

توجه: برای سرعت بخشیدن به محاسبه در انتها می توانستیم زاویه خارجی پنج ضلعی را بدست آوریم  $36 = 144 - 180$  و

$$\frac{360}{36} = 10 \text{ که زاویه تقسیم کنیم که } 10$$

## فصل ۴

### توان و ریشه :

این فصل از اهمیت بالایی در دروس آینده و سال های بالاتر دارد

با مفهوم توان و ریشه دوم ( جذر یک عدد ) آشنا هستیم و می دانیم که در صورتی که عدد مربع کامل باشد ریشه دوم عدد مقداری دقیق و در غیر این صورت تقریبی است مانند  $\sqrt{36} = 6$  و  $\sqrt{32} \approx 5/6$  اما خواهیم دید که می توانیم ریشه سوم و چهارم و... و n ام را هم بدست آوریم . همچنین با توان منفی آشنا خواهیم شد .

نماد علمی اعداد را برای نمایش اعداد خیلی بزرگ و خیلی کوچک معرفی می کنیم و در انتها با جمع و تفریق در اعداد با نماد رادیکالی بحث خواهیم کرد .

## توان صحیح :

با مفهوم های زیر آشنا هستیم

$$a^1 = a \rightarrow 1395^1 = 1395$$

$$a^0 = 1 \rightarrow 1396^0 = 1$$

$$a^{-1} = \frac{1}{a}, 1397^{-1} = \frac{1}{1397}$$

به توان زوج و به توان منفی و رابطه آن با علامت منفی دقت کنید ، اهمیت پرانتز فراموش نشود مثال های زیر را با هم مقایسه می کنیم

$$(-2)^2 = +4, (-2)^3 = -8, -2^2 = -4, -2^3 = -8$$

سوال ۱: حاصل عبارت زیر را بدست آورید

$$-1^{2n} + (-1)^{2n} + 1^{2n} + 1^{1396} =$$

سوال ۲: مجموع مکعب عدد دو با مجذور عدد حاصل چقدر می شود ؟

توجه: توان های متوالی در اعداد بستگی به پرانتز در آنها دارد در صورتی که پرانتز بین آنها باشد توانها در هم ضرب می شوند در غیر این صورت هر بار دو عدد بالاتر را در نظر گرفته و حاصل عدد را به صورت توانی به دست می آوریم و این کار را تا پایین تر عدد ادامه می دهیم .

$$(a^m)^n = a^{mn} \text{ و } a^{m^n} \text{ دو عبارت متفاوت هستند}$$

$$(((2^3)^2)^4)^3 = 2^{3 \times 2 \times 4 \times 3} = 2^{72}$$

$$-2^{2^3} = -2^{2^9} = -2^{512}$$

سوال: حاصل عبارت زیر را بدست آورید

$$((3^2)^4)^{2^3} = 3^{2 \times 4 \times 2^3} =$$

نکته: با توجه به قانون توان ها داریم  $a^n \times a^m = a^{m+n}$  و همین طور از عکس رابطه داریم

(قانون تبدیل جمع در توان به ضرب)

$$a^{m+n} = a^m \times a^n$$

همین طور داریم:  $a^m \div a^n = a^{m-n}$  و همین طور از عکس رابطه داریم

(قانون تبدیل تفریق در توان به تقسیم)

$$a^{m-n} = a^m \div a^n$$

**قانون پخش توان داخل پرانتز :**

$$(a \times b)^m = a^m \times b^m$$

$$(a \div b)^m = a^m \div b^m$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^m = a^m \div b^m$$

$$\left(\left(\frac{3}{4}\right)^3 \times \sqrt[3]{75}\right)^2 = \left(\frac{3}{4}\right)^6 \times \sqrt[3]{75^2} = \left(\frac{3}{4}\right)^6 \times \sqrt[3]{5000}$$

$$\left(3^{10} \div \left(\frac{1}{2}\right)^{10}\right)^3 = 3^{30} \div \left(\frac{1}{2}\right)^{30} = \left(3 \times \frac{2}{1}\right)^{30} = 6^{30}$$

**تجزیه در عبارت های توان دار :**

در عبارت های توان دار ابتدا می توانیم پایه ها را تجزیه کنیم و سپس از نکات بالا استفاده کنیم

مثال :

$$12^3 \times 18^4 = (3 \times 2^2)^3 \times (2 \times 3^2)^4 =$$

**قانون توان منفی :**

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

$$2^{-3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}$$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^{-2} = \frac{1}{\left(\frac{2}{3}\right)^2} = \left(\frac{3}{2}\right)^2$$

از عبارت بالا داریم به طور کلی :

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$$

سوال : حاصل عبارت های زیر را به دست آورید .

$$(-3)^{-3} \times (-2)^{-3} =$$

$$\left(\left(\frac{2}{3}\right)^{-2}\right)^2 =$$

$$\left(-\left(\frac{2}{3}\right)^{-2}\right)^2 =$$

$$2^{2^3} + (2^2)^3 + 2^3 =$$

$$7^{18} \times 21^3 \times 3^{18} =$$

$$\frac{3^{1395} + 3^{1396} + 3^{1397}}{3^{1395}} =$$

$$25^{-6} \times 16^{-3} = (5^2)^{-6} \times (2^4)^{-3} =$$

$$(0/5)^{-7} \times (0/25)^5 =$$

سوال : اگر  $A = 3^{25}$  و  $B = 9^{20}$  باشد ، حاصل عبارت  $9A^4 \div 81B^2$  را به صورت عدد توان دار بنویسید .

سوال : اگر  $a^b = c$  و  $c^d = e$  و  $e^f = g$  باشد حاصل  $a^{bdf}$  را بدست آورید .

سوال : اگر  $x^y = z$  و  $z^v = x$  باشد حاصل  $(yv)^2$  را بدست آورید .

سوال : ثلث عدد  $9^{81}$  و ربع عدد  $8^{64}$  را بدست آورید

سوال: دو عدد  $۱۶^{۲۵}$  و  $۶۴^{۱۶}$  را باهم مقایسه می کنیم:

از تجزیه پایه ها استفاده می کنیم:

سوال: اعداد  $۹^{-۹}$  و  $۲۷^{-۵}$  چطور؟ ( راهنمایی: در انتها به مقایسه کسرهای کوچکتر از واحد دقت می کنیم! )

سوال: اعداد  $۲^{۶۳}$  و  $۳^{۴۳}$  چطور؟

$$۲^{۶۳} = (۲^{۲۱})^۳ \rightarrow ۸^{۲۱}$$

$$(۳^۲)^{۲۱} \times ۳ = ۹^{۲۱} \times ۳$$

در نتیجه:

سوال: حاصل عبارت زیر را به صورت توان دار می نویسیم:

$$۳^{۱۰۰} + ۹^{۵۰} + ۵ \times ۸۱^{۲۵} = ۳^{۱۰۰} + (۳^۲)^{۵۰} + ۵ \times (۳^۴)^{۲۵} = ۳^{۱۰۰} + ۳^{۱۰۰} + ۵ \times ۳^{۱۰۰} = ۷ \times ۳^{۱۰۰}$$

سوال: اگر  $۳^a = ۷$  و  $۷^b = ۳$  باشد، حاصل عبارت های زیر را به دست آورید

الف:  $۳^{۲ab}$

ب:  $۲^{ab}$

پ:  $۴۹^{ab+۱}$

پاسخ: الف:  $۳^{۲ab} = (۳^a)^{۲b} = ۷^{۲b} = (۷^b)^۲ = ۳^۲ = ۹$

$$(۳ \times ۷)^{ab} = ۳^{ab} \times ۷^{ab} = (۳^a)^b \times (۷^b)^a =$$

$$۴۹^{ab+۱} = ۴۹^{ab} \times ۴۹^۱ = (۷^۲)^{ab} \times ۴۹^۱ = (۷^b)^{۲a} \times ۴۹ =$$

سوال: نسبت مجذور عدد  $۴^{x+۱}$  به جذر عدد  $۱۶^{۲x}$  کدام است؟

$۴^{۲x}$  (۴)

$۲^۴$  (۳)

$۲^{۴x}$  (۲)

$۴^{x+۲}$  (۱)

سوال : خمس عدد  $5^{k-10}$  را بدست آورید .

سوال : حاصل عبارت  $(2^3)^2 \times 2^{-3^2} \times 2^{-2^3}$  را بدست آورید

سوال : مساحت مربعی برابر با  $3^{32}$  متر مربع می باشد محیط آن را بدست آورید

سوال : اگر روز اول یک ماه  $a$  تومان پول داشته باشیم و هر روز پول ما سه برابر شود مطلوب است محاسبه پول بعد از ۵ روز ، ۱۲ روز و ۳۰ روز .

پاسخ : داریم

روز اول  $a$  تومان

روز دوم :  $3 \times a$  تومان

روز سوم :  $3 \times (3 \times a)$

روز چهارم :  $3 \times (3 \times 3 \times a)$

با الگوی موردنظر روز ۵ عبارت است از  $3^4 a$  و روز ۱۲ و ۳۰ عبارت است از :

سوال : حاصل عبارت  $(-1)^1 + (-1)^2 + (-1)^3 + \dots + (-1)^{1395}$  برابر است با :

-۱ (۴)

+۱۳۹۵ (۳)

-۱۳۹۵ (۲)

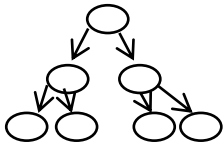
+۱ (۱)

سوال: عدد  $2^4$  را به چه توانی برسانیم تا حاصل آن  $4^{10}$  شود.

سوال: نوعی باکتری داریم که در هر ۵ دقیقه به دو قسمت تقسیم می شوند. بعد از ۸ ساعت تعداد باکتری ها را به دست آورید؟

پاسخ: اگر هر بار باکتری به دو قسمت تقسیم شوند یعنی هر مرحله دو برابر قبل می شوند یعنی در مرحله  $n$  تعداد آنها برابر  $2^n$  خواهد بود

در هر ۵ دقیقه دو برابر می شوند و بعد از یک ساعت  $\frac{60}{5} = 12$  بنابراین در یک ساعت ۱۲ مرحله تقسیم باکتری داریم یعنی



$2^{12}$  باکتری در یک ساعت

حالا بعد از ۸ ساعت  $8 \times 12 = 96$  مرحله تقسیم باکتری و تعداد آنها  $2^{96}$  عدد! خواهد بود.

سوال: بین  $2^4$  و  $-2^5$  چند عدد صحیح و طبیعی وجود دارد؟

توجه: اگر  $a < a^2$  باشد در مورد  $a$  داریم  $1 < a < 0$ .

نکته: در صورتی که یکان عددی رقم های ۰ و ۱ و ۵ و ۶ باشد به هر توانی آن را برسانیم یکان تغییر نخواهد کرد

$$10^2 = 100, 12^2 = 144, 11^2 = 121, 16^2 = 256, 6^2 = 36$$

سوال: داریم  $A = 11^{100}$  و  $B = 6^{200}$  و  $C = 15^{1396}$  مجموع یکان عددهای  $A$  و  $B$  و  $C$  را بدست آورید.

توجه: رقم یکان را اگر ۹ در نظر بگیریم حالت هایی را در نظر بگیریم که توان زوج یا فرد باشد

$$9^2 = 81$$

$$9^1 = 9$$

$$9^3 = 729$$

می بینیم توان فرد یکان ۹ و توان زوج یکان ۱ تولید می کند.

توجه ۲: رقم یکان را اگر ۴ در نظر بگیریم حالت هایی را در نظر بگیریم که توان زوج یا فرد باشد

$$4^1 = 4$$

$$4^2 = 16$$

می بینیم توان فرد یکان ۴ و توان زوج یکان ۶ تولید می کند.

مثال: مجموع یکان در عبارت زیر را مشخص کنید

$$1396^3 + 1404^4 = \dots 6 + \dots 6 = \dots 12$$

نکته: برای مشخص کردن تعداد ارقام یک عدد توان دار می توانیم با تجزیه پایه ها به ۲ و ۵ پایه ای از ۱۰ بسازیم در سوالات می

توانیم برای تقریب از  $1000 \approx 1024 = 2^{10}$  نیز استفاده کنیم به مثال زیر دقت کنیم:

مثال: عدد  $16^{20} \times 125^{25}$  چند رقمی است؟

$$125^{25} \times 16^{20} = (5^3)^{25} \times (2^4)^{20} = 5^{75} \times 2^{80}$$

در صورتی می توانیم پایه ۱۰ بسازیم که توان ها برابر باشند بنابراین ...  $10^{75} \times 32 = 32 \dots$

مورد نظر ۳۲ تا صفر جلوی آن خواهد بود بنابراین تعداد رقم ها برابر ۷۷ خواهد بود. در مورد مجموع ارقام این عدد می

توانیم بگوییم مجموع ارقام برابر با  $5 = 2 + 3$  می باشد.

سوال: (تیزهوشان) عدد  $125^9 \times (0/25)^3 \times 16^8$  چند رقمی است؟



سوال: (انرژی اتمی) عدد  $2^{40}$  چند رقمی است؟

پاسخ: از نکته استفاده کنیم  $10^{12} = (10^3)^4 = (2^{10})^4$  که عدد مورد نظر ۱۳ رقمی می تواند باشد

سوال: الگوی مربوط به عبارت های زیر را بدست آورید؟

$$10^2 - 10^1 = 100 - 10 = 90$$

$$10^3 - 10^1 = 1000 - 10 = 990$$

$$10^3 - 10^2 = 1000 - 100 = 900$$

$$10^n - 10^m = 99 \dots 99000 \dots 000$$

نکته: الگوی مربوط به عبارت توانی

$$10^n - 10^m = 99 \dots 99000 \dots 000$$

به صورت زیر می باشد:

تعداد رقم های ۹ برابر است با:

و تعداد رقم های صفر برابر است با:

سوال: با توجه به الگوی بالا مجموع ارقام در عبارت  $10^{25} - 10^{19}$  را بدست آورید؟

سوال: مجموع ارقام در عبارت  $10^{8n} - 10^{3n}$  را بدست آورید؟

$$10^{8n} - 10^{3n} = 999 \dots 999000 \dots 000$$

که تعداد ارقام ۹ برابر است با: تفاضل توان ها یعنی  $8n - 3n = 5n$  و تعداد صفرها برابر  $3n$  بنابراین مجموع ارقام عبارت است

$$9 \times 5n = 45n$$

سوال: اگر  $2^{16} = 4a + 20$  باشد در این صورت عبارت  $2^{30}$  را بر حسب  $a$  بنویسید.

$$\text{پاسخ: } 2^{30} = \frac{2^{32}}{2^2} = \frac{(2^{16})^2}{4} = \left(\frac{4a+20}{4}\right)^2 = (a+5)^2$$

سوال: عبارات زیر را با توان مثبت بنویسید

$$\frac{8^{-5} \times 3^{-7}}{3^{-9} \times 2^{-18}} =$$

$$\frac{a^{-4} \div b^{-5}}{(a^4 b^5)^{-1}} =$$

$$\left(\frac{a^{-2} \times b^{-2}}{b^{-2} \div a^{-2}}\right)^{-1} =$$

$$\frac{3^7 - 3^{-2}}{3^8 - 3^{-2}} = \frac{3^{-2}(3^{10} - 1)}{3^{-2}(3^{10} - 1)} =$$

$$12 \times 2^{-2} - 15 \times 2^{-2} + 4 \times 2^{-2} = 2^{-2}(12 - 15 + 4) =$$

$$\frac{2^{14} + 2^{16} + 2^{18} + 2^{20}}{2^{-8} + 2^{-10} + 2^{-12} + 2^{-14}} =$$

سوال: آیا تساوی  $(-3^2)^3 = (-3^3)^2$  می تواند درست باشد؟

سوال: اگر  $9^x = 100$  باشد، مطلوب است عبارهای زیر:

$$3^{3x+1}$$

$$\left(\frac{1}{29}\right)^{2-x}$$

$$81^{x-1}$$

سوال: حاصل عبارت زیر را بدست آورید.

$$3^2 - 2^3(2^2 - 2^3(3^2 - 1)^{-1})^{-1} =$$

پاسخ:

$$9 - 8(4 - 8(9 - 1)^{-1})^{-1} = 9 - 8(4 - 8(8)^{-1})^{-1} = 9 - 8\left(4 - 8\left(\frac{1}{8}\right)\right)^{-1} = 9 - 8(3)^{-1} = 9 - \frac{8}{3}$$

سوال:

$$\frac{5 \times 3^{50} + 7 \times 9^{25} - 2 \times 3^{50} - 8 \times 9^{25}}{\left(\frac{1}{9}\right)^{20} \times \left(\frac{1}{3}\right)^{10}} =$$

$$\left[-\left(\frac{1}{81}\right)^{2-1} - 3^{-2}\right]^{-2} =$$

$$\frac{-2^{2^2} \times (3^2)^4}{4^2 \times (-9^2)} =$$

$$(a^{-2}bc^{-2})^{\frac{1}{2}} \times (a^{-1}b^{-2}c^{-4})^{-\frac{1}{2}} =$$

$$\frac{(0/25)^{-2} \times 64^2}{(0/125)^2 \times 2^{-2}} =$$

سوال: اگر  $a = 3^{k-1}$  و  $b = 3^k$  و  $c = 3^{k+1}$  باشند بین این سه عدد روابط موجود را مشخص کنید؟

$$\frac{a}{b} =$$

$$\frac{c}{b} =$$

سوال: قطر خورشید حدود  $10^8 \times 14$  متر و قطر اتم هیدروژن  $10^{-10}$  متر است. قطر خورشید چند برابر قطر اتم هیدروژن است؟

تمرین:

$$\left[ (2^{-1} + 4^{-1})^{-1} + \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} \right]^{-2} =$$

سوال: اگر  $A = (x^{x^x})^{x^x}$  باشد،  $A^x$  برابر است با: (علامه طباطبایی)

$$x^{x^{x+2}} \quad (۴)$$

$$x^{x^{2x+1}} \quad (۳)$$

$$x^{x^{x^2}} \quad (۲)$$

$$x^{x^{x^{2x}}} \quad (۱)$$

پاسخ:  $A = (x)^{x^x \times x^x} = (x)^{x^{2x}}$

$$A = (x)^{x^{2x}} \rightarrow A^x = ((x)^{x^{2x}})^x = (x)^{x^{2x \times x}} = x^{x^{2x+1}}$$

سوال: اگر داشته باشیم  $M = 2^1 \times 2^5 \times 2^9 \times \dots \times 2^{85}$  و  $N = 2^2 \times 2^6 \times 2^{10} \times \dots \times 2^{86}$  حاصل  $\frac{M}{N}$  را بدست آورید.

سوال: حاصل عبارت های زیر را بدست آورید.

$$A = 2^{-1} + 2^{-2} + 2^{-3} + 2^{-4} + \dots$$

$$B = 3^{-1} + 3^{-2} + 3^{-3} + 3^{-4} + \dots$$

$$C = \frac{1}{4} + \frac{1}{16} + \frac{1}{64} + \frac{1}{256} + \dots$$

پاسخ:

در فصل اول داشتیم مجموع دنباله های هندسی (هر جمله از ضرب عددی در جمله قبل باشد) از فرمول مشخصی بدست می آید اما در صورتی که اعداد کوچکتر و کوچکتر شوند از فرمول زیر استفاده می کنیم:

$$\frac{\text{جمله اول}}{\text{قدرنسبت} - 1}$$

بنابراین داریم

$$A = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \dots$$

و طبق فرمول

$$\frac{\frac{1}{2}}{1 - \frac{1}{2}} = 1$$

اما چرا این فرمول را استفاده می کنیم:

$$A = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \dots \rightarrow 2A = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \dots \rightarrow 2A = 1 + A \rightarrow 2A - A = 1 \rightarrow A = 1$$

تمرین: کدام عدد بزرگتر است؟  $2^{90}$  و  $3^{75}$  و  $4^{60}$  و  $5^{45}$

تمرین: حاصل  $1 \times (-1)^1 + 2 \times (-1)^2 + 3 \times (-1)^3 + \dots + 1396 \times (-1)^{1396}$  را بدست آورید.

$$1 \times (-1)^1 + 2 \times (-1)^2 + 3 \times (-1)^3 + \dots + 1396 \times (-1)^{1396} \\ = -1 + 2 - 3 + 4 - \dots - 1395 + 1396 = 1 + 1 + \dots + 1 = 698$$

سوال: حاصل عبارت  $A = 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{1395}$  را بدست آورید

$$A + 2 = 2 + (2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{1395}) = 2 \times 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{1395} \\ = 2^2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{1395} =$$

روش دوم: طبق فرمول نیز می توانیم به نتیجه برسیم:

$$\frac{2(1 - 2^{1395})}{1 - 2}$$

تمرین: مطلوب است مقدار عددی  $\frac{3^6 - 3^5 - 3^4 - 3^3}{3^3}$

تمرین: مطلوب است حاصل کسر توانی  $A = \frac{2^x + x^{x+1} + 2^{x+2}}{2^{x+3} - 2^x}$

سوال: مطلوب است:  $2^1 - \dots - 2^{1394} - 2^{1395} - 2^{1396}$

راهنمایی:  $2^{1396} - 2^{1395} = 2^{1395}(2 - 1) = 2^{1395}$

توجه: به یاد داریم که مجذور کامل ساختن به توان های زوج و مکعب کامل مضارب ۳ نیاز دارد.

مثال: کوچک ترین عدد طبیعی که اگر در عدد ۳۶۰ ضرب می شود حاصل مجذور کامل می شود کدام عدد است؟

پاسخ: در تجزیه عدد ۳۶۰ با توان های زوج عامل ها عبارت اند از:

$$360 = 2^2 \times 3^2 \times 2 \times 5$$

توان های غیر زوج عبارتند از ۲ و ۵ که باید زوج شوند بنابراین  $2^2 \times 3^2 \times 5^2 = 2^4 \times 3^2 \times 5^2$

که کوچکترین عدد ضرب شده برای مجذور کامل شدن ۱۰ می باشد

مثال: تعداد اعداد طبیعی دو رقمی مجذور کامل عبارت است از  $4^2$  تا  $9^2$  برابر با پنج عدد می باشد

تعداد همین اعداد مجذور کامل سه رقمی برابر است با:  $10^2$  تا  $31^2$  برابر با ۲۲ می باشد.

مثال: کوچکترین عدد طبیعی که اگر در عدد ۳۶۰ ضرب می شود حاصل مکعب کامل می شود کدام عدد است؟

پاسخ:

$$360 = 2^3 \times 3^2 \times 5 \rightarrow (2^3 \times 3^2 \times 5) \times 3 \times 5^2$$

مثال: چند عدد مکعب کامل دو رقمی داریم: ۳ و ۴ و اعداد مکعب کامل ۳ رقمی از ۵ تا ۹ برابر ۵ عدد می باشد.

سوال: بین اعداد ۱ تا ۲۱۵ چند عدد مکعب داریم

$$1001 = 10^3 + 1 \text{ و } 11^3 \text{ و } \dots \text{ و } 21^3 - 1 = (2^5)^3 = 32^3 - 1 \rightarrow 11^3, \dots, 31^3$$

### معادلات توانی:

به هر معادله ای که مجهول در توان قرار گرفته باشد معادله توانی یا نمایی می گوئیم

برای حل این معادلات کافی است پایه ها را مساوی کنیم تا بتوانیم توان ها را نیز با هم مساوی کنیم

مثال:

$$3^{2x-10} = 1$$

$$3^{2x-10} = 3^0 \rightarrow 2x - 10 = 0 \rightarrow 2x = 10 \rightarrow x = 5$$

مثال ۲:

$$3^{2x-5} = 27$$

$$\text{مثال ۳: } 2^{2x-1} = 5^{4x-2}$$

$$2^1 = 5^1 = 1 \rightarrow 2x - 1 = 4x - 2 = 0$$

$$2x - 1 = 0 \rightarrow x = \frac{1}{2}$$

$$4x - 2 = 0 \rightarrow x = \frac{1}{2}$$

توجه: در حالتی که پایه ها بعد از تجزیه نیز یکی نشوند باید از طرفند مثال ۳ استفاده کنیم یعنی توان ها را صفر در نظر می گیریم

$$16^{x+1} = 256$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{x-14} = 125^{2x}$$

$$5^{x-2} = 7^{3x+y+1}$$

(از نکته توان صفر استفاده کنید)

$$\left(\frac{1}{16}\right)^{4-x} = 8^{2x+2}$$

$$\left(\frac{1}{0.08}\right)^{x-2} = 25^{3+x}$$

$$3^x + 3^{x+2} + 3^{x+4} = 819$$

$$5^{x+2} - 5^{x-1} = 620$$

$$\left(\frac{1}{16}\right)^{2x} = 2^{x+1}$$



سوال: تعداد زیرمجموعه های یک مجموعه  $k+3$  عضوی ۱۱۲ واحد از تعداد زیرمجموعه های یک مجموعه  $k$  عضوی بیش تر است. عدد  $k$  را مشخص کنید.

سوال: در معادله ی  $2^{2x} \times 4 + 24 = 280$  مقدار  $x$  برابر است با:

- ۲ (۱)      ۳ (۲)      ۴ (۳)      ۴ (۴) صفر

سوال: جواب معادله ی  $x^5 - 90 = 6 - 2x^5$  کدام است؟

- ۵ (۱)      ۲ (۲)      -۲ (۳)       $\pm 2$  (۴)

سوال: در معادله ی توانی  $2^{2^{2n}} = 16^{64}$  مقدار  $n$  کدام است؟

- ۳ (۱)      ۸ (۲)      ۱۶ (۳)      ۶۴ (۴)

پاسخ: از تجزیه سمت راست شروع کنیم

$$2^{2^{2n}} = 16^{64} = (2^4)^{64} = 2^{256}$$

پایین ترین پایه ها را مرحله اول خط می زنیم در این صورت داریم:

$$2^{2n} = 256$$

و روند بالا را ادامه می دهیم:

تمرین: اگر داشته باشیم  $3^{x^2+2} + 3^{x^2+1} + 3^{x^2} = 1053$  حاصل  $x^2 + 65$  بر کدام عدد بخش پذیر است؟

۱۳ (۴)

۱۲ (۳)

۹ (۲)

۵ (۱)

تمرین: اگر  $4^x \times 6^y = 48^{12}$  مقدار  $x + y$  کدام است؟

۳۲ (۵)

۳۶ (۴)

۴۸ (۳)

۳۰ (۲)

۲۴ (۱)

تمرین: اگر  $3^x + 3^{x-1} + 3^{x-2} = 39$  مقدار  $x$  کدام است؟

۳ (۴)

 $\frac{1}{5}$  (۳)

۵ (۲)

۷ (۱)

تمرین: معادله  $x^{10} = 10^x$  چند جواب صحیح دارد؟

هیچ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

تمرین: مقدار  $x$  در معادله  $2^{2x-3} + 8 = 40$  ی

سوال: جواب معادله  $5^{2x+4+6+\dots+2x} = (0.04)^{-28}$  کدام است

-۸ (۴)

۸ (۳)

-۷ (۲)

۷ (۱)

سوال: اگر  $2^x = 8^{y+1}$ ،  $3^x - 9^y = 9^y$  باشد مقدار  $x + y$  برابر است با: (تیزهوشان)

۲۷ (۴)

۲۴ (۳)

۲۱ (۲)

۱۸ (۱)



سوال: در تساوی  $111111111 - 111111111^2 = 10 \times 11111^x$  مقدار  $x$  کدام است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

سوال: مقدار  $x$  در معادله  $5^{2x+1} \times 2^{2x} = 0.0005$  کدام است؟

-۱ (۴)

-۲ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

### نماد علمی:

برای نمایش اعداد خیلی بزرگ یا خیلی کوچک در ریاضیات آنها را به صورت حاصل ضرب یک عدد اعشاری مثبت یک رقمی در توانهای  $10$  نمایش می دهیم به این نمایش نماد علمی می گوییم

نمایش یک عدد اعشاری بصورت  $a \times 10^n$  است که  $1 \leq a < 10$  و  $n$  عددی صحیح است.



$$A = \frac{1/\sqrt{5} \times (0/1)^{-2}}{2/\sqrt{3} \times 10^5} = \frac{\frac{14}{9} \times 10^2}{\frac{21}{9} \times 10^5} = \frac{14}{21} \times 10^{-3} = \frac{2}{3} \times 10^{-3} = 0/\sqrt{6} \times 10^{-3}$$

### ریشه گیری :

در صورتی که  $a^n = b$  باشد، آن گاه ریشه ی  $n$  ام  $b$  برابر  $a$  می باشد که آن را به صورت  $\sqrt[n]{b}$  نشان می دهیم.

ریشه ی دوم  $b$  را به صورت  $\sqrt{b}$  یا  $\sqrt[2]{b}$  نشان می دهیم

ریشه دوم را با عبارت جذر نیز مشخص می کنیم

$$5^2 = 25 \rightarrow \sqrt{25} =$$

$$2^3 = 8 \rightarrow \sqrt[3]{8} =$$

$$4^3 =$$

$$2^4 =$$

توجه : داریم  $5^2 = 25$  و  $(-5)^2 = 25$  در این صورت ریشه دوم ۲۵ هر کدام از این اعداد می باشد اما طبق قرارداد برای جذر عدد مثبت را به عنوان جواب قبول می کنیم .

ریشه ی دوم عدد  $a$  هر یک از اعداد  $\sqrt{a}$  و  $-\sqrt{a}$  می باشد

ریشه ی سوم ۲۷ و ریشه ی چهارم ۱۶ را مشخص کنید

سوال : حاصل عبارت زیر را بدست آورید .

$$\sqrt{1/21} + \sqrt{0/16} + \sqrt{0/0009} =$$

مثال : در مورد دو عبارت زیر چه می توان گفت ؟

$$\sqrt{9 + 16} = \sqrt{9} + \sqrt{16} =$$

$$\sqrt{25 - 9} = \sqrt{25} - \sqrt{9} =$$

نتیجه :

$$\sqrt{25 + 4\sqrt{21 + 3\sqrt{7 + 2\sqrt{11}}}} =$$

توجه: در صورتی که  $0 < a < 1$  در این صورت  $\sqrt{a} > a$  و  $a > a^2$

توجه: داریم  $\sqrt{x^2} = |x|$  بنابراین داریم:

$$\sqrt{4^2} =$$

$$\sqrt{\left(-\frac{2}{3}\right)^2} = \left|-\frac{2}{3}\right| =$$

$$\sqrt{x^2} + \sqrt{y^2} - \sqrt{z^2} =$$

سوال را در حالت هایی حل می کنیم که  $x$  و  $y$  و  $z$  مثبت و منفی باشند

$$\sqrt{(1 - 2\sqrt{2})^2} =$$

$$\sqrt{2^4} =$$

$$\sqrt{2^4 \times 6^2} =$$

$$\sqrt{5^2 \times 2^6 \times 3^4} =$$

توجه: اگر  $a$  یک عدد حقیقی باشد ریشه ی سوم آن را با نماد  $\sqrt[3]{a}$  نمایش می دهیم.

$$(\sqrt[3]{a})^3 = a$$

$$\sqrt[3]{8} = \sqrt[3]{2^3} = (\sqrt[3]{2})^3 = 2$$

$$\sqrt[3]{-8} = \sqrt[3]{(-2)^3} = (\sqrt[3]{(-2)})^3 = -2$$

دیدیم که ریشه سوم هر عدد منحصر به فرد است و یک ریشه سوم داریم

سوال:

$$\sqrt[3]{64a^3} + \sqrt[3]{0.008} =$$

$$\sqrt[r]{-\frac{1}{\lambda}} - \sqrt[r]{-\frac{1}{\lambda}} + \sqrt[r]{\frac{\lambda}{27}} =$$

$$\sqrt{a^r b^r} + \sqrt{\frac{\sqrt{a^r}}{\frac{1}{r} b^r}} =$$

$$\frac{\sqrt{(a+b)^r}}{\sqrt[r]{(a+b)^r}}, a > 0, b > 0$$

$$\sqrt[r]{b \sqrt{\frac{1}{b^r}}} =$$

$$\sqrt{ab^r \sqrt[r]{a^r b^r}} =$$

سوال: اگر  $\sqrt[25]{x} = \frac{25}{36}$  باشد مقدار  $\sqrt{x}$  را به دست آورید.

$$\text{پاسخ } (\sqrt[25]{x})^2 = \left(\frac{25}{36}\right)^2 = \frac{25^2}{36^2} = \frac{(5^2)^2}{(6^2)^2} = \frac{5^4}{6^4} = \left(\frac{5}{6}\right)^4 \rightarrow x = \left(\frac{5}{6}\right)^{16}$$

$$\sqrt{x} = \sqrt{\left(\frac{5}{6}\right)^{16}} = \left(\frac{5}{6}\right)^8$$

سوال: اگر  $x = \left(\frac{\sqrt{3}}{9}\right)^{-2}$  در این صورت حاصل  $x^2 - 3x + 1$  را بدست آورید

پاسخ:

$$x = \left(\frac{\sqrt{3}}{9}\right)^{-2} = \left(\frac{9}{\sqrt{3}}\right)^2 = \frac{81}{3} = 27$$

$$x^2 - 3x + 1 = 27^2 - 3(27) + 1$$

سوال: اگر  $3^A = \left(\frac{9\sqrt{27}}{3\sqrt{81}}\right)^3$  مقدار  $A$  را به دست آورید.

$$3^A = \left(\frac{9\sqrt{27}}{3\sqrt{81}}\right)^3$$

$$9\sqrt{27} = (3^2)^3 \sqrt{3}$$

$$3\sqrt{81} =$$

سوال: اگر  $3^{2k+1} = 6a$  باشد مقدار  $27^{\frac{k}{3}}$  را بر حسب  $a$  بدست آورید.

$$3^{2k+1} = 3^{2k} \times 3^1 = 6a \rightarrow 3^{2k} = 2a$$

$$27^{\frac{k}{3}} = (3^3)^{\frac{k}{3}} = 3^k = \sqrt{3^{2k}} = \sqrt{2a}$$

سوال: اعدادی را مشخص می کنیم که  $\sqrt{x} < 3$  باشد.

برای این کار می توانیم از تعریف توان استفاده کنیم دو طرف نامساوی را به توان دو می رسانیم:

توجه: برای دو عبارت یا چند عبارت رادیکالی داریم:

$$\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a \times b}$$

$$\sqrt[n]{a} \times \sqrt[n]{b} \times \sqrt[n]{c} = \sqrt[n]{a \times b \times c}$$

$$\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$$

سوال: ساده کنید

$$\sqrt[3]{18} \times \sqrt[3]{12} = \sqrt[3]{18 \times 12} =$$

$$\sqrt{x(a+b)^2} \times \sqrt{-x(a+b)} \times \sqrt{-\lambda x} =$$

$$\frac{\sqrt{\lambda x^r y^s z^d}}{\sqrt{2xz}} = \sqrt{\frac{\lambda x^r y^s z^d}{2xz}} =$$

سوال: حاصل عبارت  $\sqrt{(-2)^6}$  برابر است با:

$$2^3 \quad (3)$$

$$-2^3 \quad (2)$$

$$(-2)^3 \quad (1)$$

پاسخ: از مفهوم قدرمطلق عبارت استفاده کنیم:



سوال: مقدار عبارت  $\sqrt{(x-3)^2}$  در صورتی که  $x > 3$  باشد را به دست آورید

سوال: ساده شده ی عبارت  $\sqrt{(2\sqrt{3} - 3\sqrt{2})^2}$  را بدست آورید.

سوال: حاصل عبارت  $\sqrt{(1+\sqrt{2})^2} + \sqrt{(1-\sqrt{2})^2}$  را بدست آورید

پاسخ:

$$\sqrt{(1+\sqrt{2})^2} = |1+\sqrt{2}| =$$

$$\sqrt{(1-\sqrt{2})^2} = |1-\sqrt{2}| =$$

مثال: اگر عدد  $a$  مجذور کامل باشد، دومین و سومین مجذور کامل بعد از  $a$  را بدست آورید

پاسخ: عدد  $a$  موردنظر بصورت  $a = n^2$  می باشد در این صورت  $n = \sqrt{a}$  می باشد

مجذور کامل بعدی (دومین مجذور کامل) عدد  $(n+1)^2$  می باشد یعنی

$$(n+1)^2 = (\sqrt{a}+1)(\sqrt{a}+1) =$$

سومین مجذور کامل بعدی برابر است:

$$(n+1)^3 = (n+1)^2(n+1) =$$

توجه: یادمان باشد اعدادی که یکان آنها ۲ و ۳ و ۷ و ۸ باشد مجذور کامل نیستند و تعداد صفرهای سمت راست در مجذور کامل همواره زوج است.

مثال: آیا عبارت زیر می تواند یک مجذور کامل می باشد

$$1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times \dots \times n + 4$$

$$1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times \dots \times n + 3$$

در مورد عددی که از حاصل ضرب بدست می آید می توان گفت یکان این عدد حتما صفر است چون عامل های ۲ و ۵ در عدد یکان را صفر می کند و اولین عدد یکانش ۴ می شود. طبق نکته بالا می دانیم در صورتی که یکان عددی ۴ باشد آن عدد می تواند مجذور کامل باشد ولی در مورد دومی نمی توان گفت مجذور کامل است

مثال:  $X$  در عبارت زیر کدام عدد باشد تا عدد مورد نظر مجذور کامل باشد

$$abc \cdot x \cdot 00$$

با توجه به اینکه تعداد صفرهای سمت راست عدد مجذور کامل باید زوج باشد  $X$  عدد صفر است.

سوال: تعداد اعداد طبیعی که فاصله جذرشان از عدد ۹ از یک واحد کمتر باشد را بدست آورید

پاسخ:

$$8 < \sqrt{n} < 10 \rightarrow 64 < n < 100$$

تعداد این اعداد عبارت است از  $37 = (100 - 64) + 1$

سوال: کوچک ترین عدد صحیح بزرگتر از  $-\sqrt{47}$  کدام است؟

سوال: برای آن که حاصل عبارت  $(k+1) + (k+2) + \dots + (k+9)$  یک عدد مربع کامل باشد، کوچک ترین عدد

دو رقمی  $k$  چه قدر است؟

پاسخ:

$$\begin{aligned} (k+1) + (k+2) + \dots + (k+9) &= (k+k+\dots+k) + (1+2+\dots+9) = 9k + \frac{9 \times 10}{2} \\ &= 9k + 45 = 9(k+5) \end{aligned}$$

برای آنکه مجذور کامل باشد عدد ۹ و  $k+5$  باید مجذور کامل باشد بنابراین  $k+5$  باید مجذور کامل باشد و  $k$  می تواند ۱۱ باشد تا

کوچکترین عدد مجذور کامل ۱۶ خواهد بود

مثال: جذر عدد ۱۳۹۶ را بصورت تقریبی بدست آورید

تمرین : جذر تقریبی عدد های ۱۳۶۸ ، ۷۶۷ و ۲۰۱۶ را بدست آورید



توجه: امتحان درستی جذر:

دو برابر جذر به اضافه ی یک بزرگ تر از باقی مانده باشد.

مجذور جذر به اضافه ی باقی مانده برابر عدد اولیه شود.

مثال: حاصل عبارت های زیر را بدست آورید

$$\sqrt{18} + \sqrt{12} + 3\sqrt{8} - \sqrt{32} = \sqrt{2 \times 9} + \sqrt{3 \times 4} + 3\sqrt{2 \times 4} - \sqrt{2 \times 16} =$$

$$\sqrt{12} + 2\sqrt{27} + 3\sqrt{48} = \sqrt{3 \times 4} + 2\sqrt{3 \times 9} + 3\sqrt{3 \times 16} =$$

$$\sqrt[3]{54} - \sqrt[3]{16} =$$

$$\sqrt[3]{54} = \sqrt[3]{2 \times 27} = \sqrt[3]{2 \times 3^3} = 3\sqrt[3]{2}$$

$$\sqrt[3]{16} = \sqrt[3]{2 \times 8} = \sqrt[3]{2 \times 2^3} = 2\sqrt[3]{2}$$

$$2\sqrt{x} + 4\sqrt{xy} + \sqrt{x} - 2\sqrt{xy} =$$

توجه دیدیم که عبارتی مانند  $\sqrt{2} + \sqrt{3}$  جوابی مانند  $\sqrt{5}$  ندارد! یعنی زیر رادیکال جمع نمی شود

$$2\sqrt[3]{54} + \sqrt{12} - 3\sqrt[3]{64} - 2\sqrt[3]{2} =$$

نتیجه ۱: اگر فرجه ها یکسان باشد  $a^n\sqrt[n]{x} + b^n\sqrt[n]{x} = (a + b)^n\sqrt[n]{x}$

**نکات تکمیلی:**

ضرب و تقسیم رادیکال ها

الف: اگر فرجه ها یکسان باشد عدد های زیر رادیکال را در هم ضرب و ضرایب را نیز در هم ضرب می کنیم برای تقسیم نیز

عملیات تقسیم را پیش می گیریم

$$2\sqrt{3} \times 5\sqrt{2} = 10\sqrt{6}$$

$$\frac{2\sqrt{10}}{3\sqrt{5}} = \frac{2}{3}\sqrt{2}$$

$$\frac{3x^2y^2\sqrt{x^2y}}{2x^2\sqrt{xy}} = \frac{3}{2}xy^2\sqrt{\frac{x^2y}{xy}} = \frac{3}{2}xy^2\sqrt{x}$$

نتیجه ۲:

$$(a^n\sqrt[n]{x})(b^n\sqrt[n]{y}) = ab^n\sqrt[n]{xy}$$

$$\frac{a^n\sqrt[n]{x}}{b^n\sqrt[n]{y}} = \frac{a}{b}\sqrt[n]{\frac{x}{y}}$$

ب: اگر فرجه ها یکسان نباشد دو مرحله زیر را پیش می گیریم:

۱- ک.م.م فرجه ها را بدست می آوریم

۲- فرجه اولیه را در هر عددی که ضرب کرده ایم تا به ک.م.م برسد زیر رادیکال را نیز به همان تاون می رسانیم

مثال:

$$\sqrt[3]{2} \times \sqrt[2]{3} =$$

مرحله اول: ک.م.م:

$$[3, 2] = 6$$

مرحله دوم:

$$\frac{6}{3} = 2 \rightarrow 2 \times \sqrt[3]{2} \rightarrow \sqrt[3]{2^2}$$

$$\frac{6}{2} = 3 \rightarrow 3 \times \sqrt[2]{3} \rightarrow \sqrt[2]{3^3}$$

$$\sqrt[3]{2} \times \sqrt[2]{3} = \sqrt[3]{2^2} \times \sqrt[2]{3^3} = \sqrt[6]{2^2 \times 3^3} = \sqrt[6]{108}$$

$$\sqrt[5]{3} \times \sqrt{3} = :$$

نتیجه ۳:

$$\sqrt[n]{a} \times \sqrt[m]{b} = \sqrt[k]{a^{\frac{k}{n}} \times b^{\frac{k}{m}}} = \sqrt[k]{a^{\frac{k}{n}} \times b^{\frac{k}{m}}}, \quad k = [n, m]$$

سوال: حاصل عبارت های زیر را بدست آورید

$$\begin{aligned} (2\sqrt{3} - 3\sqrt{2})^2 &= (2\sqrt{3} - 3\sqrt{2})(2\sqrt{3} - 3\sqrt{2}) \\ &= (2\sqrt{3})(2\sqrt{3}) - (2\sqrt{3})(3\sqrt{2}) - (3\sqrt{2})(2\sqrt{3}) + (3\sqrt{2})(3\sqrt{2}) \\ &= 4\sqrt{9} - 6\sqrt{6} - 6\sqrt{6} + 9\sqrt{4} = 12 - 12\sqrt{6} + 18 = 30 - 12\sqrt{6} \end{aligned}$$

توجه: در فصل بعد این سوال را به کمک اتحاد مربع دو جمله ای نیز می توانیم حل کنیم

$$(2\sqrt{5} - \sqrt{2})(3\sqrt{2} + 3\sqrt{3}) =$$

نکته: ضریب رادیکال را می توانیم به زیر رادیکال برگردانیم به این ترتیب که آن عدد را به توان فرجه می رسانیم و زیر رادیکال

می بریم

مثال:

$$2\sqrt{3} = \sqrt{2^2 \times 3} = \sqrt{12}$$

$$3\sqrt{2} =$$

$$-4\sqrt{2} =$$

$$-3^2\sqrt{3} =$$

نتیجه ۴ داریم :

$$x^n\sqrt{y} = \sqrt[n]{x^n \times y}$$

می بینیم فرجه تغییری نمی کند .

### تبدیل رادیکال مرکب به رادیکال ساده :

الف : اگر رادیکال مرکب به شکل زیر باشد

$$\sqrt[x]{a} \sqrt[y]{b} \sqrt[z]{c} = \sqrt[x]{a} \times \sqrt[x \times y]{b} \times \sqrt[x \times y \times z]{c} = \sqrt[x \times y \times z]{a^{y \times z} \times b^z \times c}$$

مثال :

$$\begin{aligned} \sqrt[3]{2} \sqrt[2]{3} \sqrt[4]{4} &= \sqrt[3]{2} \times \sqrt[3 \times 2]{3} \times \sqrt[3 \times 2 \times 4]{4} = \sqrt[3 \times 2 \times 4]{2^2 \times 3^3 \times 4^3} = \sqrt[24]{2^6 \times 3^3 \times 4^3} = \sqrt[24]{64 \times 27 \times 4} \\ &= \sqrt[24]{6912} \end{aligned}$$

توجه : سوال بالا را به کمک نکته زیر نیز می توانیم حل کنیم :

$$\sqrt[3]{2} = \sqrt[3]{2^1} = 2^{\frac{1}{3}}$$

$$\sqrt[2]{3} =$$

$$\sqrt[4]{4} =$$

$$\sqrt[3]{3} =$$

$$\sqrt[4]{4} =$$

بنابراین :

$$\begin{aligned} \sqrt[3]{2} \sqrt[2]{3} \sqrt[4]{4} &= \sqrt[3]{2} \times \sqrt[3 \times 2]{3} \times \sqrt[3 \times 2 \times 4]{4} = 2^{\frac{1}{3}} \times 3^{\frac{1}{6}} \times 4^{\frac{1}{12}} = 2^{\frac{6}{18}} \times 3^{\frac{3}{18}} \times 4^{\frac{1}{18}} = \sqrt[18]{2^6 \times 3^3 \times 4^1} \\ &= \sqrt[18]{64 \times 27 \times 4} = \sqrt[18]{6912} \end{aligned}$$

نتیجه ۵: به طور کلی از این نکته استفاده کردیم که:  $\sqrt[n]{x^m} = x^{\frac{m}{n}}$

یعنی همان عدد زیر رادیکال را به عنوان پایه و توان در صورت و فرجه در مخرج

مثال:

$$\sqrt[4]{x^8} = x^{\frac{8}{4}} = x^2$$

تمرین:

$$\sqrt[3]{4 \sqrt[2]{3}} =$$

$$\sqrt[4]{x^2 \sqrt{x^2} \sqrt[3]{x}} =$$

ب: رادیکال های مرکب نوع دوم به شکل  $\sqrt{a + \sqrt{b}}$  می باشند که این رادیکال ها در فصل بعد به کمک اتحادها حل می شوند.

### گویا کردن مخرج کسر رادیکالی

برای محاسبات آسان تر لازم است مخرج کسرها از حالت رادیکالی خارج شود برای این کار به کمک روش های زیر مخرج کسر را از حالت رادیکالی خارج می کنیم به این کار گویا کردن کسر رادیکالی می گویند.

مثال:



$$\frac{5}{\sqrt{2}} = \frac{5}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{5\sqrt{2}}{2}$$

$$\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{x}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{x}} \times$$

$$\frac{5}{\sqrt{2^2}} =$$

$$\frac{5}{\sqrt{2^3 x}} =$$

$$\frac{2}{\sqrt{x+1}} =$$

$$\frac{2}{\sqrt{x+1}} \times \frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x+1}} = \frac{2\sqrt{x+1}}{(\sqrt{x+1})^2} = \frac{2\sqrt{x+1}}{x+1}$$

نتیجه :

هر گاه مخرج کسر شامل یک رادیکال به صورت  $\frac{a}{b\sqrt[n]{cm}}$  باشد برای گویا کردن کسر را در  $\frac{\sqrt[n]{a^{n-m}}}{\sqrt[n]{a^{n-m}}}$  ضرب می کنیم. دقت داریم که این کسر ضرب شده برابر واحد است و در ضرب کسر اصلی را تغییر نمی دهد.

توجه : اگر مخرج کسر بیش از یک رادیکال بود آن را به کمک اتحاد مزدوج در فصل بعد گویا می کنیم

$$\frac{1}{\sqrt{2}-\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{2-3} = \frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{-1} = -\sqrt{2}-\sqrt{3}$$

نکته تکمیلی : برای گویا کردن کسر زیر از اتحاد چاق و لاغر استفاده شده است که در فصل بعد به طور کامل بررسی می کنیم .

$$\frac{1}{\sqrt[n]{a} + \sqrt[n]{b}}$$

$$\frac{1}{\sqrt[n]{a} + \sqrt[n]{b}} \times \frac{\sqrt[n]{a^r} - \sqrt[n]{ab} + \sqrt[n]{b^r}}{\sqrt[n]{a^r} - \sqrt[n]{ab} + \sqrt[n]{b^r}} = \frac{\sqrt[n]{a^r} - \sqrt[n]{ab} + \sqrt[n]{b^r}}{(\sqrt[n]{a})^r + (\sqrt[n]{b})^r} = \frac{\sqrt[n]{a^r} - \sqrt[n]{ab} + \sqrt[n]{b^r}}{a + b}$$

توجه : اتحاد چاق و لاغر بصورت زیر می باشد

$$(a + b)(a^r - ab + b^r) = a^r + b^r$$

$$(\sqrt[r]{a} + \sqrt[r]{b})(\sqrt[r]{a^r} - \sqrt[r]{ab} + \sqrt[r]{b^r}) = (\sqrt[r]{a})^r + (\sqrt[r]{b})^r = a + b$$

تمرین تکمیلی: کسر اول را به کمک اتحاد مزدوج و دومی را با چاق و لاغر گویا کنید

$$\frac{2}{2 - \sqrt{3}} =$$

$$\frac{1}{\sqrt{2} - 1} =$$

یادداشت فصل:

خدایا توان من کم است و چشم به توانی دارم که از سوی تو همیشه سایه بر سر ما داشته است، ما می دانیم که دوستان خوب همچون پایه ای مساوی هستند که توان های ما را با هم جمع می کنند و تا توانسته ایم توان هایمان را از همدیگر کم نکرده ایم و نخواهیم کرد مگر آنکه پایه ی کاری باشیم منفی که در آن کار، خیر و برکتی نباشد و تو توان را از ما کم کنی

خدایا همچون جذر که فقط ریشه ی مثبت اعداد را می بیند با اعمال ما برخورد کن و از منفی هایش بگذر و تو چه خوب می دانی که اعداد منفی جذر ندارند خدایا هر جا که گره گنگی در کار ما دیدی تو گویایش کن و ساده اش کن و ما را از آن گنگی خارج کن که همه اعمال گویای آن باشد که به نیت تو است و کار گنگی نداشته باشیم

خدایا دستان ما را پر کن از فرجه های زوج تا که منفی ها در زیر دستان ما جایی نداشته باشند و تا لحظه آخر عمر منتظر توان های زوج تو هستیم که تمام پیرانتهای ما را خالی از منفی کند و مثبت باشیم به امید توان تو، خدایا نگهدار ما باش -

## دی وی دی ریاضیات کنکور با روش بدون فرمول دریل طراح



درباره ی مدرس:



مهندس مامد دلیمه یکه تاز ریاضی کنکور ایران

کسی که ریاضیات کنکور سراسری را ۱۰۰ زد.

رتبه ۲۰۰ کنکور سراسری ریاضی فیزیک

فارغ التمصيل نخبه از دانشگاه صنعتی امیرکبیر تهران

ونه فیلم

دانلود از اپلیکیشن پادرس



Riazi100.ir