

آمار و احتمال

علم آمار: جمع آوری اطلاعات (داده ها) و بررسی آن ها را آمار می گویند.

داده آماری: اطلاعات عددی را داده آماری می گویند.

انواع نمودار:

(۱) نمودار ستونی: برای مقایسه تعداد و مشخص کردن کمترین و بیشترین داده آماری استفاده می شود.

(۲) نمودار خط شکسته: برای نشان دادن تغییرات در یک مدت مشخص کاربرد دارد.

(۳) نمودار تصویری: برای مقایسه داده های تقریبی کاربرد دارد.

(۴) نمودار دایره ای: برای نشان دادن نسبت داده ها به کل و سهم هر بخش کاربرد دارد.

دامنه تغییرات: اختلاف بیشترین و کمترین داده آماری را دامنه تغییرات می گویند.

مثال: دامنه تغییرات داده های زیر را مشخص کنید:

$$10, -6, \overset{\text{بیشترین}}{27}, 12, \overset{\text{کمترین}}{-11}, 8 \Rightarrow 27 - (-11) = 27 + 11 = 38$$

میانگین داده: از تقسیم مجموع داده ها بر تعداد داده ها میانگین حاصل می شود.

$$\text{میانگین} = \frac{\text{مجموع داده ها}}{\text{تعداد داده ها}} \Rightarrow \bar{X} = \frac{S}{n}$$

مثال: میانگین داده های زیر را به دست آورید:

$$-4, 10, 13, -18, 8, 15 \Rightarrow \bar{X} = \frac{S}{n} = \frac{-4+10+13-18+8+15}{6} = \frac{24}{6} = 4$$

مثال: الف) میانگین ۵ درس ۱۷/۵ شده است مجموع نرات چند است.

$$\bar{X} = \frac{S}{n} \Rightarrow 17/5 = \frac{S}{5} \Rightarrow S = 17/5 \times 5 = 87/5$$

ب) میانگین ۱۴ و مجموع نمرات ۱۶۸ شده است. تعداد درس ها چند است.

$$\bar{X} = \frac{S}{n} \Rightarrow 14 = \frac{168}{n} \Rightarrow n = \frac{168}{14} = 12$$

آمار و احتمال

نکته: میانگین جدول فراوانی از رابطه ی زیر حاصل می شود :

$$\text{میانگین} = \frac{\text{مجموع ستون (مرکز} \times \text{فراوانی)}}{\text{مجموع ستون فراوانی}}$$

جدول فراوانی: اگر تعداد داده های آماری زیاد باشد از جدول آماری استفاده می شود که شامل قسمت های زیر است :

(۱) **حدود دسته:** از کمترین داده تا بیشترین داده تقسیم بندی می شود.

(۲) **فراوانی:** به تعداد داده های هر دسته فراوانی می گویند.

(۳) **خط نشان:** به تعداد فراوانی هر دسته خط می کشیم. (در دسته های ۵ تایی)

(۴) **مرکز (متوسط) دسته:** دو عدد دسته جمع و حاصل را بر عدد ۲ تقسیم می کنیم.

(۵) **مرکز \times فراوانی:** اعداد مرکز و فراوانی هر دسته را در هم ضرب می کنیم.

مثال: نمرات ریاضی تعدادی از دانش آموزان به صورت زیر است :

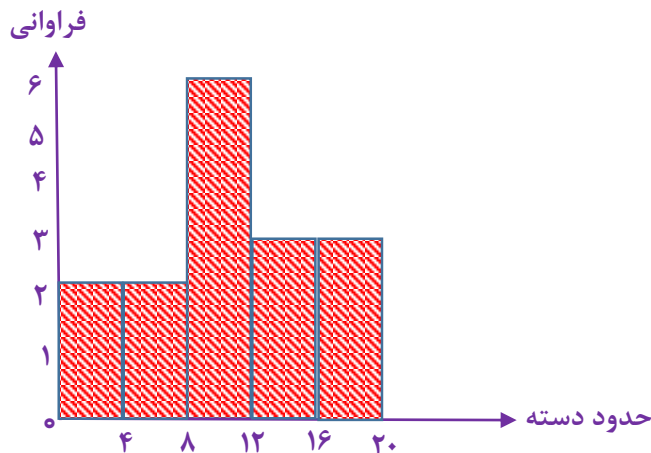
۸، ۹، ۶/۵، ۱۳/۵، ۱۷/۲۵، ۱۹، ۱۱، ۱۱، ۱۰، ۲/۷۵، ۱۴/۲۵، ۱۸/۵، ۳/۵، ۸، ۷/۲۵، ۱۴/۵

الف) جدول فراوانی داده شده را کامل کنید. و میانگین نمرات را با استفاده از جدول به دست آورید.

فراوانی \times مرکز	مرکز دسته	خط نشان	فراوانی	حدود دسته
$2 \times 2 = 4$	$\frac{0+4}{2} = 2$	//	۲	$0 \leq x < 4$
$2 \times 6 = 12$	$\frac{4+8}{2} = 6$	//	۲	$4 \leq x < 8$
$6 \times 10 = 60$	$\frac{8+12}{2} = 10$	###/	۶	$8 \leq x < 12$
$3 \times 14 = 42$	$\frac{12+16}{2} = 14$	///	۳	$12 \leq x < 16$
$3 \times 18 = 54$	$\frac{16+20}{2} = 18$	///	۳	$16 \leq x \leq 20$
۱۷۲	—	—	۱۶	جمع

$$\text{میانگین} = \frac{172}{16} \approx 10.75$$

آمار و احتمال



(ب) نمودار ستونی نمرات ریاضی را رسم کنید.

احتمال یا اندازه گیری شانس: احتمال رخ دادن هر اتفاق از رابطه ی زیر به دست می آید:

$$\text{احتمال} = \frac{\text{تعداد حالت های مطلوب}}{\text{تعداد کل حالت ها}}$$

نکته: احتمالی که رخ دادن آن غیر ممکن باشد با عدد صفر نشان می دهند.

نکته: احتمال ممکن را با عدد کسری بین صفر تا یک نشان می دهند.

نکته: احتمال حتمی را با عدد یک نشان می دهند.

مثال: در پرتاب یک تاس احتمال های زیر را به دست آورید. $6 = \text{کل حالت ها} \Rightarrow \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} = \text{اعداد تاس}$

الف) احتمال آمدن عدد زوج مضرب 3: $\frac{1}{6} = \text{احتمال} \Rightarrow 1 = \text{حالت مطلوب} \Rightarrow \{6\} = \text{اعداد زوج مضرب 3}$

ب) احتمال آمدن اعداد کوچکتر مساوی 4: $\frac{2}{3} = \frac{4}{6} = \text{احتمال} \Rightarrow 4 = \text{حالت مطلوب} \Rightarrow \{1, 2, 3, 4\} = \text{اعداد کوچکتر مساوی 4}$

ج) احتمال آمدن اعداد اول: $\frac{1}{2} = \frac{3}{6} = \text{احتمال} \Rightarrow 3 = \text{حالت مطلوب} \Rightarrow \{2, 3, 5\} = \text{اعداد اول}$

مثال: در یک کیسه 4 مهره قرمز، 2 مهره زرد و 3 مهره سفید است. یک مهره را تصادفاً بیرن می آوریم:

$$\text{کل حالت ها} = 4 + 2 + 3 = 9$$

الف) احتمال بیرون آمدن مهره قرمز: $\frac{4}{9} = \text{احتمال} \Rightarrow 4 = \text{حالت مطلوب}$

ب) احتمال بیرون نیامدن مهره سفید: $\frac{2}{3} = \frac{6}{9} = \text{احتمال} \Rightarrow 6 = 4 + 2 = \text{حالت مطلوب}$

آمار و احتمال

نکته: مجموع احتمال ها در یک مسئله همواره عدد یک است. $1 = \text{احتمال رخ ندادن} + \text{احتمال رخ دادن}$

مثال: احتمال آمدن رنگ سبز در یک چرخنده $\frac{3}{10}$ است. احتمال نیامدن رنگ سبز چند است.

$$\text{احتمال رخ ندادن} = 1 - \text{احتمال رخ دادن} \Rightarrow \text{احتمال رخ ندادن} = 1 - \frac{3}{10} = \frac{7}{10}$$

حالات های ممکن در یک پیشامد: برای به دست آوردن کل حالت ها می توان از جدول نظام دار یا نمودار درختی استفاده کرد.

مثال: یک سکه و یک تاس را با هم پرتاب می کنیم. تمام حالت های ممکن را به روش جدول نظام دار و نمودار درختی به دست آورید.

(جدول نظام دار)

تاس \ سکه	۱	۲	۳	۴	۵	۶
رو	۱- رو	۲- رو	۳- رو	۴- رو	۵- رو	۶- رو
پشت	۱- پشت	۲- پشت	۳- پشت	۴- پشت	۵- پشت	۶- پشت

(نمودار درختی)

