dots\dots\dots$

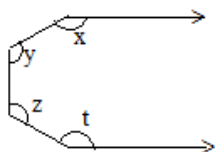


نکته: .....

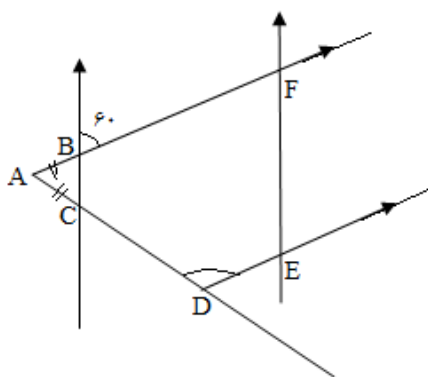
(۶) با توجه به شکل ثابت کنید مجموع زوایای مثلث  $۱۸۰$  درجه می شود.



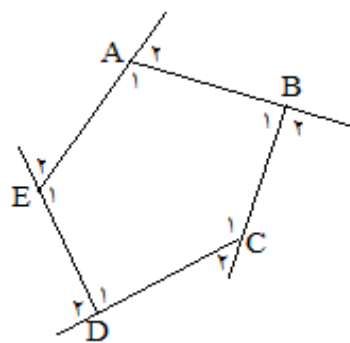
(۷) مجموع زاویه های  $x$  و  $y$  و  $z$  و  $t$  ؟



(۸)  $\overline{AB} = \overline{AC}$  ،  $\hat{A}$  و  $\hat{D}$  چند درجه اند.



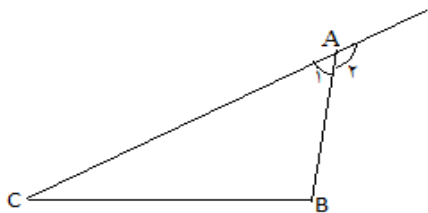
(۹)  $x \parallel y$  و  $z \parallel t$  می باشد. چند نقطه می توان یافت که از هر  $\epsilon$  خط به یک فاصله باشد.



(۱۰) ثابت کنید مجموع زاویه های خارجی ۵ ضلعی  $۳۶۰$  درجه است.



(۱۱) ثابت کنید زاویه خارجی برابر است با مجموع دو زاویه داخلی غیر مجاور (در مثلث)



(۱۲) مقدار  $x$  ؟

