

۱- اندازه گیری و کمیت

در محیط پیرامون ما برخی از ویژگی‌ها مانند زیبایی یا مهربانی قابل اندازه‌گیری نمی‌باشند. اما برای برخی از ویژگی‌ها مانند سنگینی و سبکی و یا بلندی و کوتاهی می‌توان یک روش اندازه‌گیری مورد توافق همگان تعریف کرد و آن‌ها را اندازه‌گیری کرد. ویژگی‌ای که بر اساس ارائه‌ی یک روش اندازه‌گیری مورد توافق همگان قابل اندازه‌گیری است **کمیت** نامیده می‌شود.

۲- یکای (واحد) اندازه‌گیری

مقدار مشخصی از هر کمیت را به عنوان مقیاس اندازه‌گیری آن کمیت انتخاب می‌کنند که به آن یکا یا واحد اندازه‌گیری آن کمیت گفته می‌شود. اندازه‌گیری هر کمیت به این صورت انجام می‌شود که مقدار آن کمیت چند برابر مقداری است که به عنوان یکا یا واحد اندازه‌گیری برای آن کمیت در نظر گرفته شده است. برای آن که رقم‌های حاصل از اندازه‌گیری‌های مختلف یک کمیت با هم یکی باشند، دانشمندان توافق کرده‌اند که برای هر کمیت یکای معینی تعریف کنند. یکای هر کمیت باید به گونه‌ای انتخاب شود که در شرایط فیزیکی تعیین شده تغییر نکند و همواره در دسترس باشد. مجموعه یکاهای مورد توافق بین‌المللی را به اختصار یکاهای SI می‌نامند. SI حروف اول واژه‌ی فرانسوی Systeme International به معنای دستگاه بین‌المللی است.

۳- یکاهای اصلی و فرعی

آن دسته از کمیت‌هایی را که یکاهای آن‌ها به طور مستقل و بدون رابطه با سایر یکاهای دیگر تعریف می‌شود **کمیت اصلی** و یکاهای آن‌ها را **یکای اصلی** می‌نامند. سایر کمیت‌ها را که یکاهای آن‌ها با کمک رابطه‌ی آن‌ها با کمیت‌های دیگر و با استفاده از یکاهای دیگر تعریف می‌شود **کمیت فرعی** و یکاهای آن‌ها را **یکای فرعی** می‌نامند. طول، جرم، زمان، دما و شدت جریان الکتریکی از جمله کمیت‌های اصلی در SI هستند. نیرو، اندازه حرکت، کار و میدان الکتریکی از جمله کمیت‌های فرعی در SI هستند.

۴- تعریف یکای طول در SI

یکای طول در SI متر نام دارد و آن را با نماد m نشان می‌دهند. برای این یکا نمونه‌ی استاندارد ساخته شده است که در موزه‌ی سورپاریس نگهداری می‌شود. این نمونه میله‌ای است از جنس آلیاژ پلاتین و ایریدیوم با دو علامت روی آن که فاصله‌ی بین آن‌ها در دمای صفر درجه‌ی سلسیوس به طور دقیق برابر طول توافق شده‌ی بین‌المللی برای یک متر است. در موسسه‌های استاندارد هر کشور نمونه‌هایی مشابه با این نمونه‌ی استاندارد تهیه و نگهداری می‌شود.

۵- تعریف یکای جرم در SI

یکای جرم در SI کیلوگرم نام دارد و آن را با نماد kg نشان می‌دهند. برای این یکا نمونه‌ی استاندارد به صورت استوانه‌ای از جنس آلیاژ پلاتین و ایریدیوم ساخته شده است که در موزه‌ی سورفرانسسه نگهداری می‌شود. در موسسه‌های استاندارد همه‌ی کشورها نمونه‌هایی مشابه با این نمونه‌ی استاندارد را تهیه و نگهداری می‌کنند.

۶- تعریف یکای زمان در SI

یکای زمان در SI ثانیه نام دارد و آن را با نماد s نشان می‌دهند. طبق تعریف اولیه و قدیمی یک ثانیه برابر $\frac{1}{86400}$ یک شبانه‌روز است.

-۷

یکای مناسب برای کمیت‌های خیلی بزرگ و خیلی کوچک

در SI پیشنهادهایی برای یکاها تعریف کرده‌اند که با اضافه کردن آن‌ها به یکای هر کمیت می‌توان یکاهای بزرگ‌تر و کوچک‌تری را برای اندازه‌گیری مقادیرهای خیلی بزرگ و خیلی کوچک به وجود آورد. این یکاها در جدول زیر آورده شده‌اند.

پیشوند	مضرب	نماد	پیشوند	مضرب	نماد
دسی	10^{-1}	d	دکا	10	da
سانتی	10^{-2}	c	هکتو	10^2	h
میلی	10^{-3}	m	کیلو	10^3	k
میکرو	10^{-6}	μ	مگا	10^6	M
نانو	10^{-9}	n	گیگا	10^9	G
پیکو	10^{-12}	p	ترا	10^{12}	T

-۸

نمادگذاری علمی

در اندازه‌گیری مقادیرهای بسیار بزرگ و یا بسیار کوچک به اعدادی برخورد می‌کنیم که به علت تعداد زیاد صفر در سمت راست آن اعداد و یا تعداد زیاد صفر بعد از ممیز آن اعداد در نمایش و خواندن آن‌ها با مشکل مواجه می‌شویم و در نتیجه احتمال اشتباه افزایش پیدا می‌کند و نوشتن و محاسبه آن‌ها دشوار است. این اعداد را با استفاده از روشی که آن را نمادگذاری علمی می‌نامند نمایش می‌دهند تا هم در نمایش و هم در محاسبه سهولت ایجاد شود.

در نمادگذاری علمی هر مقدار را به صورت حاصل ضرب عددی بین ۱ و 10 و ضرب توان صحیحی از 10 می‌نویسند.

مثال ۱: جرم یک الکترون بر حسب کیلوگرم برابر 9.109×10^{-31} است که آن را به صورت 9.109×10^{-31} نشان می‌دهند.

مثال ۲: فاصله‌ی زمین تا خورشید بر حسب متر حدود $150,000,000,000$ است که آن را به صورت 1.5×10^{11} نشان می‌دهند.

دقت اندازه گیری

کمترین مقداری را که یک وسیله ی اندازه گیری می تواند اندازه بگیرد دقت اندازه گیری آن وسیله می نامند. یک وسیله ی اندازه گیری نمی تواند مقداری را که کم تر از دقت اندازه گیری آن است اندازه گیری کند. بنابراین نتیجه ی اندازه گیری توسط یک وسیله ی اندازه گیری باید همواره مضرب درستی از دقت اندازه گیری آن وسیله باشد.

مثال ۱: در اندازه گیری طول با خط کشی که بر حسب میلی متر درجه بندی شده است، اگر نتیجه ی اندازه گیری بر حسب میلی متر بیان شود باید حتما عدد صحیح باشد.

مثال ۲: در اندازه گیری جرم با ترازویی که کمترین درجه بندی آن برابر ۲۵۰ گرم است، اگر نتیجه ی اندازه گیری بر حسب گرم بیان شود باید حتما بر ۲۵۰ بخش پذیر باشد.

مثال ۳: در اندازه گیری حجم مایع با پیمانه ای که حجم آن برابر ۵ سی سی است، اگر نتیجه ی اندازه گیری بر حسب سی سی بیان شود باید حتما بر ۵ بخش پذیر باشد.

مثال ۴: اگر طول جسمی ۱۵۵ میلی متر و با خط کشی که دقت آن ۱ cm است، طول آن را اندازه بگیریم مقدار اندازه گیری شده برابر ۱۵ cm خواهد بود چرا که این خط کش مقادیر کوچک تر از ۱ cm را نمی تواند اندازه بگیرد.

۱۰- تبدیل یکای طول :

فرض کنید می خواهیم مقدار یک طول را که بر حسب میکرومتر بیان شده است بر حسب هکتومتر بیان کنیم. برای این کار باید ببینیم هر یک میلی متر چند هکتومتر است.

$$1 \text{ mm} = ? \text{ hm}$$

(۱) روش اول :

$$\begin{cases} 1 \text{ mm} = 10^{-3} \text{ m} \\ 1 \text{ hm} = 10^2 \text{ m} \end{cases} \Rightarrow \frac{1 \text{ mm}}{1 \text{ hm}} = \frac{10^{-3} \text{ m}}{10^2 \text{ m}} = 10^{-5} \Rightarrow 1 \text{ mm} = 10^{-5} \text{ hm}$$

(۲) روش دوم :

$$1 \text{ mm} = x \text{ hm} \Rightarrow 1 \times 10^{-3} \text{ m} = x \times 10^2 \text{ m} \Rightarrow 10^{-3} = x \times 10^2 \Rightarrow x = 10^{-5}$$

۱۱- تبدیل یکای مساحت :

فرض کنید می‌خواهیم مقدار یک مساحت را که برحسب کیلومتر مربع بیان شده است برحسب دسی‌متر مربع بیان کنیم. برای این کار باید ببینیم هر یک کیلومتر مربع چند دسی‌متر مربع است.

$$1 \text{ km}^2 = ? \text{ dm}^2$$

توجه کنید که منظور از مساحت یک کیلومتر مربع (1 km^2) مساحت یک مربع به ضلع یک کیلومتر است که این مساحت برابر $10^6 \text{ m}^2 = 1000 \text{ m} \times 1000 \text{ m} = 1 \text{ km} \times 1 \text{ km}$ به دست می‌آید. به عبارت دیگر منظور از km^2 دقیقاً $(\text{km})^2$ است و نباید آن را $k(\text{m}^2)$ و یا 10^3 m^2 فرض کرد. (۱) روش اول :

$$\begin{cases} 1 \text{ km} = 10^3 \text{ m} \\ 1 \text{ dm} = 10^{-1} \text{ m} \end{cases} \Rightarrow \frac{1 \text{ km}}{1 \text{ dm}} = \frac{10^3 \text{ m}}{10^{-1} \text{ m}} = 10^4 \Rightarrow \left(\frac{1 \text{ km}}{1 \text{ dm}}\right)^2 = 10^8$$

$$\Rightarrow \frac{1 \text{ km}^2}{1 \text{ dm}^2} = 10^8 \Rightarrow 1 \text{ km}^2 = 10^8 \text{ dm}^2$$

(۲) روش دوم :

$$1 \text{ km}^2 = x \text{ dm}^2 \Rightarrow 1 \times (10^3 \text{ m})^2 = x \times (10^{-1} \text{ m})^2 \Rightarrow 10^6 \text{ m}^2 = x \times 10^{-2} \text{ m}^2$$

$$\Rightarrow 10^6 = x \times 10^{-2} \Rightarrow x = 10^8$$

۱۲- تبدیل یکای حجم :

فرض کنید می‌خواهیم مقدار یک حجم را که برحسب دکامترمکعب بیان شده است برحسب گیگامترمکعب بیان کنیم. برای این کار باید ببینیم هر یک دکامترمکعب چند گیگامترمکعب است.

$$1 \text{ dam}^3 = ? \text{ Gm}^3$$

توجه کنید که منظور از حجم یک دکامترمکعب (1 dam^3) حجم یک مکعب به ضلع یک دکامتر است که این حجم برابر $10^3 \text{ m}^3 = 10 \text{ m} \times 10 \text{ m} \times 10 \text{ m} = 1 \text{ dam} \times 1 \text{ dam} \times 1 \text{ dam}$ به دست می‌آید. به عبارت دیگر منظور از dam^3 دقیقاً $(\text{dam})^3$ است و نباید آن را $\text{da}(\text{m}^3)$ و یا 10 m^3 فرض کرد. (۱) روش اول :

$$\begin{cases} 1 \text{ dam} = 10 \text{ m} \\ 1 \text{ Gm} = 10^9 \text{ m} \end{cases} \Rightarrow \frac{1 \text{ dam}}{1 \text{ Gm}} = \frac{10 \text{ m}}{10^9 \text{ m}} = 10^{-8} \Rightarrow \left(\frac{1 \text{ dam}}{1 \text{ Gm}}\right)^3 = 10^{-24}$$

$$\Rightarrow \frac{1 \text{ dam}^3}{1 \text{ Gm}^3} = 10^{-24} \Rightarrow 1 \text{ dam}^3 = 10^{-24} \text{ Gm}^3$$

(۲) روش دوم :

$$1 \text{ dam}^3 = x \text{ Gm}^3 \Rightarrow 1 \times (10 \text{ m})^3 = x \times (10^9 \text{ m})^3 \Rightarrow 10^3 \text{ m}^3 = x \times 10^{27} \text{ m}^3$$

$$\Rightarrow 10^3 = x \times 10^{27} \Rightarrow x = 10^{-24}$$

۱۳-۲- چگالی:

اگر از شما پرسند که چوب سنگین تر است یا آهن، احتمالاً پاسخ شما آهن است. اما آیا یک میخ آهنی کوچک از تنه ی یک درخت سنگین تر است؟ منظور شما از این که آهن سنگین تر از چوب است، این بوده که اگر دو حجم مساوی از آهن و چوب برداریم، جرم آهن بیش تر خواهد بود. کمیت چگالی هم این موضوع را بررسی می کند. جرم یک واحد از حجم (مثلاً جرم یک سانتی متر مکعب) از هر ماده را جرم حجمی و یا چگالی آن ماده می نامند و با نماد ρ نمایش می دهند. بنابراین اگر جسمی با حجم V دارای جرم m باشد، می توان نتیجه گرفت که یک واحد از حجم

$$\rho = \frac{m}{V} \text{ است. بنابراین: } \rho = \frac{m}{V}$$

یکای SI چگالی $\frac{kg}{m^3}$ است ولی واحدهای دیگری چون $\frac{g}{cm^3}$ ، $\frac{kg}{lit}$ و ... نیز کاربرد فراوانی دارند.

مثال: یک گلوله ی ۱۰۰ گرمی از فلزی به چگالی $\frac{4}{3} \frac{g}{cm^3}$ را درون یک لیوان پر از مایعی به چگالی $\frac{0.8}{3} \frac{g}{cm^3}$

می اندازیم. چه جرمی از مایع بیرون می ریزد؟

$$\rho = \frac{m}{V} \xrightarrow{\text{برای گلوله}} \rho = \frac{100}{V_1} \Rightarrow V_1 = 25 \text{ cm}^3$$

حجم مایعی که بیرون می ریزد، برابر حجم گلوله است. بنابراین $V_2 = 25 \text{ cm}^3$

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow 0.8 = \frac{m}{25} \Rightarrow m = 0.8 \times 25 = 20 \text{ g}$$

جرم مایعی که بیرون می ریزد ۲۰g است.

• چگالی یک مخلوط و یا یک آلیاژ، نسبت جرم مخلوط به حجم آن می باشد:

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_1 + m_2 + \dots}{V_1 + V_2 + \dots}$$

مثال: 100 cm^3 از مایعی به چگالی $\frac{1}{3} \frac{g}{cm^3}$ را با 100 cm^3 از مایعی به چگالی $\frac{2}{3} \frac{g}{cm^3}$ مخلوط می کنیم. چگالی مخلوط

چقدر می شود؟

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho V \Rightarrow \begin{cases} m_1 = 1 \times 100 = 100 \text{ g} \\ m_2 = 2 \times 100 = 200 \text{ g} \end{cases}$$

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_1 + m_2}{V_1 + V_2} = \frac{100 + 200}{100 + 100} = \frac{300}{200} = 1.5 \frac{g}{cm^3}$$

مثال: 100 g از مایعی به چگالی $\frac{1}{3} \frac{g}{cm^3}$ را با 100 g از مایعی به چگالی $\frac{2}{3} \frac{g}{cm^3}$ مخلوط می کنیم. چگالی مخلوط چقدر

می شود؟

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow V = \frac{m}{\rho} \Rightarrow \begin{cases} V_1 = \frac{100}{1} = 100 \text{ cm}^3 \\ V_2 = \frac{100}{2} = 50 \text{ cm}^3 \end{cases}$$

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_1 + m_2}{V_1 + V_2} = \frac{100 + 100}{100 + 50} = \frac{200}{150} = \frac{4}{3} \frac{g}{cm^3}$$

کمیت های فیزیکی

-۱

کمیت های نرده ای : کمیت هایی هستند که برای مشخص شدن آنها بیان یک عدد که اندازه یا مقدار آن کمیت می باشد، با یکای معین کافی است.
 کمیت هایی مثل طول ، مساحت ، حجم ، جرم ، زمان ، چگالی و دما و جریان الکتریکی نرده ای هستند.
کمیت های برداری : کمیت هایی هستند که برای مشخص شدن آنها بیان یک عدد با یکای معین کافی نیست و باید راستا و سوی این کمیت ها مشخص شود. به عبارت دیگر این کمیت ها دارای اندازه و جهت می باشند.
 کمیت هایی مثل جابه جایی ، سرعت و نیرو برداری هستند.

بردارهای برابر

-۲

دو بردار در صورتی با هم برابرند که دارای اندازه ، راستا و سوی یکسانی باشند.

بردارهای قرینه

دو بردار در صورتی قرینه ی یکدیگرند که دارای اندازه و راستا یکسانی باشند و سوی آنها متفاوت است.

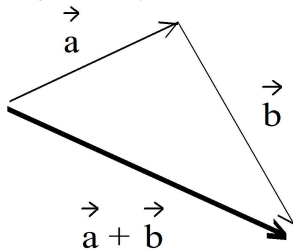
زاویه یک بردار

زاویه ای است که این بردار در جهت مثلثاتی با راستای مثبت محور طولها (X ها) می سازد.

جمع دو بردار با استفاده از روش مثلث

-۳

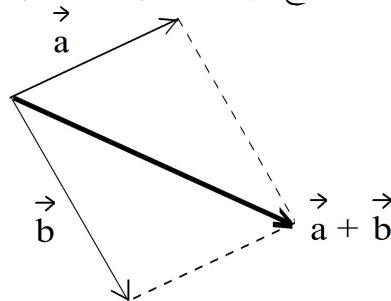
در این روش برای محاسبه ی $\vec{a} + \vec{b}$ ، مطابق شکل زیر ابتدای بردار \vec{b} را روی انتهای بردار \vec{a} قرار می دهیم. برداری که ابتدای آن روی ابتدای بردار \vec{a} و انتهای آن روی انتهای بردار \vec{b} قرار دارد برآیند دو بردار است.



جمع دو بردار با استفاده از روش متوازی الاضلاع

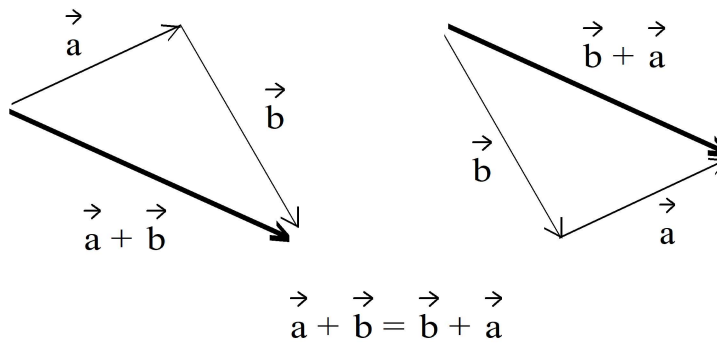
-۴

در این روش برای محاسبه ی $\vec{a} + \vec{b}$ ، مطابق شکل زیر ابتدای بردارهای \vec{a} و \vec{b} را روی هم قرار می دهیم. متوازی الاضلاعی رسم می کنیم که بردارها دو ضلع مجاور آن را تشکیل می دهند. برداری که ابتدای آن روی ابتدای بردارها و انتهای آن روی راس مقابل متوازی الاضلاع قرار دارد برآیند دو بردار است.



نمایش خاصیت جابه‌جایی جمع برداری (با استفاده از روش مثلث)

-۵



نمایش بزرگی (اندازه‌ی) بردار

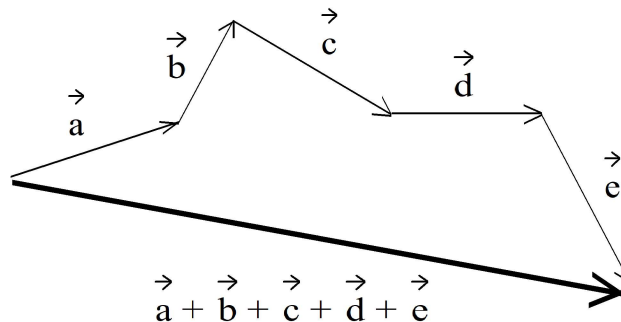
-۶

برای نمایش بزرگی (اندازه‌ی) بردار \vec{X} از نماد $|\vec{X}|$ یا X استفاده می‌شود.
توجه: برای نمایش بزرگی (اندازه‌ی) بردار $\vec{X} + \vec{Y}$ باید از نماد $|\vec{X} + \vec{Y}|$ استفاده کنیم و نمی‌توانیم از نماد $X + Y$ استفاده کنیم. زیرا نماد $X + Y$ به معنای مجموع بزرگی‌های (اندازه‌های) بردارهای \vec{X} و \vec{Y} است و به عبارت دیگر $X + Y$ برابر $|\vec{X}| + |\vec{Y}|$ است.

جمع چند بردار

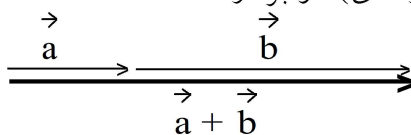
-۷

برای جمع کردن چند بردار مانند بردارهای \vec{a} ، \vec{b} ، \vec{c} ، \vec{d} و \vec{e} می‌توانیم به این ترتیب عمل کنیم که مطابق شکل زیر از انتهای بردار اول، برداری مساوی بردار دوم و از انتهای بردار دوم، برداری مساوی بردار سوم و همین‌طور تا آخر... رسم می‌کنیم. مطابق شکل زیر برداری که ابتدای آن روی ابتدای بردار اول و انتهای آن روی انتهای بردار آخر قرار دارد برآیند بردارها است.



۸- بردارهای هم‌راستا و هم‌سو:

اگر بردارهای \vec{a} و \vec{b} هم‌راستا و هم‌سو باشند، برای بزرگی (اندازه‌ی) جمع دو بردار داریم:
 $|\vec{a} + \vec{b}| = |\vec{a}| + |\vec{b}|$ یا $a + b = a + b$
 یعنی بزرگی (اندازه‌ی) جمع دو بردار هم‌راستا و هم‌سو برابر جمع بزرگی‌های (اندازه‌های) دو بردار است.



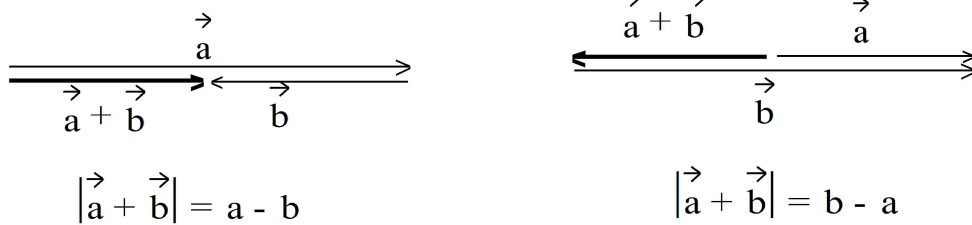
در این حالت جمع دو بردار هم‌سو است.

۹- بردارهای هم راستا و ناهم سو :

اگر بردارهای \vec{a} و \vec{b} هم راستا و ناهم سو باشند، برای بزرگی (اندازه ی) جمع دو بردار داریم :

$$|\vec{a} + \vec{b}| = ||\vec{a}| - |\vec{b}|| \quad \text{یا} \quad |\vec{a} + \vec{b}| = |a - b|$$

یعنی بزرگی (اندازه ی) جمع دو بردار هم راستا و ناهم سو برابر قدرمطلق تفریق بزرگی های (اندازه های) دو بردار است. در این حالت جمع دو بردار با برداری که بزرگی اش بزرگتر است، هم سو خواهد بود.



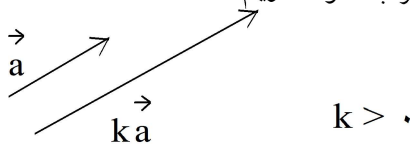
۱۰- بردارهای عمود بر هم :

اگر بردارهای \vec{a} و \vec{b} بر هم عمود باشند، برای بزرگی (اندازه ی) جمع دو بردار داریم :

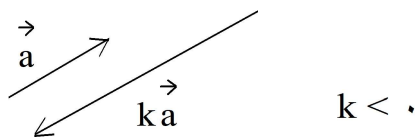
$$|\vec{a} + \vec{b}| = \sqrt{|\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2} \quad \text{یا} \quad |\vec{a} + \vec{b}| = \sqrt{a^2 + b^2}$$

۱۱- ضرب عدد در بردار

ضرب عدد مثبت در بردار : وقتی برداری را در عدد مثبتی ضرب می کنیم، راستا و سوی آن تغییر نمی کند و تنها بزرگی بردار در آن عدد ضرب می شود. اگر فرض کنیم عدد مثبت k در بردار \vec{a} ضرب شود داریم:

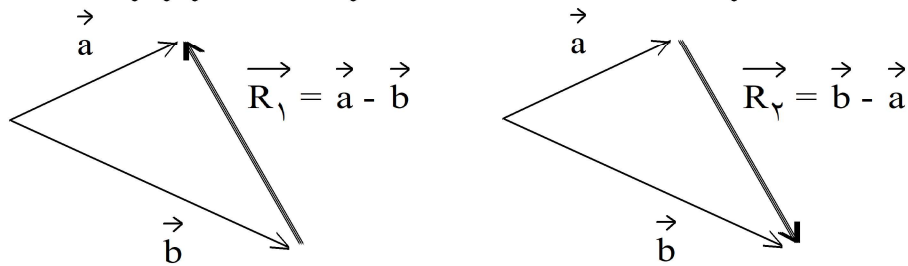


ضرب عدد منفی در بردار : وقتی برداری را در عدد منفی ضرب می کنیم، راستای آن تغییر نمی کند و سوی آن عکس می شود و بزرگی بردار در قدرمطلق آن عدد ضرب می شود. اگر فرض کنیم که عدد منفی k در بردار \vec{a} ضرب شود، داریم:



تفریق دو بردار

برای به دست آوردن تفریق دو بردار \vec{a} و \vec{b} مطابق شکل‌های زیر ابتدای بردارها را روی هم قرار می‌دهیم. برداری که ابتدای آن روی انتهای بردار \vec{b} و انتهای آن روی انتهای بردار \vec{a} است برابر بردار $\vec{a} - \vec{b}$ است.

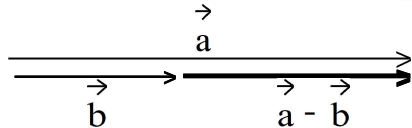


$$\Rightarrow \text{روش مثلث برای جمع دو بردار} \quad \begin{cases} \vec{b} + \vec{R}_1 = \vec{a} \Rightarrow \vec{R}_1 = \vec{a} - \vec{b} \\ \vec{a} + \vec{R}_2 = \vec{b} \Rightarrow \vec{R}_2 = \vec{b} - \vec{a} \end{cases}$$

با توجه به شکل‌های بالا نتیجه گرفته می‌شود تفریق دو بردار خاصیت جابه‌جایی ندارد. یعنی: $(\vec{a} - \vec{b}) \neq (\vec{b} - \vec{a})$.
هم‌چنین با توجه به شکل‌های بالا نتیجه گرفته می‌شود بردارهای $\vec{a} - \vec{b}$ و $\vec{b} - \vec{a}$ قرینه‌اند و $|\vec{a} - \vec{b}| = |\vec{b} - \vec{a}|$.

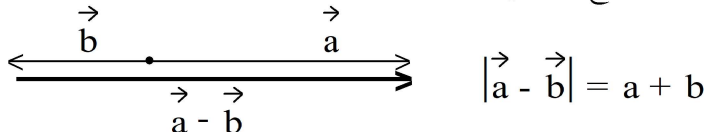
۱۳- بردارهای هم‌راستا و هم‌سو :

اگر بردارهای \vec{a} و \vec{b} هم‌راستا و هم‌سو باشند، برای بزرگی (اندازه‌ی) تفریق دو بردار داریم:
 $|\vec{a} - \vec{b}| = |\vec{b} - \vec{a}| = ||\vec{a}| - |\vec{b}||$ یا $|\vec{a} - \vec{b}| = |\vec{b} - \vec{a}| = |a - b|$
یعنی بزرگی (اندازه‌ی) تفریق دو بردار هم‌راستا و هم‌سو برابر قدرمطلق تفریق بزرگی‌های (اندازه‌های) دو بردار است.



۱۴- بردارهای هم‌راستا و ناهم‌سو :

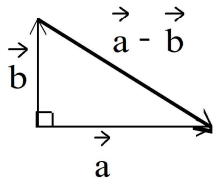
اگر بردارهای \vec{a} و \vec{b} هم‌راستا و ناهم‌سو باشند، برای بزرگی (اندازه‌ی) تفریق دو بردار داریم:
 $|\vec{a} - \vec{b}| = |\vec{b} - \vec{a}| = |a| + |b|$ یا $|\vec{a} - \vec{b}| = |\vec{b} - \vec{a}| = a + b$
یعنی بزرگی (اندازه‌ی) تفریق دو بردار هم‌راستا و ناهم‌سو برابر جمع بزرگی‌های (اندازه‌های) دو بردار است.



۱۵- بردارهای عمود بر هم :

اگر بردارهای a و b بر هم عمود باشند، برای بزرگی (اندازه‌ی) تفریق دو بردار داریم :

$$|\vec{a} - \vec{b}| = |\vec{b} - \vec{a}| = \sqrt{|\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2} \quad \text{یا} \quad |\vec{a} - \vec{b}| = |\vec{b} - \vec{a}| = \sqrt{a^2 + b^2}$$



۱۶- بیشینه و کمینه ی بزرگی (اندازه‌ی) جمع دو بردار

برآیند دو بردار وقتی بیش‌ترین بزرگی (اندازه) را دارد که بردارها هم‌راستا و هم‌سو باشند. بنابراین بیشینه ی بزرگی (اندازه‌ی) جمع دو بردار a و b برابر $a + b$ است.

هم‌چنین برآیند دو بردار وقتی کم‌ترین بزرگی (اندازه) را دارد که بردارها هم‌راستا و ناهم‌سو باشند. بنابراین کمینه ی بزرگی (اندازه‌ی) جمع دو بردار a و b برابر $|a - b|$ است.

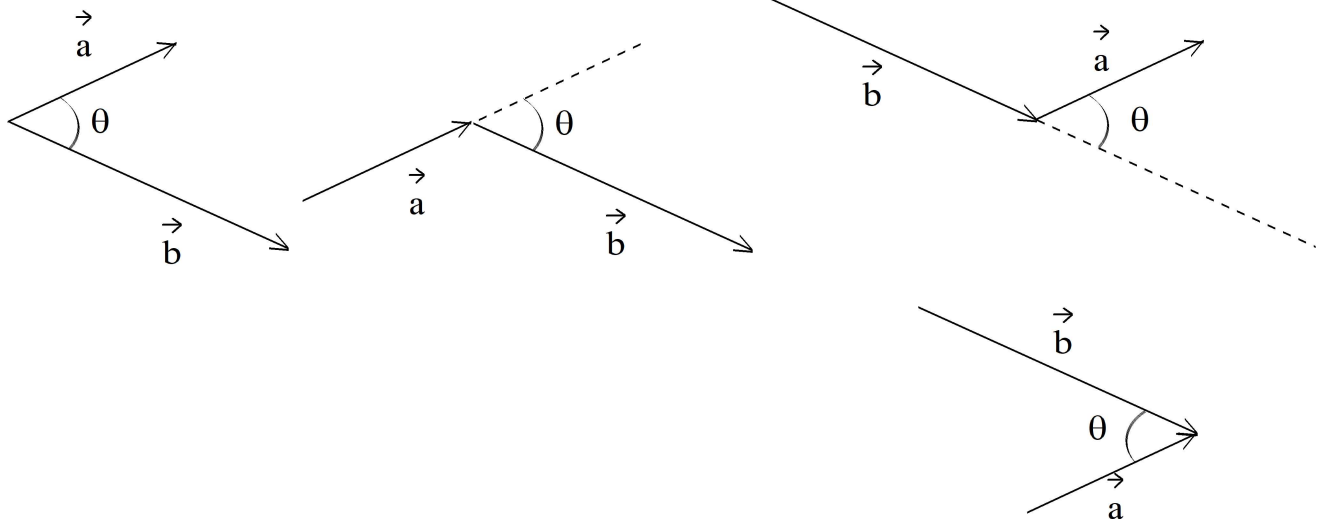
یعنی برای بردارهای a و b همواره داریم :

$$|a - b| \leq |a + b| \leq a + b$$

۱۷- زاویه ی دو بردار

زاویه ی بین دو بردار هنگامی معلوم می‌شود که ابتدای دو بردار روی هم قرار بگیرند. در شکل‌های زیر زاویه ی بین دو بردار a و b در حالت‌های مختلف نشان داده شده است. این زاویه، زاویه‌ای است بین صفر تا 180° درجه.

$$0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$$



۱۸- بزرگی اندازه‌ی برآیند دو بردار در حالت کلی

بزرگی برآیند دو بردار a و b که زاویه ی بین آنها θ است از رابطه‌ی زیر به دست می‌آید.

$$\vec{R} = \vec{a} + \vec{b} \Rightarrow R = \sqrt{a^2 + b^2 + 2ab \cos \theta}$$

بزرگی اندازه ی تفریق دو بردار در حالت کلی

-۱۹

بزرگی تفریق دو بردار \vec{a} و \vec{b} که زاویه ی بین آنها θ است از رابطه ی زیر به دست می آید.

$$\vec{r} = \vec{a} - \vec{b} \Rightarrow r = \sqrt{a^2 + b^2 - 2ab\cos\theta}$$

بزرگی اندازه ی برآیند دو بردار هم اندازه

-۲۰

بزرگی برآیند دو بردار \vec{x} و \vec{y} که زاویه ی بین آنها θ است و اندازه ی یکسان a دارند، به صورت زیر به دست می آید.

$$\vec{R} = \vec{x} + \vec{y} \Rightarrow R = \sqrt{x^2 + y^2 + 2xy\cos\theta} = \sqrt{a^2 + a^2 + 2aa\cos\theta}$$

$$\Rightarrow R = \sqrt{2a^2 + 2a^2\cos\theta} = a\sqrt{2(1 + \cos\theta)} = a\sqrt{2\left(2\cos^2\frac{\theta}{2}\right)}$$

$$\Rightarrow R = 2a\cos\frac{\theta}{2}$$

بزرگی اندازه ی تفریق دو بردار هم اندازه

-۲۱

بزرگی تفریق دو بردار \vec{x} و \vec{y} که زاویه ی بین آنها θ است و اندازه ی یکسان a دارند، به صورت زیر به دست می آید.

$$\vec{r} = \vec{x} - \vec{y} \Rightarrow r = \sqrt{x^2 + y^2 - 2xy\cos\theta} = \sqrt{a^2 + a^2 - 2aa\cos\theta}$$

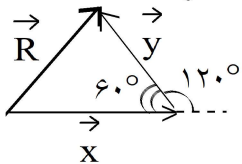
$$\Rightarrow r = \sqrt{2a^2 - 2a^2\cos\theta} = a\sqrt{2(1 - \cos\theta)} = a\sqrt{2\left(2\sin^2\frac{\theta}{2}\right)}$$

$$\Rightarrow r = 2a\sin\frac{\theta}{2}$$

۲۲- نکته: اندازه ی برآیند دو بردار هم اندازه با a که زاویه ی بین آنها 90° درجه است برابر $\sqrt{2}a$ است.

$$R = 2a\cos\frac{\theta}{2}, \theta = 90^\circ \Rightarrow R = 2a \times \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow R = \sqrt{2}a$$

۲۳- نکته: اندازه ی برآیند دو بردار هم اندازه با a که زاویه ی بین آنها 120° درجه است برابر a (هم اندازه با بردارها) است.



$$R = 2a\cos\frac{\theta}{2}, \theta = 120^\circ \Rightarrow R = 2a \times \frac{1}{2} = a$$

۲۴- نکته: اندازه ی برآیند دو بردار هم‌اندازه با a که زاویه ی بین آنها ۶۰ درجه است برابر $\sqrt{۳}a$ است.

$$R = ۲a \cos \frac{\theta}{۲}, \theta = ۶۰^\circ \Rightarrow R = ۲a \times \frac{\sqrt{۳}}{۲} = \sqrt{۳}a$$

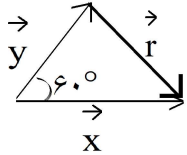
۲۵- نکته: اندازه ی تفریق دو بردار هم‌اندازه با a که زاویه ی بین آنها ۹۰ درجه است برابر $\sqrt{۲}a$ است.

$$R = ۲a \sin \frac{\theta}{۲}, \theta = ۹۰^\circ \Rightarrow R = ۲a \times \frac{\sqrt{۲}}{۲} = \sqrt{۲}a$$

۲۶- نکته: اندازه ی تفریق دو بردار هم‌اندازه با a که زاویه ی بین آنها ۱۲۰ درجه است برابر $\sqrt{۳}a$ است.

$$R = ۲a \sin \frac{\theta}{۲}, \theta = ۱۲۰^\circ \Rightarrow R = ۲a \times \frac{\sqrt{۳}}{۲} = \sqrt{۳}a$$

۲۷- نکته: اندازه ی تفریق دو بردار هم‌اندازه با a که زاویه ی بین آنها ۶۰ درجه است برابر a (هم‌اندازه با بردارها) است.

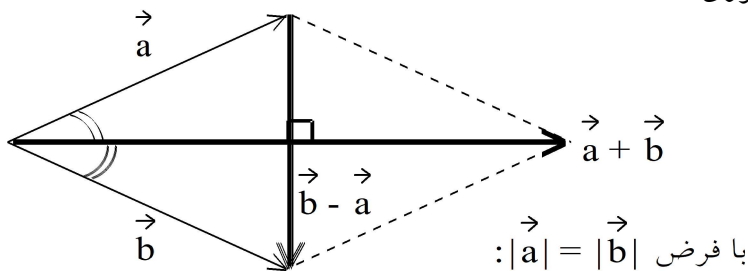


$$R = ۲a \sin \frac{\theta}{۲}, \theta = ۶۰^\circ \Rightarrow R = ۲a \times \frac{1}{۲} = a$$

خواص جمع و تفریق بردارهای هم‌اندازه

۲۸-

با توجه به شکل زیر جمع بردارهای هم‌اندازه در راستای نیم‌ساز بردارها قرار می‌گیرد و جمع و تفریق بردارهای هم‌اندازه بر هم عمود هستند. زیرا متوازی‌الاضلاعی که بردارها با یکدیگر می‌سازند لوزی است و قطرهای لوزی بر هم عمود و نیم‌ساز زاویه‌های لوزی هستند.

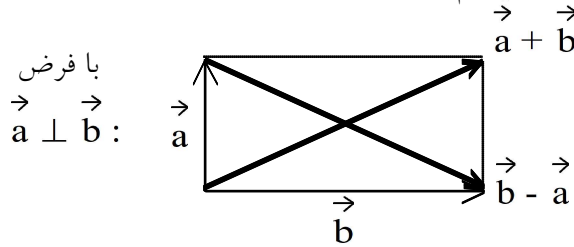


با فرض $|a| = |b|$

-۲۹

خواص جمع و تفریق بردارهای عمود بر هم

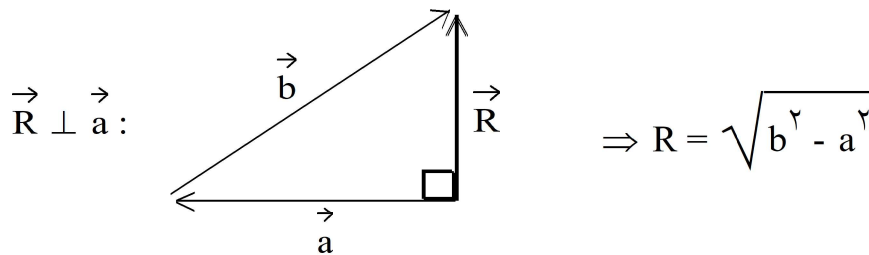
با توجه به شکل زیر جمع و تفریق بردارهای عمود بر هم، هم‌اندازه هستند. زیرا متوازی‌الاضلاعی که بردارها تشکیل می‌دهند مستطیل است و قطرهای مستطیل هم‌اندازه‌اند.



-۳۰

عمود بودن برآیند بردارها بر یکی از بردارها

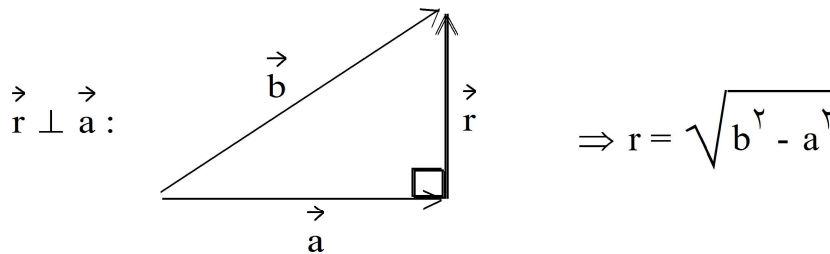
اگر برآیند دو بردار \vec{a} و \vec{b} را \vec{R} فرض کنیم و \vec{R} بر بردار \vec{a} عمود باشد، با توجه به شکل زیر داریم:



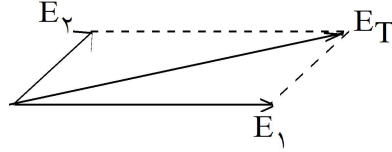
-۳۱

عمود بودن تفریق بردارها بر یکی از بردارها

اگر تفریق دو بردار \vec{a} و \vec{b} را \vec{r} فرض کنیم و \vec{r} بر بردار \vec{a} عمود باشد، با توجه به شکل زیر داریم:



برآیند نیروها و میدان‌های الکتریکی

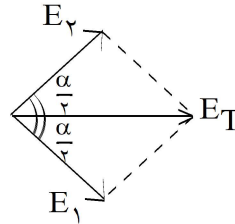


$$E_T = \sqrt{E_1^2 + E_2^2 + 2E_1 E_2 \cos \alpha}$$

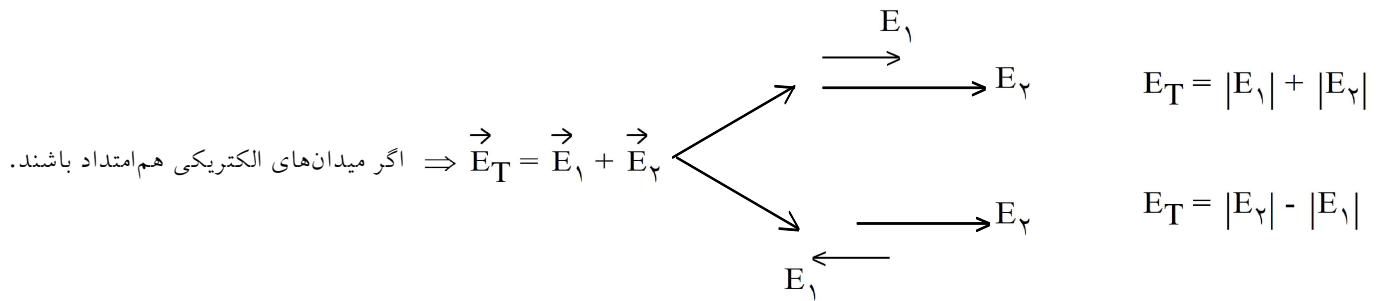
برآیند دو میدان الکتریکی E_1 و E_2 که با هم زاویه ی α می‌سازند

$$E_T = 2E_1 \cos \frac{\alpha}{2}$$

اگر بزرگی E_1 و E_2 برابر باشد



اگر بزرگی E_1 و E_2 مساوی نباشد، میدان الکتریکی برآیند نزدیک به میدان بزرگتر می‌شود و اگر بزرگی E_1 و E_2 مساوی باشد، میدان الکتریکی برآیند نیمساز زاویه ی بین آن‌ها می‌باشد.



۱- با انتخاب یک یکای طول (مثل کتاب)، طول یک نیمکت را اندازه بگیرید. طول نیمکت چند برابر طول کتاب است؟ این اندازه گیری را با یکاهای دیگری چون مداد و وجب انجام دهید و نتیجه را در جدول زیر ثبت کنید.

یکای	طول نیمکت (یا هر چیز دیگری که مورد نظر شماست)
طول یک کتاب	
طول یک مداد	
طول یک وجب	

چرا برای طول نیمکت اعداد متفاوتی به دست آورده اید؟ دلیل این اختلاف چیست؟ برای آن که همه اندازه گیری ها، طول یکسانی را برای نیمکت بدهند، چه باید کرد؟

در اندازه گیری با ابزار مختلف که دارای واحدهای اندازه گیری مختلف و نابرابر هستند نتایج متفاوتی برای اندازه گیری یک کمیت مشخص به دست می آید. اگر بخواهیم همه ی اندازه گیری ها طول یکسانی را برای نیمکت بدهند، باید از واحدهای اندازه گیری یکسانی استفاده کنیم (یعنی باید طول کتاب، طول مداد و طول وجب برابر باشند).

با توجه به جدول به سه سؤال بعدی پاسخ دهید.

پیشوند	مضرب	نماد	پیشوند	مضرب	نماد
دسی	$\frac{1}{10} = 10^{-1}$	d	دکا	۱۰	da
سانتی	$\frac{1}{100} = 10^{-2}$	c	هکتو	۱۰۰	h
میلی	$\frac{1}{1000} = 10^{-3}$	m	کیلو	۱۰۰۰	K
میکرو	$\frac{1}{10^6} = 10^{-6}$	μ	مگا	10^6	M
نانو	$\frac{1}{10^9} = 10^{-9}$	n	گیگا	10^9	G
پیکو	$\frac{1}{10^{12}} = 10^{-12}$	p	ترا	10^{12}	T

۲- ۵ کیلومتر چند سانتی متر است؟

$$\left. \begin{array}{l} 1 \text{ km} = 10^{+3} \text{ m} \\ 1 \text{ cm} = 10^{-2} \text{ m} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{1 \text{ km}}{1 \text{ cm}} = \frac{10^{+3}}{10^{-2}} = 10^{+5} \Rightarrow 1 \text{ km} = 10^{+5} \text{ cm} \Rightarrow 5 \text{ km} = 5 \times 10^{+5} \text{ cm}$$

۳- ۳۰ ثانیه چند نانو ثانیه است؟

$$1 \text{ ns} = 10^{-9} \text{ s} \Rightarrow \frac{1 \text{ s}}{1 \text{ ns}} = \frac{1}{10^{-9}} = 10^{+9} \Rightarrow 1 \text{ s} = 10^{+9} \text{ ns} \Rightarrow 30 \text{ s} = 30 \times 10^{+9} \text{ ns} = 3 \times 10^{+10} \text{ ns}$$

۴- ۳ گرم چند میکروگرم است؟

$$1 \mu\text{g} = 10^{-6} \text{ g} \Rightarrow \frac{1 \text{ g}}{1 \mu\text{g}} = \frac{1}{10^{-6}} = 10^{+6} \Rightarrow 1 \text{ g} = 10^{+6} \mu\text{g} \Rightarrow 3 \text{ g} = 3 \times 10^{+6} \mu\text{g}$$

۵- با استفاده از شیوهی نمادگذاری علمی، ۱۲۵ متر را بر حسب میکرون (میکرومتر) بنویسید.

$$1 \mu\text{m} = 10^{-6} \text{ m} \Rightarrow \frac{1 \text{ m}}{1 \mu\text{m}} = \frac{1}{10^{-6}} = 10^{+6} \\ \Rightarrow 1 \text{ m} = 10^{+6} \mu\text{m} \Rightarrow 125 \text{ m} = 125 \times 10^{+6} \mu\text{m} \Rightarrow 125 \text{ m} = 1/25 \times 10^{+8} \mu\text{m}$$

۶- با استفاده از شیوهی نمادگذاری علمی جای خالی تساوی مقابل را پر کنید.

$$0.73 \times 10^4 = \dots\dots\dots$$

برای این که عدد به صورت نمادگذاری علمی نمایش داده شود، باید ضریب توان‌های ۱۰ عددی بین ۱ و ۱۰ باشد. بنابراین عدد ۰/۷۳ باید ۱۰ برابر شده و به عدد ۷/۳ تبدیل شود.

$$0.73 \times 10^4 = (0.73 \times 10) \times 10^{-1} \times 10^4 = 7.3 \times 10^3$$

۷- با استفاده از شیوهی نمادگذاری علمی جای خالی تساوی مقابل را پر کنید.

$$54000000 = 5/4 \times \dots\dots\dots$$

برای نمایش عدد به صورت نمادگذاری علمی باید ضریب توان‌های عدد ۱۰ عددی بین ۱ و ۱۰ باشد. بنابراین عدد ۵۴ باید ۱۰^{-۱} برابر شده و به عدد ۵/۴ تبدیل شود.

$$54 \times 10^6 = (54 \times 10^{-1}) \times 10^{+1} \times 10^6 = 5.4 \times 10^7$$

۸- با استفاده از شیوهی نمادگذاری علمی جای خالی تساوی مقابل را پر کنید.

$$0.173 \times 10^{-3} = \dots\dots\dots$$

برای نمایش عدد به صورت نمادگذاری علمی باید ضریب توان‌های عدد ۱۰ عددی بین ۱ و ۱۰ باشد. بنابراین عدد ۰/۱۷۳ باید ۱۰ برابر شده و به عدد ۱/۷۳ تبدیل شود.

$$0.173 \times 10^{-3} = (0.173 \times 10) \times 10^{-1} \times 10^{-3} = 1.73 \times 10^{-4}$$

۹- با استفاده از شیوهی نمادگذاری علمی جای خالی تساوی مقابل را پر کنید.

$$0.0625 \times 10^{-4} = 6/25 \times \dots\dots\dots$$

برای نمایش عدد به صورت نمادگذاری علمی باید عدد ۰/۰۶۲۵ به عدد ۶/۲۵ که بین ۱ و ۱۰ است تبدیل شود.

$$\frac{0.0625}{6/25} = \frac{625 \times 10^{-4}}{625 \times 10^{-2}} = 10^{-2} \Rightarrow 0.0625 = 6/25 \times 10^{-2}$$

$$\Rightarrow 0.0625 \times 10^{-4} = (6/25 \times 10^{-2}) \times 10^{-4} = 6/25 \times 10^{-6}$$

۱۰- بهتر است که هر یک از موردهای زیر را با چه ابزاری اندازه بگیریم؟

فاصله دو شهر، قطر یک سیم، ضخامت یک برگ کاغذ، بلندی موی سر، بلندی قد و ضخامت کتاب.

در اندازه‌گیری‌های بسیار کوچک اگر دقت اندازه‌گیری (خطای اندازه‌گیری) بزرگ باشد خطای نسبی بسیار بزرگ می‌شود و باید از ابزاری با دقت اندازه‌گیری (خطای اندازه‌گیری) بسیار کوچک‌تر از مقدار کمیت مورد اندازه‌گیری استفاده کرد.

هم‌چنین در اندازه‌گیری‌های بسیار کوچک اگر دقت اندازه‌گیری (خطای اندازه‌گیری) کوچک باشد به اعدادی بسیار بزرگ در اندازه‌گیری می‌رسیم که در نمایش آن‌ها با مشکل مواجه می‌شویم و در نمایش به صورت نمادگذاری علمی مجبور به حذف بسیاری از ارقام عدد اندازه‌گیری شده هستیم.

بنابراین برای اندازه‌گیری فاصله‌ی دو شهر، قطر یک سیم، ضخامت یک برگ کاغذ، بلندی موی سر، بلندی قد و ضخامت کتاب، استفاده از ابزاری که دقت اندازه‌گیری آن‌ها به ترتیب برابر 1 km ، 0.1 mm ، 0.1 mm ، 1 cm و 1 mm است مناسب است.

برای اندازه‌گیری قد و بلندی مو استفاده از متری که دارای درجه‌بندی با واحد سانتی‌متر است. هم‌چنین برای اندازه‌گیری ضخامت کتاب استفاده از خط‌کشی که دارای درجه‌بندی با واحد میلی‌متر است مناسب هستند. برای اندازه‌گیری قطر یک سیم و ضخامت یک برگ کاغذ ابزاری مانند کولیس و ریزسنج مناسب هستند. برای اندازه‌گیری فاصله‌ی دو شهر می‌توان از دوربین‌های عکس‌برداری و نقشه‌برداری که برای اندازه‌گیری‌های بزرگ استفاده می‌شوند کمک گرفت.

۱۱- یک شیشه‌ی نوشابه خالی داریم که بر روی آن حجم آن ثبت شده است. چگونه می‌توانید با استفاده از این شیشه‌ی نوشابه حجم یک استکان آب را اندازه بگیرید؟ آیا این اندازه‌گیری دقیق است؟ توضیح دهید.

می‌توان شیشه‌ی نوشابه را پر از آب کرد و آن را چند بار در استکان خالی کرد تا آب شیشه کاملاً خالی شود. سپس حجم شیشه را به تعداد استکان‌های پر شده تقسیم کرد. اگر استکان آخر کامل پر نشود این اندازه‌گیری خطا دارد. برای اندازه‌گیری دقیق‌تر و کاهش خطا در اندازه‌گیری می‌توان شیشه را به دفعات پر کرد و در استکان‌ها خالی کرد تا این‌که استکان آخر تقریباً پر باشد. بنابراین داریم:

$$\text{حجم استکان} = \frac{\text{حجم شیشه} \times \text{تعداد پر کردن شیشه}}{\text{تعداد استکان پر شده}}$$

۱۲- دقت اندازه گیری پیمانهای به حجم ۵ سانتی متر مکعب چقدر است؟ کدام یک از عددهای زیر می تواند نتیجه ی اندازه گیری با این پیمان باشد؟

- (۱) 20 cm^3 (۲) 12 cm^3 (۳) 19 cm^3 (۴)

گزینه ی ۱ پاسخ صحیح است.

دقت اندازه گیری پیمانهای به حجم ۵ سانتی متر مکعب برابر ۵ سانتی متر مکعب است. (کوچکترین مقداری که یک وسیله ی اندازه گیری می تواند اندازه گیری کند دقت اندازه گیری آن وسیله محسوب می شود) در نمایش مقدار اندازه گیری شده توسط یک وسیله ی اندازه گیری نباید مقداری کم تر از دقت اندازه گیری دستگاه وجود داشته باشد و مقدار اندازه گیری شده مضرب صحیحی از دقت اندازه گیری دستگاه است.

بنابراین در اندازه گیری حجم مایع توسط پیمانهای به حجم ۵ سانتی متر مکعب مقدار اندازه گیری شده باید مضرب صحیحی از ۵ سانتی متر مکعب باشد.

۱۳- با استفاده از جدول حساب کنید که $0.56 \mu\text{m}$ میکرون الف) چند میلی متر ب) چند متر است؟ پاسخ خود را با استفاده از شیوه ی نمادگذاری علمی بنویسید.

پیشوند	مضرب	نماد	پیشوند	مضرب	نماد
دسی	$\frac{1}{10} = 10^{-1}$	d	دکا	۱۰	da
سانتی	$\frac{1}{100} = 10^{-2}$	c	هکتو	۱۰۰	h
میلی	$\frac{1}{1000} = 10^{-3}$	m	کیلو	۱۰۰۰	K
میکرو	$\frac{1}{10^6} = 10^{-6}$	μ	مگا	10^6	M
نانو	$\frac{1}{10^9} = 10^{-9}$	n	گیگا	10^9	G
پیکو	$\frac{1}{10^{12}} = 10^{-12}$	p	ترا	10^{12}	T

الف) $0.56 \mu\text{m} = 0.56 \times 10^{-6} \text{ m} = 0.56 \times 10^{-6} \times 10^{+3} \times (10^{-3} \text{ m})$

$= 0.56 \times 10^{-6} \times 10^{+3} \text{ (mm)} = 0.56 \times 10^{-3} \text{ mm}$

$= 0.56 \times 10^{+1} \times 10^{-1} \times 10^{-3} \text{ mm} = 5/6 \times 10^{-4} \text{ mm}$

ب) $0.56 \mu\text{m} = 0.56 \times 10^{-6} \text{ m} = 0.56 \times 10^{+1} \times 10^{-1} \times 10^{-6} \text{ m} = 5/6 \times 10^{-7} \text{ m}$

پیشوند	مضرب	نماد	پیشوند	مضرب	نماد
دسی	$\frac{1}{10} = 10^{-1}$	d	دکا	۱۰	da
سانتی	$\frac{1}{100} = 10^{-2}$	c	هکتو	۱۰۰	h
میلی	$\frac{1}{1000} = 10^{-3}$	m	کیلو	۱۰۰۰	K
میکرو	$\frac{1}{10^6} = 10^{-6}$	μ	مگا	10^6	M
نانو	$\frac{1}{10^9} = 10^{-9}$	n	گیگا	10^9	G
پیکو	$\frac{1}{10^{12}} = 10^{-12}$	p	ترا	10^{12}	T

۱۴- با استفاده از جدول حساب کنید که یک ساعت چند پیکو ثانیه است؟ پاسخ خود را با استفاده از شیوهی نمادگذاری علمی بنویسید.

$$\begin{cases} 1 \text{ h} = 60 \text{ min} = 60(60 \text{ s}) = 3600 \text{ s} \\ 1 \text{ ps} = 10^{-12} \text{ s} \Rightarrow 1 \text{ s} = 10^{+12} \text{ ps} \end{cases} \Rightarrow 1 \text{ h} = 3600(10^{+12} \text{ ps}) \Rightarrow 1 \text{ h} = 3/6 \times 10^{+15} \text{ ps}$$

۱۵- اگر برای اندازه گیری جرم جسمی وزنه در اختیار نداشته باشید، چگونه می توانید جرم آن را تعیین کنید؟
جرم جسم را با جرم مایعی که چگالی آن معلوم است در دو کفه ی ترازو مقایسه می کنیم و سپس با اندازه گیری حجم مایع و محاسبه ی جرم آن از طریق چگالی و حجم، جرم مایع و در نتیجه جسم محاسبه می شود.

۱۶- جرم نفت موجود در یک بشکه پر نفت خانگی را حساب کنید.
اگر حجم یک بشکه نفت را ۱۵۰ لیتر فرض کنیم، داریم:

$$\left. \begin{aligned} V &= 150 \text{ lit} = 0.15 \text{ m}^3 \\ \rho &\approx 900 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \end{aligned} \right\} \Rightarrow m = \rho V = 135 \text{ kg}$$

۱۷- حجم یک گرم طلا چند سانتی متر مکعب است؟

$$\left. \begin{aligned} m &= 1 \text{ g} \\ \rho &= 19300 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 19/3 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \end{aligned} \right\} \Rightarrow V = \frac{m}{\rho} = \frac{1}{19/3} \text{ cm}^3 \Rightarrow V = \approx 0.0518 \text{ cm}^3 = 51/8 \text{ mm}^3$$

۱۸- قطعه‌ای به شما داده شده است و ادعا می‌شود که از طلای خالص ساخته شده است. چگونه می‌توانید درستی این ادعا را بررسی کنید؟

ابتدا باید مطمئن بشویم که این قطعه توپر است یا تو خالی. با محاسبه‌ی جرم و حجم واقعی این قطعه چگالی آن را به دست می‌آوریم.

اگر چگالی قطعه با چگالی طلا برابر نباشد، این قطعه طلای خالص نیست. اما در صورت برابر بودن چگالی قطعه با چگالی طلای خالص، باز هم نمی‌توان به خالص بودن این قطعه پی برد.

- ۱- چگالی دو ماده یکسان است. آیا می توان نتیجه گرفت فاصله ی مولکول های آن ها از یکدیگر در این دو ماده یکسان است؟
- ۲- وقتی حالت ماده تغییر می کند (مثلا یخ ذوب می شود) چگالی آن تغییر می کند. چرا؟
- ۳- جرم یک مکعب فلزی با ضلع 4cm برابر 480 گرم است. چگالی آن را به دست آورید.
- ۴- جرم یک کره ی فلزی با قطر 5cm برابر 400g است. چگالی آن را به دست آورید.
- ۵- جرم یک استوانه ی فلزی با ارتفاع 6cm و شعاع قاعده ی 2cm برابر 720 گرم است. چگالی آن را به دست آورید.
- ۶- جرم یک مکعب توپر آلومینیومی با ضلع 7cm چند گرم است؟ چگالی آلومینیوم 2700 کیلوگرم بر متر مکعب است.
- ۷- جرم یک کره ی توپر مسی با شعاع 6cm چند گرم است؟ چگالی مس 8930 کیلوگرم بر مترمکعب است.
- ۸- جرم یک استوانه ی توپر سربی به ارتفاع 8cm و قطر قاعده ی 2cm چند گرم است؟ چگالی سرب 11300 کیلوگرم بر متر مکعب است.
- ۹- جرم یک مکعب نقره ی برابر 84 گرم است. طول ضلع این مکعب چند سانتی متر است؟ چگالی نقره 10500 کیلوگرم بر مترمکعب است.
- ۱۰- جرم یک کره ی آهنی برابر $3/9\text{ kg}$ است. شعاع این کره چند سانتی متر است؟ چگالی آهن 7800 کیلوگرم بر مترمکعب است. ($\pi \approx 3$)
- ۱۱- جرم یک استوانه از جنس پلاتین با ارتفاع 12 سانتی متر برابر $4/815$ کیلوگرم است. قطر قاعده ی استوانه چند سانتی متر است؟ چگالی پلاتین 21400 کیلوگرم بر مترمکعب است. ($\pi \approx 3$)
- ۱۲- جرم یک استوانه از جنس طلا با شعاع قاعده ی 2mm برابر $1/158$ گرم است. ارتفاع این استوانه چند میلی متر است؟ چگالی طلا 19300 کیلوگرم بر مترمکعب است. ($\pi \approx 3$)
- ۱۳- حجم ظاهری یک قطعه طلا به جرم $1/37$ گرم برابر $0/12$ سانتی مترمکعب است. حجم قسمت توخالی این قطعه چه قدر است؟ چگالی طلا $\frac{19300}{3}\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ است.
- ۱۴- 25 درصد از حجم یک قطعه نقره به جرم $6/3\text{g}$ توخالی است. حجم ظاهری این قطعه چه قدر است؟ چگالی نقره $\frac{10500}{3}\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ است.
- ۱۵- درون یک ظرف با حجم داخلی 100CC چند گرم جیوه جای می گیرد؟ چگالی جیوه 13500 کیلوگرم بر مترمکعب است.
- ۱۶- جرم یک ظرف که پر از الکل است و حجم داخلی آن 150CC است، برابر 165 گرم است. جرم ظرف چند گرم است؟ چگالی الکل 790 کیلوگرم بر مترمکعب است.

۱۷- جرم یک ظرف خالی ۷۷ گرم و هنگامی که پر از نفت است، برابر ۱۴۵ گرم است. حجم داخلی ظرف چند سی سی است؟ چگالی نفت را ۸۵۰ کیلوگرم بر مترمکعب فرض کنید.

۱۸- جرم یک ظرف هنگامی که پر از آب است، برابر ۲۰۰ گرم و هنگامی که پر از جیوه است، برابر ۱۷۷۵ گرم است. چگالی آب و جیوه به ترتیب برابر ۱۰۰۰ و ۱۳۶۰۰ کیلوگرم بر مترمکعب است. جرم ظرف و حجم داخلی آن را به دست آورید.

۱۹- ظرفی از یک مایع با چگالی ۸۰۰ کیلوگرم بر مترمکعب پر شده است، اگر این مایع خالی شود و ظرف از مایع دیگری با چگالی ۱۲۵۰ کیلوگرم بر مترمکعب پر شود، جرم ظرف و محتویات آن ۸۱ گرم افزایش می یابد. حجم داخلی ظرف چه قدر است؟

۲۰- یک ظرف با حجم داخلی ۲۰۰ cc پر از مایعی با چگالی ۷۵۰ کیلوگرم بر مترمکعب است. اگر $\frac{2}{3}$ مایع درون ظرف خارج شود، جرم ظرف و محتویات آن نصف می شود. جرم ظرف را به دست آورید.

۲۱- ۱۰۰ سی سی آب را با ۲۰۰ سی سی الکل مخلوط می کنیم. چگالی آب و الکل به ترتیب ۱۰۰۰ و ۷۹۰ کیلوگرم بر مترمکعب هستند. چگالی محلول را به دست آورید.

۲۲- ۲۱۰ گرم آب را با ۷۹۰ گرم الکل مخلوط می کنیم. چگالی آب و الکل به ترتیب برابر ۱۰۰۰ و ۷۹۰ کیلوگرم بر مترمکعب است. چگالی محلول را به دست آورید.

۲۳- چگالی محلولی از آب و الکل برابر ۸۲۰ کیلوگرم بر مترمکعب است. اگر حجم الکل و آب مخلوط شده به ترتیب V_1 و V_2 باشد، نسبت V_2 و V_1 را به دست آورید. چگالی آب و الکل به ترتیب برابر ۱۰۰۰ و ۷۹۰ کیلوگرم بر مترمکعب است.

۲۴- چگالی محلولی از آب و الکل برابر ۹۴۸ کیلوگرم بر مترمکعب است. اگر جرم آب و الکل مخلوط شده به ترتیب برابر m_1 و m_2 باشد، نسبت m_2 و m_1 را به دست آورید. چگالی آب و الکل به ترتیب برابر ۱۰۰۰ و ۷۹۰ کیلوگرم بر مترمکعب است.

۲۵- یکای هر کمیت چگونه باید انتخاب شود؟ مجموعه ی یکاهای مورد توافق بین المللی را چه می نامند؟

۲۶- کمیت های اصلی و فرعی را تعریف کنید و برخی از کمیت های اصلی و فرعی را نام ببرید.

۲۷- $1 \text{ km} = ? \text{ cm}$

۲۸- $1 \text{ hm} = ? \mu\text{m}$

۲۹- $1 \text{ nm} = ? \text{ mm}$

۳۰- $1 \text{ Ms} = ? \text{ Cs}$

۳۱- $1 \text{ pJ} = ? \text{ dJ}$

۳۲- $1 \text{ dag} = ? \text{ Gg}$

-۳۳

۳۴- $1 \frac{\text{m}}{\text{s}} = ? \frac{\text{km}}{\text{h}}$

۳۵- $1 \frac{\text{mm}}{\text{min}} = ? \frac{\text{m}}{\text{h}}$

۳۶- $4200 \frac{\text{J}}{\text{kg.k}} = ? \frac{\text{J}}{\text{g.k}}$

۳۷- $4200 \frac{\text{J}}{\text{kg.k}} = ? \frac{\text{cal}}{\text{g.k}}$ (هر کالری معادل $4/2$ ژول است.)

۳۸- $1 \frac{\text{kcal}}{\text{g.k}} = ? \frac{\text{J}}{\text{kg.k}}$ (هر کالری معادل $4/2$ ژول است.)

۳۹- $1 \text{ Tm}^2 = ? \text{ km}^2$

۴۰- $1 \text{ hm}^2 = ? \text{ mm}^2$

۴۱- $1 \mu\text{m}^2 = ? \text{ dam}^2$

۴۲- $1 \text{ dm}^3 = ? \text{ m}^3$

۴۳- $1 \text{ Mm}^3 = ? \text{ nm}^3$

۴۴- $1 \text{ pm}^3 = ? \text{ cm}^3$

۴۵- دقت اندازه گیری یک وسیله ی اندازه گیری چگونه تعیین می شود؟

۴۶- تعریف یک کمیت فیزیکی چگونه کامل می شود؟

۴۷- در یک ترازوی شاهین دار برای اندازه گیری جرم جسم از وزنه های $1/5$ گرمی استفاده می شود. کدام یک از مقادیرهای

زیر می تواند نتیجه اندازه گیری جرم توسط این ترازو باشد؟

الف- $12/5$ گرم ب- $13/5$ گرم پ- $14/5$ گرم ت- $15/5$ گرم

۴۸- طول یک اتاق با میله‌ای به طول 25cm که درجه‌بندی نشده است اندازه‌گیری می‌شود. کدام یک از مقادیرهای زیر می‌تواند نتیجه این اندازه‌گیری باشد؟

- الف- 365cm ب- 370cm پ- 375cm ت- 380cm

۴۹- در اندازه‌گیری حجم مایعی با یک پیمانه به حجم $1/2\text{CC}$ ، کدام یک از اعداد زیر می‌تواند حاصل یک اندازه‌گیری صحیح با این پیمانه باشد؟

- الف- $10/6\text{CC}$ ب- $14/8\text{CC}$ پ- $16/4\text{CC}$ ت- $19/2\text{CC}$

۵۰- می‌دانیم زمان رفت و برگشت یک آونگ برابر $0/6$ ثانیه است. توسط این آونگ مدت زمان حرکت یک جسم روی یک سطح افقی اندازه‌گیری می‌شود. کدام یک از مقادیرهای زیر نمی‌تواند نتیجه یک اندازه‌گیری صحیح زمان حرکت جسم توسط آونگ باشد؟

- الف- $20/2\text{s}$ ب- $22/5\text{s}$ پ- $24/3\text{s}$ ت- $27/6\text{s}$

مدت زمان 125 نوسان کامل یک آونگ توسط یک ثانیه شمار که دقت اندازه‌گیری آن یک ثانیه است برابر 160 ثانیه اندازه‌گیری می‌شود.

۵۱- الف) زمان هر نوسان کامل این آونگ چند ثانیه است؟

۵۲- ب) خطای اندازه‌گیری در اندازه‌گیری زمان نوسان هر آونگ چند ثانیه است؟

کوچک‌ترین واحدهای درجه بندی یک ترازوی آشپزخانه معادل 50 گرم است. جرم تعداد 2400 عدد سنجاق توسط این ترازو 150 گرم اندازه‌گیری می‌شود.

۵۳- الف) جرم هر عدد سنجاق برحسب میلی‌گرم چه قدر است؟

۵۴- ب) خطای اندازه‌گیری در اندازه‌گیری جرم هر سنجاق برحسب میلی‌گرم چه قدر است؟

توسط یک خطکش که کوچک‌ترین واحد اندازه‌گیری آن یک میلی‌متر است، ضخامت کتابی را که 95 برگ دارد 19 میلی‌متر اندازه‌گیری می‌کنیم.

۵۵- الف) ضخامت هر برگ این کتاب برحسب میکرومتر چه قدر است؟

۵۶- ب) خطای اندازه‌گیری در اندازه‌گیری هر برگ این کتاب برحسب میکرومتر چه قدر است؟

طول و عرض یک کاغذ مستطیل شکل توسط خطکشی که واحد درجه‌بندی آن میلی‌متر است برابر 45 و 20 متر اندازه‌گیری می‌شود.

۵۷- الف) مساحت کاغذ در این اندازه‌گیری چند میلی‌مترمربع است؟

۵۸- ب) خطای اندازه‌گیری در اندازه‌گیری مساحت کاغذ چند میلی‌مترمربع است؟

طول و عرض یک کاغذ مستطیل شکل توسط خطکشی که واحد درجه‌بندی آن میلی‌متر است برابر 40 و 30 میلی‌متر اندازه‌گیری شده است.

۵۹- الف) قطر این کاغذ در این اندازه‌گیری چند میلی‌متر است؟

۶۰- ب) خطای اندازه‌گیری در اندازه‌گیری قطر کاغذ چند میلی‌متر است؟

۱- خیر - زیرا ممکن است جرم مولکول‌ها در این دو ماده با یکدیگر متفاوت باشد. اگر حجم یکسانی از این دو ماده را فرض کنیم، جرم آن‌ها نیز یکسان است. در حجم‌های یکسان تعداد مولکول‌های ماده‌ای بیش‌تر است که جرم مولکول‌های آن کم‌تر است و در ماده‌ای که تعداد مولکول‌ها بیش‌تر است به دلیل یکسان بودن حجم، فاصله‌ی بین مولکول‌ها کم‌تر است.

۲- وقتی حالت ماده از جامد به مایع و یا برعکس و هم‌چنین از مایع به گاز و یا برعکس تغییر می‌کند، فاصله‌ی بین مولکول‌ها تغییر می‌کند. بنابراین در حجم مشخص از ماده‌ای در حالت‌های جامد، مایع و گاز تعداد مولکول‌ها متفاوت است و در نتیجه جرم و چگالی نیز متفاوت هستند.

$$\Rightarrow \begin{cases} \rho = \frac{m}{V} = \frac{48 \cdot g}{64 \text{ cm}^3} = 7/5 \frac{g}{\text{cm}^3} \\ \rho = \frac{m}{V} = \frac{0/48 \text{ kg}}{64 \times 10^{-6} \text{ m}^3} = 7500 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \end{cases} \quad -3$$

-۴

$$\Rightarrow \begin{cases} \rho = \frac{m}{V} = \frac{400}{\left(\frac{125}{6} \pi\right)} = \frac{96}{5\pi} \frac{g}{\text{cm}^3} \approx 6/112 \frac{g}{\text{cm}^3} \\ \rho = \frac{m}{V} = \frac{0/4}{\left(\frac{125}{6} \pi \times 10^{-6}\right)} = \frac{19200}{\pi} \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \approx 6112 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \end{cases}$$

$$\begin{cases} V = \pi r^2 h = \pi \times 2^2 \times 6 = 24 \pi \text{ cm}^3 = 24 \pi \times 10^{-6} \text{ m}^3 \\ m = 720 \cdot g = 0/72 \text{ kg} \end{cases} \quad -5$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \rho = \frac{m}{V} = \frac{720 \cdot g}{24 \pi \text{ cm}^3} = \frac{30}{\pi} \frac{g}{\text{cm}^3} \approx 9/549 \frac{g}{\text{cm}^3} \\ \rho = \frac{m}{V} = \frac{0/72 \text{ kg}}{24 \pi \times 10^{-6} \text{ m}^3} = \frac{30000}{\pi} \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \approx 9549 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \end{cases}$$

$$\begin{cases} V = a^3 = 7^3 = 343 \text{ cm}^3 = 343 \times 10^{-6} \text{ m}^3 \\ \rho = 2700 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \end{cases} \quad -6$$

$$\Rightarrow m = \rho V = 2700 \times 343 \times 10^{-6} = 0/9261 \text{ kg} = 926/1 \text{ gr}$$

-۷

$$\Rightarrow m = \rho V = 1130 \times 288\pi \times 10^{-6} = 257184\pi \text{ kg} \Rightarrow m = 257184\pi \text{ g} \approx 8.079/67 \text{ g}$$

$$\begin{cases} V = \pi r^2 h = \pi \times 1^2 \times 8 = 8\pi \text{ cm}^3 = 8\pi \times 10^{-6} \text{ m}^3 \\ \rho = 11300 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \end{cases}$$

-۸

$$\Rightarrow m = \rho V = 11300 \times 8\pi \times 10^{-6} = 0.904\pi \text{ kg} \Rightarrow m = 904\pi \text{ g} \approx 284/0 \text{ g}$$

$$\begin{cases} m = 14 \text{ g} \\ \rho = 10500 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 105 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \Rightarrow V = \frac{m}{\rho} = \frac{14}{105} = 0.133 \text{ cm}^3 = a^3 \Rightarrow a = 0.5 \text{ cm} \end{cases}$$

-۹

$$\begin{cases} m = 3/4 \text{ kg} = 750 \text{ g} \\ \rho = 7800 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 78 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \Rightarrow V = \frac{m}{\rho} = \frac{750}{78} = 9.615 \text{ cm}^3 = \frac{4}{3} \pi R^3 \end{cases}$$

-۱۰

$$\Rightarrow 9.615 \approx 4R^3 \Rightarrow R^3 \approx 2.404 \Rightarrow R \approx 1.34 \text{ cm}$$

$$\begin{cases} m = 4/115 \text{ kg} = 3478 \text{ g} \\ \rho = 21400 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 214 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \Rightarrow V = \frac{m}{\rho} = \frac{3478}{214} = 16.25 \text{ cm}^3 = \pi r^2 h = \pi \frac{D^2}{4} h \end{cases}$$

-۱۱

$$\Rightarrow \pi D^2 h = 4 \times 1625 = 6500 \Rightarrow \pi D^2 \times 12 = 6500$$

$$\Rightarrow \pi D^2 = 541.67 \Rightarrow D^2 = \frac{541.67}{\pi} \approx 171 \Rightarrow D \approx 13.1 \text{ cm}$$

$$\begin{cases} m = 1/158 \text{ g} \\ \rho = 19300 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 193 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \Rightarrow V = \frac{m}{\rho} = \frac{1/158}{193} = 0.0000026 \text{ cm}^3 = \pi r^2 h \end{cases}$$

-۱۲

$$\Rightarrow \pi \times \left(\frac{2}{10}\right)^2 h = \frac{6}{1000} \Rightarrow \frac{4}{100} \pi h = \frac{6}{1000} \Rightarrow \pi h = \frac{3}{50} \text{ cm}$$

$$\Rightarrow \pi h = 15 \text{ mm} \Rightarrow h = \frac{15}{\pi} \text{ mm} \Rightarrow h \approx 4.77 \text{ mm}$$

$$\begin{cases} m = 1/137 \text{ g} \\ \rho = 19300 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 19/3 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \Rightarrow V = \frac{m}{\rho} = \frac{1/137}{19/3} = 0.09 \text{ cm}^3 \end{cases} \quad -13$$

$$\Rightarrow \text{حجم قسمت توخالی } \Delta V = V_1 - V = 0.12 - 0.09 = 0.03 \text{ cm}^3$$

$$\begin{cases} m = 6/3 \text{ g} \\ \rho = 10500 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 10/5 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \Rightarrow V = \frac{m}{\rho} = \frac{6/3}{10/5} = 0.6 \text{ cm}^3 \end{cases} \quad -14$$

اگر حجم ظاهری قطعه را V_1 و حجم قسمت توخالی را ΔV فرض کنیم:

$$\Delta V = \frac{25}{100} V_1 \Rightarrow V_1 - V = \frac{25}{100} V_1 \Rightarrow V_1 - V = \frac{1}{4} V_1$$

$$\Rightarrow V_1 - \frac{1}{4} V_1 = V \Rightarrow \frac{3}{4} V_1 = V \Rightarrow V_1 = \frac{4}{3} V \Rightarrow V_1 = \frac{4}{3} \times 0.6 = 0.8 \text{ cm}^3$$

$$\begin{cases} V = 100 \text{ cc} = 100 \text{ cm}^3 \\ \rho = 13500 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 13/5 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \Rightarrow m = \rho V = 13/5 \times 100 = 1350 \text{ g} \end{cases} \quad -15$$

$$\begin{cases} V = 150 \text{ cc} = 150 \text{ cm}^3 \\ \rho = 790 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 0.79 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \Rightarrow m = \rho V = 0.79 \times 150 = 118/5 \text{ g} \end{cases} \quad -16$$

اگر جرم ظرف را m_1 و جرم کل را M فرض کنیم:

$$M = m_1 + m \Rightarrow 165 = m_1 + 118/5 \Rightarrow m_1 = 46/5 \text{ g}$$

$$\begin{cases} \text{جرم نفت } m = 145 \text{ g} - 77 \text{ g} = 68 \text{ g} \\ \rho = 850 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 0.85 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \Rightarrow V = \frac{m}{\rho} = \frac{68}{0.85} = 80 \text{ cm}^3 = 80 \text{ cc} \end{cases} \quad -17$$

۱۸- جرم ظرف را بر حسب گرم m_0 و حجم داخلی آن را بر حسب سانتی متر مکعب V_0 فرض می کنیم. اگر مایعی با چگالی ρ گرم بر سانتی متر مکعب در ظرف پر شود، داریم:

$$M = m + m_0 = \rho V_0 + m_0$$

$$\begin{cases} \text{آب } \rho_1 = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \Rightarrow M_1 = 1V_0 + m_0 = 200 \text{ g} \\ \text{جیوه } \rho_2 = 13600 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 13.6 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \Rightarrow M_2 = 13.6 V_0 + m_0 = 1775 \text{ g} \end{cases}$$

$$\Rightarrow 12.6V_0 = 1575 \Rightarrow V_0 = 125 \text{ cm}^3 \Rightarrow m_0 = 75 \text{ g}$$

۱۹- جرم ظرف را m_0 و حجم داخلی آن را V_0 فرض می کنیم.

$$\begin{cases} \text{حالت اول } \Rightarrow M_1 = m_1 + m_0 = \rho_1 V_0 + m_0 \\ \text{حالت دوم } \Rightarrow M_2 = m_2 + m_0 = \rho_2 V_0 + m_0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \Delta M = M_2 - M_1 = (\rho_2 V_0 + m_0) - (\rho_1 V_0 + m_0) = (\rho_2 - \rho_1) V_0$$

$$\Rightarrow 81 = (1/25 - 0/8) V_0 \Rightarrow 81 = 0/45 V_0 \Rightarrow V_0 = 180 \text{ cm}^3$$

۲۰- جرم ظرف را m_0 و جرم کل مایع درون آن را m فرض می کنیم.

$$M_1 = m + m_0, \quad M_2 = \frac{1}{3} m + m_0$$

$$M_2 = \frac{1}{3} M_1 \Rightarrow \frac{1}{3} m + m_0 = \frac{1}{3} (m + m_0)$$

$$\Rightarrow \frac{1}{3} m + m_0 = \frac{1}{3} m + \frac{1}{3} m_0 \Rightarrow \frac{1}{3} m_0 = \frac{1}{6} m$$

$$\Rightarrow m_0 = \frac{1}{3} m = \frac{1}{3} \rho V = \frac{1}{3} \times 0/75 \times 200 = 50 \text{ g}$$

$$\text{حجم محلول } V = V_1 + V_2 = 100 + 200 = 300 \text{ cm}^3 \quad -21$$

$$\begin{cases} V_1 = 100 \text{ cm}^3 \\ \rho_1 = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \Rightarrow m_1 = \rho_1 V_1 = 100 \text{ g} \end{cases}$$

$$\begin{cases} V_2 = 200 \text{ cm}^3 \\ \rho_2 = 790 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 0.79 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \Rightarrow m_2 = \rho_2 V_2 = 158 \text{ g} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \text{جرم محلول } M = m_1 + m_2 = 100 + 158 = 258 \text{ g}$$

$$\Rightarrow \text{چگالی } \rho = \frac{M}{V} = \frac{258}{300} = 0.86 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} = 860 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$\text{جرم محلول } M = m_1 + m_2 = 210 + 790 = 1000 \text{ g} \quad -22$$

$$\begin{cases} m_1 = 210 \text{ g} \\ \rho_1 = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \Rightarrow V_1 = \frac{m_1}{\rho_1} = 210 \text{ cm}^3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m_2 = 790 \text{ g} \\ \rho_2 = 790 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 0.79 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \Rightarrow V_2 = \frac{m_2}{\rho_2} = 1000 \text{ cm}^3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \text{حجم محلول } V = V_1 + V_2 = 210 + 1000 = 1210 \text{ cm}^3$$

$$\Rightarrow \text{چگالی } \rho = \frac{M}{V} = \frac{1000}{1210} = \frac{100}{121} \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \approx 0.826 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \approx 826 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$\begin{cases} m_1 = \rho_1 V_1 = 790 V_1 \\ m_2 = \rho_2 V_2 = 1000 V_2 \Rightarrow M = m_1 + m_2 = 790 V_1 + 1000 V_2 \end{cases} \quad -23$$

$$\rho = \frac{M}{V} = \frac{m_1 + m_2}{V_1 + V_2} = \frac{790 V_1 + 1000 V_2}{V_1 + V_2} = 820$$

$$\Rightarrow 790 V_1 + 1000 V_2 = 820 V_1 + 820 V_2$$

$$\Rightarrow 1000 V_2 - 820 V_2 = 820 V_1 - 790 V_1 \Rightarrow 180 V_2 = 30 V_1 \Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = 6$$

-۲۴

$$\rho = \frac{M}{V} = \frac{m_1 + m_2}{\frac{m_1}{1000} + \frac{m_2}{790}} = 948 \Rightarrow m_1 + m_2 = \frac{948}{1000} m_1 + \frac{948}{790} m_2$$

$$\Rightarrow m_1 - \frac{948}{1000} m_1 = \frac{948}{790} m_2 - m_2 \Rightarrow \frac{52}{1000} m_1 = \frac{158}{790} m_2 \Rightarrow \frac{m_2}{m_1} = 0.26$$

۲۵- یکای هر کمیت باید به گونه‌ای انتخاب شود که در شرایط فیزیکی تعیین شده تغییر نکند و در دسترس باشد. مجموعه یکاهای مورد توافق بین‌المللی را به اختصار یکاهای SI می‌نامند که در آن SI حرف اول واژه‌های فرانسوی Systeme International به معنای دستگاه بین‌المللی است.

۲۶- آن دسته از کمیت‌هایی که یکاهای آن‌ها به طور مستقل و بدون رابطه با یکاهای دیگر تعریف شده‌اند، کمیت‌های اصلی نام دارند و یکاهای آن‌ها را اصلی می‌نامند. همچنین سایر کمیت‌ها که یکاهای آن‌ها را با استفاده از یکاهای دیگر کمیت‌ها تعریف می‌کنند، کمیت‌های فرعی می‌نامند و یکاهای آن‌ها، یکاهای فرعی نام دارند. چند کمیت اصلی: طول، جرم، زمان
چند کمیت فرعی: مساحت، حجم، چگالی، گرمای ویژه، مقاومت.

$$1 \text{ km} = x \text{ cm} \Rightarrow 10^3 \text{ m} = x \times 10^{-2} \text{ m} \Rightarrow x = \frac{10^3 \text{ m}}{10^{-2} \text{ m}} \Rightarrow x = 10^5 \quad -27$$

$$1 \text{ hm} = y \mu\text{m} \Rightarrow 10^2 \text{ m} = y \times 10^{-6} \text{ m} \Rightarrow y = \frac{10^2 \text{ m}}{10^{-6} \text{ m}} \Rightarrow y = 10^8 \quad -28$$

$$1 \text{ nm} = z \text{ mm} \Rightarrow 10^{-9} \text{ m} = z \times 10^{-3} \text{ m} \Rightarrow z = \frac{10^{-9} \text{ m}}{10^{-3} \text{ m}} \Rightarrow z = 10^{-6} \quad -29$$

$$1 \text{ Ms} = \alpha \text{ Cs} \Rightarrow 10^6 \text{ s} = \alpha \times 10^{-2} \text{ s} \Rightarrow \alpha = \frac{10^6 \text{ s}}{10^{-2} \text{ s}} = 10^8 \quad -30$$

$$1 \text{ pJ} = \beta \text{ dJ} \Rightarrow 10^{-12} \text{ J} = \beta \times 10^{-1} \text{ J} \Rightarrow \beta = \frac{10^{-12} \text{ J}}{10^{-1} \text{ J}} = 10^{-11} \quad -31$$

-۳۲

$$1 \frac{\text{km}}{\text{s}} = x \frac{\text{m}}{\text{min}} \Rightarrow \frac{1000 \text{m}}{\text{s}} = x \times \frac{\text{m}}{60 \text{s}} \Rightarrow x = \frac{1000 \text{m} \times 60 \text{s}}{\text{m} \times \text{s}} = 60000 \quad -۳۳$$

$$1 \frac{\text{m}}{\text{s}} = y \frac{\text{km}}{\text{h}} \Rightarrow 1 \frac{\text{m}}{\text{s}} = y \times \frac{1000 \text{m}}{3600 \text{s}} \Rightarrow y = \frac{1 \text{m} \times 3600 \text{s}}{1000 \text{m} \times \text{s}} = 3/6 \quad -۳۴$$

$$1 \frac{\text{mm}}{\text{min}} = Z \frac{\text{m}}{\text{h}} \Rightarrow \frac{10^{-3} \text{m}}{\text{min}} = Z \frac{\text{m}}{60 \text{min}} \Rightarrow Z = \frac{10^{-3} \text{m} \times 60 \text{min}}{\text{m} \times \text{min}} = 0.06 \quad -۳۵$$

$$4200 \frac{\text{J}}{\text{kg.k}} = x \frac{\text{J}}{\text{g.k}} \Rightarrow 4200 \frac{\text{J}}{1000 \text{g.k}} = x \times \frac{\text{J}}{\text{g.k}} \Rightarrow 4/2 \frac{\text{J}}{\text{g.k}} = x \frac{\text{J}}{\text{g.k}} \Rightarrow x = 4/2 \quad -۳۶$$

$$4200 \frac{\text{J}}{\text{kg.k}} = y \frac{\text{cal}}{\text{g.k}} \Rightarrow 4200 \frac{\text{J}}{1000 \text{g.k}} = y \times \frac{4/2 \text{J}}{\text{g.k}} \Rightarrow 4/2 \frac{\text{J}}{\text{g.k}} = y \times 4/2 \frac{\text{J}}{\text{g.k}} \Rightarrow y = 1 \quad -۳۷$$

$$1 \frac{\text{kcal}}{\text{g.k}} = Z \frac{\text{J}}{\text{kg.k}} \Rightarrow \frac{1000 \times (4/2 \text{J})}{\text{g.k}} = Z \times \frac{\text{J}}{1000 \text{g.k}} \Rightarrow 4200 \frac{\text{J}}{\text{g.k}} = \frac{Z}{1000} \frac{\text{J}}{\text{g.k}} \Rightarrow Z = 4200000 \quad -۳۸$$

۳۹- ابتدا توجه کنید که در یکاهای درجه‌ی دوم، توان ۲ هم برای یکا و هم برای ضریب آن است. مثلاً منظور از یک سانتی‌متر مربع مساحتی برابر مساحت یک مربع با اضلاع ۱ cm است که در نتیجه داریم:

$$1 \text{ cm}^2 = 1 \text{ cm} \times 1 \text{ cm} = 10^{-2} \text{ m} \times 10^{-2} \text{ m} = (10^{-2})^2 \text{ m}^2$$

$$1 \text{ Tm}^2 = x \text{ km}^2 \Rightarrow (10^{12})^2 \text{ m}^2 = x \times (10^3)^2 \text{ m}^2 \Rightarrow 10^{24} \text{ m}^2 = x \times 10^6 \text{ m}^2$$

$$\Rightarrow x = \frac{10^{24} \text{ m}^2}{10^6 \text{ m}^2} = 10^{18}$$

$$1 \text{ hm}^2 = y \text{ mm}^2 \Rightarrow (10^2)^2 \text{ m}^2 = y \times (10^{-3})^2 \text{ m}^2 \Rightarrow 10^4 \text{ m}^2 = y \times 10^{-6} \text{ m}^2 \quad -۴۰$$

$$\Rightarrow y = \frac{10^4 \text{ m}^2}{10^{-6} \text{ m}^2} = 10^{10}$$

$$1 \mu\text{m}^2 = Z \text{ dam}^2 \Rightarrow (10^{-6})^2 \text{ m}^2 = Z \times (10^1)^2 \text{ m}^2 \Rightarrow 10^{-12} \text{ m}^2 = Z \times 10^2 \text{ m}^2 \quad -۴۱$$

$$\Rightarrow Z = \frac{10^{-12} \text{ m}^2}{10^2 \text{ m}^2} = 10^{-14}$$

۴۲- ابتدا توجه کنید که در یکاهای درجه سوم، توان ۳ هم برای یکا و هم برای ضریب آن است. مثلاً منظور از یک سانتی متر مکعب حجمی برابر حجم یک مکعب با اضلاع ۱ cm است که در نتیجه داریم:

$$1 \text{ dm}^3 = x \text{ m}^3 \Rightarrow (10^{-1})^3 \text{ m}^3 = x \text{ m}^3 \Rightarrow 10^{-3} \text{ m}^3 = x \text{ m}^3$$

$$\Rightarrow x = \frac{10^{-3} \text{ m}^3}{\text{m}^3} = 10^{-3}$$

$$1 \text{ Mm}^3 = y \text{ nm}^3 \Rightarrow (10^6)^3 \text{ m}^3 = y \times (10^{-9})^3 \text{ m}^3 \Rightarrow 10^{18} \text{ m}^3 = y \times 10^{-27} \text{ m}^3 \quad -43$$

$$\Rightarrow y = \frac{10^{18} \text{ m}^3}{10^{-27} \text{ m}^3} = 10^{45}$$

$$1 \text{ pm}^3 = z \text{ cm}^3 \Rightarrow (10^{-12})^3 \text{ m}^3 = z \times (10^{-2})^3 \text{ m}^3 \Rightarrow 10^{-36} \text{ m}^3 = z \times 10^{-6} \text{ m}^3 \quad -44$$

$$\Rightarrow z = \frac{10^{-36} \text{ m}^3}{10^{-6} \text{ m}^3} = 10^{-30}$$

۴۵- کمترین مقداری را که یک وسیله اندازه گیری می تواند اندازه بگیرد، دقت اندازه گیری آن وسیله اندازه گیری است.

۴۶- تعریف یک کمیت فیزیکی هنگامی کامل می شود که برای آن یک یکای مناسب و یک روش اندازه گیری تعریف کرده باشیم.

۴۷- اندازه گیری جرم هایی کوچک تر از ۱/۵ گرم توسط این ترازو و وزنه ها امکان پذیر نیست. لذا مقدار اندازه گیری شده باید مضرب درستی از جرم هر وزنه (۱/۵ گرم) باشد.

$$\frac{12/5 \text{ g}}{1/5 \text{ g}} = 8 + \frac{1}{3} \quad \text{الف- نمی تواند.}$$

$$\frac{13/5 \text{ g}}{1/5 \text{ g}} = 9 \quad \text{ب- می تواند.}$$

$$\frac{14/5 \text{ g}}{1/5 \text{ g}} = 9 + \frac{2}{3} \quad \text{پ- نمی تواند.}$$

$$\frac{15/5 \text{ g}}{1/5 \text{ g}} = 10 + \frac{1}{3} \quad \text{ت- نمی تواند.}$$

۴۸- اندازه گیری طول هایی کوچک تر از ۲۵ cm توسط این میله امکان پذیر نیست. لذا مقدار اندازه گیری شده باید مضرب درستی از طول میله (۲۵ سانتی متر) باشد.

$$\frac{۳۶۵ \text{ cm}}{۲۵ \text{ cm}} = \frac{۷۳}{۵} = ۱۴\frac{۳}{۵} \quad \text{الف- نمی تواند.}$$

$$\frac{۳۷۰ \text{ cm}}{۲۵ \text{ cm}} = \frac{۷۴}{۵} = ۱۴\frac{۴}{۵} \quad \text{ب- نمی تواند.}$$

$$\frac{۳۷۵ \text{ cm}}{۲۵ \text{ cm}} = \frac{۷۵}{۵} = ۱۵ \quad \text{پ- می تواند.}$$

$$\frac{۳۸۰ \text{ cm}}{۲۵ \text{ cm}} = \frac{۷۶}{۵} = ۱۵\frac{۱}{۵} \quad \text{ت- نمی تواند.}$$

۴۹- اندازه گیری حجم هایی کوچک تر از ۱/۲ cc توسط این پیمانه امکان پذیر نیست، لذا مقدار اندازه گیری شده باید مضرب درستی از کوچک ترین مقدار قابل اندازه گیری توسط پیمانه (۱/۲ سی سی) باشد.

$$\frac{۱۰/۶ \text{ cc}}{۱/۲ \text{ cc}} = \frac{۵۳}{۶} = ۸ + \frac{۵}{۶} \quad \text{الف- نمی تواند.}$$

$$\frac{۱۴/۸ \text{ cc}}{۱/۲ \text{ cc}} = \frac{۳۷}{۳} = ۱۲ + \frac{۱}{۳} \quad \text{ب- نمی تواند.}$$

$$\frac{۱۶/۴ \text{ cc}}{۱/۲ \text{ cc}} = \frac{۴۱}{۳} = ۱۳ + \frac{۲}{۳} \quad \text{پ- نمی تواند.}$$

$$\frac{۱۹/۲ \text{ cc}}{۱/۲ \text{ cc}} = ۱۹ \quad \text{ت- می تواند.}$$

۵۰- اگر زمان یک نوسان کامل آونگ (رفت و برگشت آن) ۰/۶ ثانیه باشد، زمان رفت یا زمان برگشت آن (نیم نوسان کامل) برابر ۰/۳ ثانیه است. اندازه گیری زمان هایی کم تر از ۰/۳ ثانیه توسط آونگ امکان پذیر نیست. لذا مقدار اندازه گیری شده باید مضرب درستی از ۰/۳ ثانیه باشد.

$$\frac{۲۰/۲ \text{ s}}{۰/۳ \text{ s}} = ۶۷ + \frac{۱}{۳} \quad \text{الف- نمی تواند.}$$

$$\frac{۲۲/۵ \text{ s}}{۰/۳ \text{ s}} = ۷۵ \quad \text{ب- می تواند.}$$

$$\frac{۲۴/۳ \text{ s}}{۰/۳ \text{ s}} = ۸۱ \quad \text{پ- می تواند.}$$

$$\frac{۲۷/۶ \text{ s}}{۰/۳ \text{ s}} = ۹۲ \quad \text{ت- می تواند.}$$

(۵۱- الف)

$$\text{زمان هر نوسان آونگ} = \frac{۱۶۰ \text{ s}}{۱۲۵} = \frac{۳۲}{۲۵} \text{ s} = ۱/۲۸ \text{ s}$$

۵۲- ب) ثانیه شمار زمان نوسان‌های آونگ را حداکثر یک ثانیه بیشتر تر یا کم‌تر اندازه‌گیری می‌کند.

$$\Rightarrow (160 + 1)s \leq \text{زمان نوسان ها} \leq (160 - 1)s$$

اگر زمان هر نوسان کامل آونگ را T فرض کنیم، داریم:

$$\Rightarrow \left(\frac{160}{125} - \frac{1}{125}\right)s \leq T \leq \left(\frac{160}{125} + \frac{1}{125}\right)s$$

$$\Rightarrow \left(\frac{1}{28} - \frac{1}{125}\right)s \leq T \leq \left(\frac{1}{28} + \frac{1}{125}\right)s$$

یعنی T حداکثر $\frac{1}{125} s$ بیش‌تر یا کم‌تر از $\frac{1}{28} s$ است.

$$\Rightarrow \text{خطای اندازه گیری} = \frac{1}{125} s = 0.008 s$$

(الف-۵۳)

$$\text{جرم هر سنجاق} = \frac{150g}{2400} = \frac{1}{16}g = \frac{1}{16} \times 10^3 (10^{-3}g) = \frac{1}{16} \times 10^3 (mg) = \frac{1000}{16}mg = 62.5mg$$

۵۴- ب) خطای اندازه‌گیری ترازوی آشپزخانه برابر کوچک‌ترین مقدار قابل اندازه‌گیری توسط آن و برابر ۵۰ گرم است. یعنی این ترازو جرم را حداکثر $50g$ کم‌تر یا بیش‌تر اندازه‌گیری می‌کند.

$$\Rightarrow (150 + 50)g \leq \text{جرم سنجاق ها} \leq (150 - 50)g$$

اگر جرم هر سنجاق را m فرض کنیم، داریم:

$$\Rightarrow (150 + 50)g \leq 2400m \leq (150 - 50)g$$

$$\Rightarrow \left(\frac{1}{16} - \frac{1}{48}\right)g \leq m \leq \left(\frac{1}{16} + \frac{1}{48}\right)g$$

یعنی m حداکثر $\frac{1}{48}g$ بیش‌تر یا کم‌تر از $\frac{1}{16}g$ یا $62.5mg$ است.

$$\Rightarrow \text{خطای اندازه گیری} = \frac{1}{48}g = \frac{1000}{48}mg \cong 20.8mg$$

(الف-۵۵)

$$\text{ضخامت هر برگ} = \frac{19mm}{95} = \frac{1}{5}mm = \frac{1}{5} \times 10^{-3}m = \frac{1}{5} \times 10^3 (10^{-6}m) = \frac{1}{5} \times 10^3 \mu m = 200\mu m$$

۵۶- ب) خطای اندازه گیری خطکش برابر کوچک ترین مقدار قابل اندازه گیری توسط آن و برابر یک میلی متر است. یعنی خطکش طول را حداکثر یک میلی متر بیش تر یا کم تر اندازه گیری می کند.

$$\Rightarrow (19 - 1) \text{ mm} \leq \text{ضخامت کتاب} \leq (19 + 1) \text{ mm}$$

اگر ضخامت هر برگ کتاب را d فرض کنیم داریم:

$$\Rightarrow (19 - 1) \text{ mm} \leq 95d \leq (19 + 1) \text{ mm}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{95}\right) \text{ mm} \leq d \leq \left(\frac{1}{5} + \frac{1}{95}\right) \text{ mm}$$

یعنی d حداکثر $\frac{1}{95} \text{ mm}$ بیش تر یا کم تر از $\frac{1}{5} \text{ mm}$ یا $200 \mu\text{m}$ است.

$$\Rightarrow \text{خطای اندازه گیری} = \frac{1}{95} \text{ mm} = \frac{1}{95} \times 10^{-3} \text{ m}$$

$$= \frac{1}{95} \times 10^3 (10^{-6} \text{ m}) = \frac{1000}{95} \mu\text{m} = \frac{200}{19} \mu\text{m} \cong 10/5 \mu\text{m}$$

(۵۷- الف)

$$\text{مساحت کاغذ} = 45 \times 20 = 900 \text{ mm}^2$$

(۵۸- ب)

طول و عرض کاغذ حداکثر برابر ۴۶ و ۲۱ میلی متر هستند.

$$\Rightarrow \text{حداکثر مساحت کاغذ} = 46 \times 21 = 966 \text{ mm}^2 = (900 + 66) \text{ mm}^2$$

حداکثر مساحت کاغذ ۹۶۶ میلی متر مربع است و ممکن است حداکثر ۶۶ میلی متر مربع بیش تر اندازه گیری شده باشد. هم چنین طول و عرض کاغذ حداقل برابر ۴۴ و ۱۹ میلی متر هستند.

$$\Rightarrow \text{حداقل مساحت کاغذ} = 44 \times 19 = 836 \text{ mm}^2 = (900 - 64) \text{ mm}^2$$

حداقل مساحت کاغذ ۸۳۶ میلی متر مربع است و ممکن است حداکثر ۶۴ میلی متر مربع کم تر اندازه گیری شده باشد. بنابراین حداکثر خطا در اندازه گیری کاغذ ۶۶ میلی متر مربع است.

(۵۹- الف)

$$\text{قطر کاغذ} = \sqrt{30^2 + 40^2} = \sqrt{2500} = 50 \text{ mm}$$

۶۰- ب)

طول و عرض کاغذ حداکثر برابر ۴۱ و ۳۱ میلی متر هستند.

$$\Rightarrow \text{حداکثر قطر کاغذ} = \sqrt{31^2 + 41^2} = 51/400 \text{ mm} = (50 + 1/400) \text{ mm}$$

یعنی حداکثر قطر کاغذ $51/400 \text{ mm}$ است و ممکن است حداکثر $1/400 \text{ mm}$ بیش تر اندازه گیری شده باشد. هم چنین طول و عرض کاغذ حداقل برابر ۳۹ و ۲۹ میلی متر هستند.

$$\Rightarrow \text{حداقل قطر کاغذ} = \sqrt{29^2 + 39^2} = 48/600 \text{ mm} = (50 - 1/400) \text{ mm}$$

یعنی حداقل قطر کاغذ $48/600 \text{ mm}$ است و ممکن است حداکثر $1/400 \text{ mm}$ کم تر اندازه گیری شده باشد. بنابراین حداکثر خطا در اندازه گیری قطر کاغذ $1/400$ میلی متر است.