

آزمايش هاي اول



10

# شکستار ازجهان

فصل اول (مجموعه، الگو، دنباله)

سید امیر مؤید

ارائه درسیه های فصل به فصل و بیان اشتباهات متداول

  @XY\_Riazi

تمرینات و تستهای آموزشی، تمرین و ارزیابی

تست های آزمون های بین المللی، کنکور داخل و خارج کشور

VERSION DH 9.8

## مقدمه ای کوتاه

پس از سالها تدریس ریاضی و دروس مهندسی عمران و معماری در دانشگاه، مدارس و آموزشگاه های برتر و شناخت نقاط ضعف و قوت دانش آموزان کنکوری در درس ریاضی، تصمیم گرفتم با تغییر کتاب های درسی جزوه ای کامل و جامع برای دانش آموزان عزیزم گردآوری نمایم. از آنجا که همواره به برابری آموزشی در کشور عزیزمان ایران اعتقاد داشتم مصمم شدم این جزوه را که انشالله به زودی به کتاب تبدیل خواهد شد از طریق فضای مجازی در دسترس تمام دانش آموزان علاقمند کشورم قرار بدهم.

افتخار من تربیت و همراهی شاگردانی با رتبه های برتر کنکور و همپنین دانشجویانی قوی و تمایزگرا است که همه آنها را اکنون در پست های مدیریتی، اجرایی مهندسی و پزشکی دوستان خود می دانم. امروز نیز هرکسی از این مکتوب استفاده نماید به گروه بزرگ دوستان من اضافه خواهد شد. شما در انتشار و استفاده از این جزوه آزادی چه با نام و چه بی نام و هیچ حقی بر دوش شما نیست... تنها در صورتی که هرگونه ابهامی در جزوه مشاهده کردید، به تلگرام یا اینستاگرام شماره زیر پیام داده و آنرا مطرح نمایید و به من کمک کنید هر سال کاملتر از سال قبل باشم...

هرگز فراموش نکنید ترسوها همیشه سیاهپوش آرزوهای خود خواهند بود...

شباعث مقدمه موفقیت است...

پس برای آرزوهایتان بنگید...

سیدامیر میرمویز

تابستان ۱۳۹۸

**Telegram & instageram: @XY\_Riazi**

۰۹۱۱-۴۳۲-۲۴۲۲

I ♥ MATH

ریاضی دهم

کتاب



نیم فصل اول:

- مجموعه های متنهای و

نامتناهی

- متمم یک مجموعه



@XY\_Riazi

دانلود از اپلیکیشن پادرس





# Always Keep Your Eyes On The



# End Goal.

کوه بلندی بود که لانه عقابی با چهار تخم بر بلندی آن قرار داشت. یک روز زرنه ای کوه را به لرزه در آورد و باعث شد که یکی از تخم ها از دامنه کوه به پایین بلخزد. بر حسب اتفاق آن تخم به مزرعه ای رسید که پر از مرغ و خروس بود. مرغ پیری داوطلب شد تا روی آن بنشیند تا جوجه به دنیا بیاید. یک روز تخم شکست و جوجه عقاب از آن بیرون آمد. او زندگی و خانواده اش را دوست داشت اما چیزی از درون او فریاد می زد که تو بیش از این هستی، به پرواز بیاور!

یک روز در مزرعه متوجه چند عقاب شد که در آسمان اوج می گرفتند و پرواز می کردند. عقاب آهی کشید و گفت: ای کاش من هم می توانستم مانند آنها پرواز کنم. مرغ و خروس ها شروع کردند به خندیدن و گفتند: تو خروسی و یک خروس هرگز نمی تواند بپرد. اما عقاب همچنان به خانواده اش که در آسمان پرواز می کردند خیره شده بود و در آرزوی پرواز به سر می برد. اما هر موقع که عقاب از رویایش سخن می گفت به او می گفتند: که رویای تو به حقیقت نمی پیوندد و عقاب هم کم کم باور کرد. بعد از مدتی او دیگر به پرواز فکر نکرد و مانند یک خروس به زندگی ادامه داد و بعد از سالها زندگی خروسی، از دنیا رفت.

یادت باشد تو همانی که می اندیشی، هرگاه به این اندیشیدی که تو یک عقابی، به دنبال رویا هایت برو و به یار و همایون های مرغ و خروس های اطرافت فکر نکن...



## بخش اول: مجموعه

مجموعه، دسته‌ای مشخص از اشیاء، افراد، اعداد یا ... هستند که بخاطر داشتن ویژگی‌های مشترک گرد هم آمده‌اند. برای نمایش مجموعه‌ها معمولاً از یک حلقه بسته یا یک جفت آنگولار " $\{ \}$ " استفاده می‌کنیم. مثلاً مجموعه اعداد طبیعی زوج یک رقمی را به صورت زیر نمایش می‌دهیم.

$$A = \{2, 4, 6, 8\}$$

## ویژگی‌های یک مجموعه:

### عضو مجموعه:

به هر کدام از اشیاء یا افراد حاضر در مجموعه "عضو مجموعه" گفته می‌شود. برای نمایش عضو بودن از علامت " $\in$ " و برای نمایش عضو نبودن از علامت " $\notin$ " استفاده می‌کنیم.

اعداد اول دو رقمی  $\in 11$

$$55 \square \{5, 15, 25, \dots, 100\}$$

### مجموعه تهی:

به مجموعه‌ای گفته می‌شود که هیچ عضوی نداشته باشد و آنرا با " $\emptyset$ " و یا " $\{ \}$ " نشان می‌دهند. به عنوان مثال مجموعه اعداد اول زوج دو رقمی یک مجموعه تهی است چون هیچ عضوی ندارد. دقت کنید  $\{0\}$  و  $\{\emptyset\}$ ، تهی نیستند.

## زیرمجموعه‌های یک مجموعه:

اگر مجموعه‌ای مثل  $A = \{2, 4, 6, 8\}$  داشته باشیم، نگاه مجموعه‌ای مثل  $B = \{2, 4\}$  را که همه اعضای آن درون  $A$  قرار دارند زیرمجموعه  $A$  نامیده می‌شود و آنرا با " $B \subset A$ " نشان می‌دهیم. اما مجموعه مثل  $C = \{2, 4, 10\}$  زیرمجموعه  $A$  نیست زیرا عضوی مانند 10 دارد که در  $A$  وجود ندارد و می‌نویسیم:

$$C \not\subset A$$

## نوشتن زیرمجموعه‌های یک مجموعه:

تعداد زیرمجموعه‌های یک مجموعه  $n$  عضوی از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$\text{تعداد زیر مجموعه ها} = (2)^n$$

مثلاً: با  $n^2$  اشتباه نشود.

**مثال:** اعضا و همه زیرمجموعه‌های مجموعه  $A = \{1, 2, \{1, 2\}\}$  را بنویسید.

**تست ۱:** اگر  $A = \{2\}$ ،  $B = \{2, \{2\}\}$  و  $C = \{\{2\}, \{2, \{2\}\}\}$  باشد کدام رابطه نادرست است؟ (۸۶ ریاضی)

خارج

$$A \subset B \quad (۲)$$

$$B \subset C \quad (۱)$$

$$B \in C \quad (۴)$$

$$A \in B \quad (۳)$$

## مجموعه‌های عددی مهم:

$$\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$$

۱- اعداد طبیعی ( $\mathbb{N}$ )

$$\mathbb{W} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$$

۲- اعداد حسابی ( $\mathbb{W}$ )

$$\mathbb{Z} = \{\dots, -1, 0, 1, 2, \dots\}$$

۳- اعداد صحیح ( $\mathbb{Z}$ )

همه اعداد کسری که صورت و مخرجشان عدد صحیح و مخرج

۴- اعداد گویا ( $\mathbb{Q}$ )

$$\mathbb{Q} = \left\{ \frac{2}{3}, -2, 0/3, 0, \sqrt{4}, \dots \right\} \text{ غیر صفر باشد. مثل:}$$

$$\mathbb{Q}' = \{\pi, \sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{5}, \dots\} \text{ همه اعداد غیر گویا مثل:}$$

۵- اعداد گنگ (اصم) ( $\mathbb{Q}'$ )

همه اعداد

۶- اعداد حقیقی ( $\mathbb{R}$ )

$$O = \{1, 3, 5, \dots\}$$

۷- اعداد فرد طبیعی ( $O$ )

$$P = \{2, 4, 6, \dots\}$$

۸- اعداد زوج طبیعی ( $P$ )

**مثال ۲:** اگر بخواهیم بین محمد، رضا، علی و مرجان و مرغان مافر سوار کنیم، چند جای خالی باید داشته باشیم تا حداقل یک مافر خانم سوار ماشین شود؟

**مثال ۳:** در مجموعه  $P = \{2, 4, 6, 7, 9, 10\}$  زیرمجموعه حداقل چند عضو  $S$  انتخاب کنیم تا مطمئن شویم که جمع دو عضو آن حتما فرد می شود؟

**تکلیف ۲:** مجموعه  $S$  مجموعه اعداد طبیعی فرد و مضرب ۳ شروع از ۳ و ختم به ۶۳ است. یک زیرمجموعه حداقل چند عضو  $S$  از انتخاب شود که مطمئن باشیم شامل دو عضو با مجموع ۶۶ است؟ (۹۴ ریاضی خارج)

- الف) ۵  
ب) ۶  
ج) ۷  
د) ۸

**پیدا کردن اعضای یک مجموعه از روی تعریف ریاضی آن (استعدادیاب):**

برای نوشتن اعضای مجموعه:

**گام اول:** ابتدا از روی شرط های سمت راست اشتراک اعضای آن ها را پیدا می کنیم (اعداد با استعداد برای ما بقیه).

**گام دوم:** اعضای بدست آمده را در رابطه  $A$  که مجموعه در سمت چپ مشخص کرده است قرار می دهیم (پوشاندن لباس تیم و فرستادن داخل زمین).

مثلا اگر داشته باشیم  $A = \{x + 4 \mid x \in \mathbb{Z}, -1 \leq x < 10\}$  متوجه می شویم اعداد مورد نظر ما اعداد صحیح هستند که از -۱ بزرگتر و از ۱۰ کوچکترند (خود -۱ هم قبول است). اکنون باید این اعداد را در رابطه " $X + 4$ " قرار دهیم تا اعضای مجموعه بدست آیند. یعنی  $X = \{-1, 0, 1, 2, 3, \dots, 9\}$  را در رابطه " $X + 4$ " قرار دهیم تا بدست بیاید:

$$A = \{3, 4, 5, 6, 7, \dots, 13\}$$



مثال ۴: هر یک از مجموعه‌های زیر را با نوشتن اعضایشان مشخص کنید:

$$A = \{x \mid x \in \mathbb{N}, x < 7\}$$

$$B = \{2k \mid k \in \mathbb{Z}, k < -2\}$$

$$C = \{x^2 \mid x \in \mathbb{W}, 3 \leq x < 5\}$$

$$D = \left\{x \mid \frac{x}{3} \in \mathbb{Z}\right\}$$

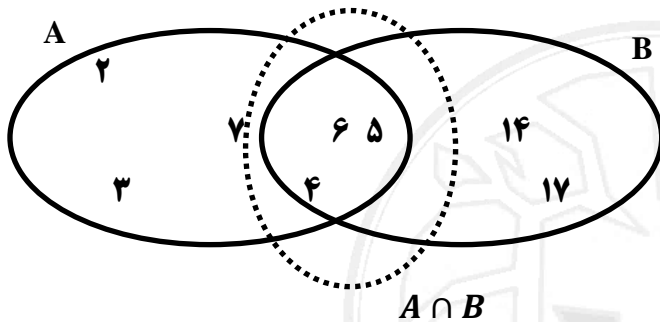


میر موید

## یادآوری اشتراک مجموعه‌ها

اگر عضوهای مشترک دو مجموعه یا چند مجموعه را درون یک مجموعه بنویسیم به آن اشتراک می‌گویند و آنرا با نماد " $\cap$ " نشان می‌دهند.

$$\{2, 3, 4, 5, 6, 7\} \cap \{14, 4, 5, 6, 17\} =$$

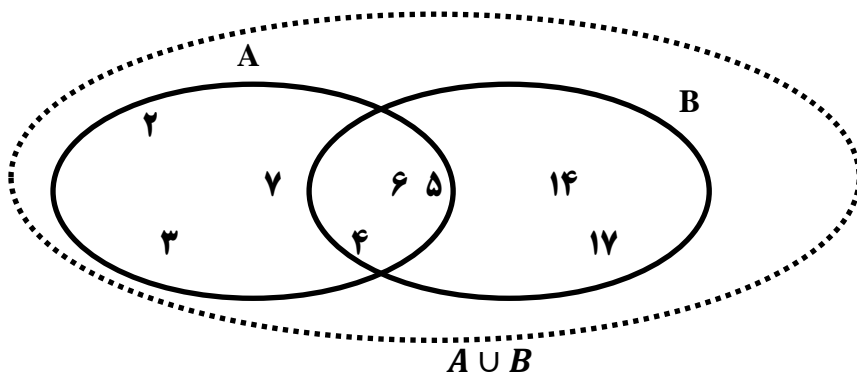


**نکته:** به دو مجموعه که هیچ عضو مشترکی ندارند دو مجموعه "جدا از هم" گفته می‌شود.

## اجتماع مجموعه‌ها

اگر همه عضوهای دو یا چند مجموعه را درون یک مجموعه بزرگ بنویسیم به مجموعه ایجاد شده مجموعه اجتماع گفته می‌شود و آنرا با نماد " $\cup$ " نشان می‌دهند. (یکی از عضوهای تکراری مجموعه اجتماع را باید حذف کنیم).

$$\{2, 3, 4, 5, 6, 7\} \cup \{14, 4, 5, 6, 17\} =$$



## تفاضل دو مجموعه (من و دشمن):

به  $A - B$  تفاضل دو مجموعه  $A$  و  $B$  می‌گوییم. به این معنی که در  $A$  وجود دارد ولی در  $B$  وجود ندارد (عضوهای مشترک را از  $A$  حذف می‌کنیم).

**مثال ۵:** اگر  $A = \{-1, 0, 1, 2\}$ ،  $B = \{2, 3, 9\}$  و  $C = \{1, 2, 3, 4\}$  باشد، آنگاه حاصل عبارت زیر کدام است؟

$$(A \cup C) =$$

$$(B \cap C) =$$

$$(A \cup C) - (B \cap C) =$$

**نکته ۱:** الف) اگر  $A \subset B$  باشد آنگاه اجتماع آنها  $B$  (مجموعه بزرگتر) است و اشتراک آنها  $A$  (مجموعه کوچکتر) است.

ب) اگر  $A$  مجموعه دلخواه باشد آنگاه:

الف)  $A \cap \emptyset = \emptyset$

ج)  $A - \emptyset = A$

ب)  $A \cup \emptyset = A$

د)  $\emptyset - A = \emptyset$

**نکته ۳:** در موارد رابطه بین مجموعه‌ها مخصوصاً در تست استفاده از نمودار ون پیشنهاد می‌شود.

**مثال ۶:** کدامیک از موارد زیر صحیح می‌باشد؟  
میر مویید

$$B \cap (B \cup C) = C$$

$$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$$



تذکره ۳: اگر  $A \cup (B - A) = B$  باشد، آنگاه: (۸۶ ریاضی)

$$B \subset A \text{ (۲)}$$

$$A \subset B \text{ (۱)}$$

$$B = \emptyset \text{ (۴)}$$

$$A = \emptyset \text{ (۳)}$$

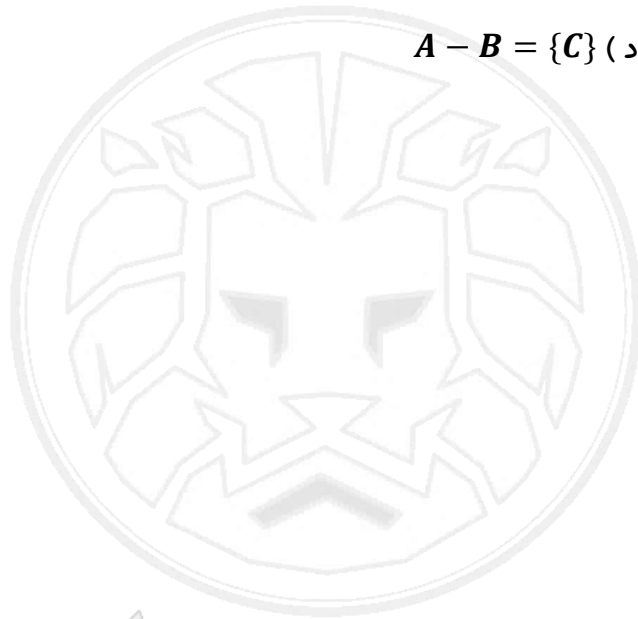
تذکره ۴: اگر  $C = \{1, 2, 3\}$ ،  $B = \{1, 2, 3, \{1, 2\}\}$  و  $A = \{1, 2, \{1, 2, 3\}\}$  باشد کدام رابطه درست است؟  
(۸۶ ریاضی خارج)

$$B - C = \emptyset \text{ (ب)}$$

$$A - B = C \text{ (الف)}$$

$$A - B = \{C\} \text{ (د)}$$

$$B - C = \{1, 2\} \text{ (ج)}$$



میر موید



# You Can Change The World



مردی در ساحل رودخانه‌ای نشسته بود که ناگهان متوجه شد مرد دیگتری در چشمان امواج  
خروشان رودخانه گرفتار شده است و کمک می‌طلبد. داخل رودخانه شد و مرد را به ساحل آورد، به او  
تفحص مصنوعی داد و به دست تیم اورژانس سپرد. هنوز حال غریق جا نیامده بود که شنید دو نفر  
دیگر که در حال غرق شدن در رودخانه اند کمک می‌خواهند. دوباره به رودخانه پرید و به زحمت آن  
دو نفر را هم نجات داد. اما پیش از آنکه فرصت پیدا کند به آنها کمک کند صدای چهار نفر دیگر که  
در حال غرق شدن بودند، شنید. بالاخره آن مرد آن قدر قربانی نجات داد که خودش خسته  
شده و از پا افتاد. ولی صدای فریاد کمک از طرف رودخانه قطع نمی‌شد. کاش این مرد خیرخواه  
چند قدمی به طرف بالای رودخانه می‌رفت و متوجه می‌شد که دیوانهای مردم را یکی یکی به آب  
می‌اندازد. در این صورت از پای نمی‌افتاد.

گاهی اگر به جای رفع موقت مشکل نمره پایین به مبارزه با علت واقعی اون بپردازید به موفقیت  
بیشتری دست پیدا میکنید. پس خودتون، نقاط ضعف و توانایی هاتون رو خوب ببینید...

## بخش دوم: تعریف بازه

### یادآوری نامعادله:

برای حل نامعادله مانند یک معادله معمولی عمل می‌کنیم با این تفاوت که اگر پشت مجهول ما منفی وجود داشته یکبار برای حذف منفی جهت علامت بزرگ‌تر یا کوچکتر را عوض می‌کنیم.

**مثال ۷:** نامعادله‌های زیر را حل کنید و جواب را به صورت زبان ریاضی بنویسید

الف)  $7 < -3x + 1$

ب)  $-1 < \frac{2x + 1}{3} < 3$

ب)  $-1 < \frac{2x + 1}{3} < 3x$

میر مویک

**نکته ۴۸:** در نامعادلات سه قسمتی در حالی که حداقل در دو قسمت  $x$  وجود داشته باشد، باید آنها به دستگاه نامعادله تبدیل

نماییم



## بازه‌های اعداد حقیقی

**مثال ۸:** مجموعه‌های زیر را با اعضایشان و روی محور اعداد نشان دهید.

$$\{x \mid x \in \mathbb{N}, -2 < x < 3\}$$

$$\{x \mid x \in \mathbb{Z}, -2 < x < 3\}$$

$$\{x \mid x \in \mathbb{R}, -2 < x < 3\}$$

برای ساده نویسی مجموعه‌های اعداد حقیقی که به زبان ریاضی نوشته شده‌اند (مانند مثال قبل) آنها را به صورت بازه‌هایی در می‌آوریم که از قوانین زیر پیروی می‌کنند:

نام بازه	نمایش مجموعه	نمایش بازه	نمایش محوری
باز	$\{x \mid x \in \mathbb{R}, a < x < b\}$	$(a, b)$	
بسته	$\{x \mid x \in \mathbb{R}, a \leq x \leq b\}$	$[a, b]$	
نیم باز	$\{x \mid x \in \mathbb{R}, a \leq x < b\}$	$[a, b)$	
نیم باز	$\{x \mid x \in \mathbb{R}, a < x \leq b\}$	$(a, b]$	
باز	$\{x \mid x \in \mathbb{R}, a > x\}$	$(-\infty, a)$	
نیمه باز	$\{x \mid x \in \mathbb{R}, a \geq x\}$	$(-\infty, a]$	
باز	$\{x \mid x \in \mathbb{R}, a < x\}$	$(a, +\infty)$	
نیم باز	$\{x \mid x \in \mathbb{R}, a \leq x\}$	$[a, +\infty)$	

**مثال ۹:** نمایش بازه‌های پاسخ نامعادلات مثال قبل را بنویسید.

**مثال ۱۰:** نمایش بازه‌های مجموعه  $\{x \in \mathbb{R}, 1 < x \cup x \leq -2\}$  را بنویسید.

تستی ۵: جواب نامعادله  $0 \leq 1 - 2x \leq 1$  کدام بازه زیر است؟ (۸۶ ریاضی)

(د)  $[-4, 4]$

(ج)  $[0, \frac{1}{2}]$

(ب)  $[-2, 2]$

(الف)  $[-1, 1]$

## اجتماع و اشتراک و تفاضل بازه‌ها:

قوانین اجتماع، اشتراک و تفاضل بین بازه‌ها مشابه قوانین حاکم بر مجموعه‌هاست. بهترین روش برای انجام اعمال گفته شده روی بازه‌ها استفاده از محور است تا سرعت و دقت همزمان زیاد شود. برای بدست آوردن جواب از روی محور

**گام اول:** تعیین ابتدا و انتهای بازه بدون اظهار نظر در مورد بسته یا باز بودن آن:

اشتراک: محدوده‌های مشترک دو بازه در محور.

اجتماع: کل محدوده‌ای که توسط بازه‌ها پوشش داده شده است.

تفاضل: محدوده بازه اول جایی که بازه دوم اصلاً وجود ندارد.

میرمویید

**گام دوم:** تعیین باز یا بسته بودن ابتدا و انتها:

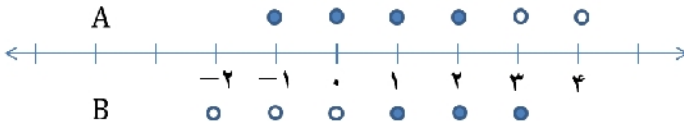
همانطور که میدانیم سمت بینهایت همیشه باز است.

اشتراک: اگر در آن نقطه همه بازه‌ها سیاه باشد (وجود داشته باشد) عدد بسته خواهد شد.

اجتماع: اگر در آن نقطه حتی یک بازه سیاه باشد (وجود داشته باشد) عدد بسته خواهد شد.

تفاضل: اگر در آن نقطه بازه اول سیاه باشد و بازه دوم سیاه نباشد عدد بسته خواهد شد. (من و دشمن)

مثال ۱۱: در محور زیر دو مجموعه A و B رسم شده اند. مقادیر زیر را بدست آورید.



الف)  $A \cup B =$

ب)  $A \cap B =$

پ)  $A - B =$

ت)  $B - A =$

مثال ۱۲: حاصل عبارت های زیر را بدست آورید. (کتاب صفحه ۵ و ۷)

الف)  $(-2, 4) \cup (2, 5]$

ب)  $(-2, 4) \cap (2, 5]$

پ)  $(-2, 4) - (2, 5]$

ت)  $(2, 5] - (-2, 4)$

ث)  $(-\infty, 3) \cup (-\infty, 1]$

ج)  $(-\infty, 3) \cap (-\infty, 1]$

چ)  $(-\infty, 3) - (-\infty, 1]$



میر هوید

ح)  $(2,7] \cup (3,7)$

خ)  $(2,7] \cap (3,7)$

د)  $(2,7] - (3,7)$

روش تستی (حمله و ضد حمله):



مثال ۳۳: اگر  $A_n = \left(-\frac{2}{n-1}, \frac{n-2}{n}\right]$  به صورت بازه باشد، بازه  $A_3$  و  $A_{10}$  را بیابید.

تست ۶: اگر  $A_n = \left(-\frac{2}{n}, \frac{n-2}{n}\right)$  به صورت بازه باشد، آنگاه مجموعه  $A_3 - (A_3 \cup A_6)$  برابر کدام است؟ (۸۶ ریاضی خارج)

(۱)  $\left(-\frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right)$

(۲)  $\left[-\frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right)$

(۳)  $\left(\frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right)$

(۴)  $\left[\frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right)$

**تست ۷:** اگر  $A_i = [-i, \frac{9-i}{2}]$ ,  $i \in \{1, 2, 3, \dots, 9\}$  به صورت بازه باشد، آنگاه مجموعه

$(A_3 \cap A_5) - (A_1 \cap A_7)$  برابر کدام است؟ (۹۲ ریاضی)

(۱)  $[-2, -1) \cup (1, 2]$  (۲)  $[-2, -1] \cup [1, 2]$

(۳)  $[-1, 1]$  (۴)  $\emptyset$

## مجموعه‌های متناهی و نامتناهی:

مجموعه‌ای که تعداد اعضای آنرا بتوانیم با یک عدد حسابی بیان کنیم یک مجموعه متناهی (با پایان) می‌گوییم (هر چند شماردن سخت و تعداد بالا باشد) در غیر اینصورت آنرا نتوانیم تعداد اعضای آنرا بیان کنیم نامتناهی (بی پایان) است.

**تست ۸:** مجموعه اعداد طبیعی، حسابی و صحیح را به ترتیب با  $N$ ،  $W$  و  $Z$  نشان می‌دهیم. کدام مجموعه متناهی است؟ (کنکور انانج)

(۱)  $Z - W$  (۲)  $W \cap N$

(۳)  $Z \cap W$  (۴)  $W - N$

**تست ۹:** معمولاً مجموعه‌های عضو اعداد حقیقی ( $R$ )، اعداد گویا ( $Q$ ) و اعداد گنگ ( $Q$ ) نامتناهی هستند مگر اینکه عضوشان محدود و فقط یکی باشد، ولی اعداد عضو مجموعه طبیعی، حسابی و صحیح فقط در حالتی نامتناهی هستند که به سمت منفی یا مثبت بینهایت ادامه داشته باشند.

نکته: مجموعه تهی متناهی حساب می‌شود.

## رابطه مجموعه‌های متناهی و نامتناهی (حوض واقیانوس)

متناهی $\cup$ متناهی =	متناهی $\cap$ متناهی =	۱- اگر $A \subseteq B$ باشد و $A$ یک مجموعه متناهی باشد آنگاه ...
متناهی $\cup$ نامتناهی =	متناهی $\cap$ نامتناهی =	۲- اگر $A \subseteq B$ باشد و $A$ یک مجموعه نامتناهی باشد آنگاه ...
نامتناهی $\cup$ نامتناهی =	نامتناهی $\cap$ نامتناهی =	۳- اگر $A \subseteq B$ باشد و $B$ یک مجموعه متناهی باشد آنگاه ...
		۴- اگر $A \subseteq B$ باشد و $B$ یک مجموعه نامتناهی باشد آنگاه ...



## بخش دوم: متمم یک مجموعه

### مجموعه مرجع:

اگر بخواهیم اعضای مجموعه  $\{x \mid -2 < x < 3\}$  را بنویسیم

اگر در ذهن خود اعداد <u>طبیعی</u> را در نظر گرفته باشیم	
اگر در ذهن خود اعداد <u>حسابی</u> را در نظر گرفته باشیم	
اگر در ذهن خود اعداد <u>صحیح</u> را در نظر گرفته باشیم	
اگر در ذهن خود اعداد <u>حقیقی</u> را در نظر گرفته باشیم	

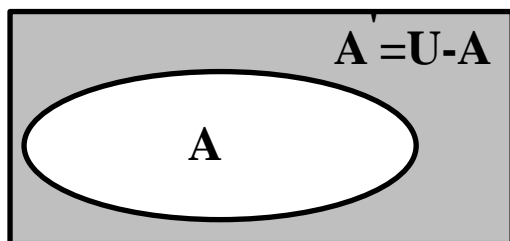
جواب های مختلف در ریاضیات مطلوب نیست و دلیل این عدم یکتایی در پاسخ نبود یک مجموعه به عنوان مجموعه مرجع انتخاب در ذهن ما است که با تعیین آن تنها یکی از پاسخ ها درست خواهد بود.

### تعریف مجموعه مرجع:

مجموعه ای که همه مجموعه های مورد بحث زیر مجموعه آن باشند را مجموعه مرجع یا مجموعه جهانی می نامیم و آن را با  $U$  نشان می دهیم.

### مجموعه متمم

اگر  $U$  مجموعه مرجع باشد و  $A \subset U$  باشد، آنگاه مجموعه  $U - A$  را متمم مجموعه  $A$  می نامیم و با نماد  $A'$  نشان می دهیم (یعنی هر آنچه در  $U$  هست بجز آنچه  $A$  دارد).



$$A' = \{x \mid x \in U, x \notin A\}$$

U

**نکته ۵:** برای رسم  $A'$  در واقع خورشید  $A$  را در مجموعه مرجع رسم می‌کنیم. برای رسم  $(A \cap B)'$  نیز خورشید  $A \cap B$  رسم می‌کنیم.

**مثال ۱۴:** تمام هر یک از مجموعه‌های زیر را با توجه به مجموعه مرجع بنویسید: (کتاب صفحه ۹ و ۱۲)

$$O = \{1, 3, 5\} \quad U = \{1, 2, \dots, 10\}$$

$$A = \{1, 3, 5, \dots\} \quad U = N$$

$$B = N \quad U = Z$$

$$C = (-\infty, -2) \quad U = R$$

$$D = [2, 5]$$

$$E = \{1, 2, 3\}$$

**نکته ۶:** قوانین زیر برای اثبات آزمون‌های تشریحی و سرعت در آزمون‌های تستی بسیار کاربرد دارند ولی توصیه می‌شود در سوالات تا حد امکان از نمودار "ون" استفاده شود.

$$۱) (A')' = A$$

$$۲) \begin{cases} A' \cup A = U \\ A' \cap A = \emptyset \end{cases}$$

$$۳) \begin{cases} (A \cap B)' = A' \cup B' \\ (A \cup B)' = A' \cap B' \end{cases}$$

$$۴) \begin{cases} \emptyset' = U \\ U' = \emptyset \end{cases}$$

$$۵) A \subset B = B' \subset A'$$

$$A' \cup B' = (A \cap B)'$$

$$A' \cap B' = (A \cup B)'$$

$$A - B = A - (A \cap B) = A \cap B'$$

$$A \cup (B \cup C) = A \cup B \cup C$$

$$A \cap (B \cap C) = A \cap B \cap C$$

$$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$$

$$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$$

مثال ۱۵: عبارت زیر را ساده کنید.

$$(A - B) \cap [(A \cup B) \cap (B - A)'] =$$

### گام به گام راه حل تشریحی:

- تبدیل تفاضل به اشتراک
- پریم های پشت پرانتز را وارد پرانتز ها میکنیم.
- مجموعه های بیرون پرانتز را در پرانتز ها توزیع میکنیم.
- پس از ساده کردن در صورت امکان از مجموعه ها فاکتور گیری ( دو پرانتز به یک پرانتز) میکنیم.

نکته ۲۸: در اینگونه تست ها بهترین روش نمودار ون، مثال از مجموعه و در اخر اثبات است.

میر مویک

تست ۹: مجموعه A ، ۵ عضو بیشتر از مجموعه A' دارد. خارج قسمت تقسیم یا تفاضل تعداد زیر مجموعه های این دو

مجموعه کدام است؟ (۸۶ ریاضی)

(۱) خارج قسمت ۲۵ (۲) خارج قسمت ۳۲

(۳) تفاضل ۲۵ (۴) تفاضل ۳۲

تست ۱۰: اگر A و B دو مجموعه غیر تهی و  $A \cap B' = B \cap A'$  آنگاه مجموعه  $(A \Delta B) - A$  کدام است؟ (ریاضی)

خارج ۹۰  $[(X \Delta Y) = (X - Y) \cup (Y - X)]$

(۱)  $\emptyset$  (۲) A

(۳) B (۴) B'

سؤال ۱۱: اگر  $A$  و  $B$  دو مجموعه غیر تهی و  $(A \Delta B) \cup (A \cap B) = A$  انشاء مجموعه  $B \cap A'$  کدام است؟ (ریاضی)

خارج ۹۳)  $[(X \Delta Y) = (X - Y) \cup (Y - X)]$

$A$  (۱)  $B$  (۲)

$A'$  (۳)  $\emptyset$  (۴)

سؤال ۱۲: اگر  $A$  و  $B$  دو مجموعه غیر تهی باشد،  $(A \cap B') - (B - A)$  کدام است؟ (۹۱ ریاضی خارج)

$B'$  (۱)  $\emptyset$  (۲)

$A \cap B$  (۳)  $A - B$  (۴)

سؤال ۱۳: مجموعه  $(A - B)' \cap (B \cup A) \cap A'$  برابر کدام است؟ (۸۸ ریاضی)

$B - A$  (۱)  $B$  (۲)

$\emptyset$  (۳)  $A'$  (۴)

سؤال ۱۴: اگر  $A$  و  $B$  دو مجموعه غیر تهی باشد،  $(A \cup (A \cap B))' \cap ((B \cap A) \cup (B - A))$  کدام است؟ (۸۹)

ریاضی)

$A' - B'$  (۱)  $(A - B)'$  (۲)

$A'$  (۳)  $\emptyset$  (۴)

سؤال ۱۵: متمم مجموعه  $(A - (A - B)) \cup (A \cap B)'$  برابر کدام است؟ (۸۹ ریاضی خارج)

$A$  (۱)  $B'$  (۲)

$B' \cap A'$  (۳)  $\emptyset$  (۴)

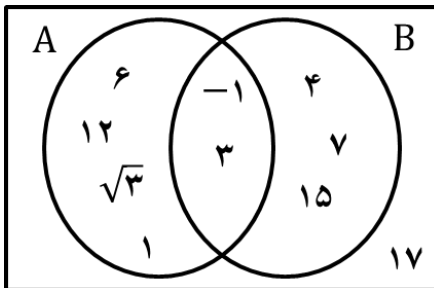
سؤال ۱۶: متمم مجموعه  $C \cup A' \cup B'$  برابر کدام نیست؟ (۸۹ ریاضی خارج)

$(A \cap B) - (A \cap C)$  (۱)  $(A - C) - (B - C)$  (۲)

$A \cap (B - C)$  (۳)  $(A \cap B) - C$  (۴)

## تعداد اعضای یک مجموعه:

**مثال ۱۶:** اگر A و B به صورت نمودار ون مقابل باشند، تعداد اعضای مجموعه های خواسته شده کدام است؟



$$n(A \cup B) =$$

$$n(B - A) =$$

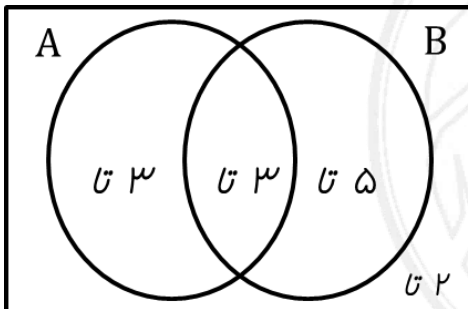
$$n(A - B) =$$

$$n(U) =$$

$$n(A') =$$

**مثال ۱۷:** اگر تعداد اعضای مجموعه های A و B به صورت نمودار ون مقابل باشند، تعداد اعضای مجموعه های

خواسته شده کدام است؟



$$n(A \cup B)$$

$$n(B - A)$$

$$n(A - B)$$

$$n(U)$$

$$n(A')$$

$$n(B' \cap A')$$

**مثال ۱۸:** اگر  $n(A) = ۱۶$ ،  $n(A \cap B) = ۱۲$ ،  $n(B) = ۲۰$  باشد، آنگاه  $n(A \cup B)$  را بدست آورید.



## روابط تعداد اعضای مجموعه

برای یافتن تعداد اعضای مجموعه  $A \cup B$  نمی‌توانیم بگوییم حاصل جمع تعداد اعضای مجموعه  $A$  و  $B$  است چون اعضای مشترک دوبار شمرده می‌شوند و باید  $A \cap B$  از آنها کم شود. بنابراین با داشتن تعداد اعضای برخی از مجموعه‌ها می‌توانیم تعداد اعضای بعضی مجموعه‌ها را که وابسته به آنها هستند را بدست بیاوریم.

$$1) \quad n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) \quad \leftarrow \text{مهمترین}$$

$$2) \quad n(A \cap B) = n(A) + n(B) - n(A \cup B) \quad \leftarrow \text{مهم}$$

$$3) \quad n(A - B) = n(A \cap B') = n(A) - n(A \cap B)$$

$$4) \quad n(A') = n(U) - n(A)$$

$$5) \quad n(A' \cap B') = n((A \cup B)') = n(U) - n(A \cup B)$$

**مثال ۱۹:** اگر  $n(A) = ۱۶$ ،  $n(A \cap B) = ۱۲$ ،  $n(A \cup B) = ۲۶$  باشد، آنگاه  $n(B)$  را بدست آورید. (کتاب صفحه

(۱۳)

**نکته ۱۸:** به هر دو مجموعه مثل  $A$  و  $B$  که فاقد عضو مشترک باشند، دو مجموعه جدا از هم یا مجزا می‌گویند.

میر مویذ

عبارت‌های کلامی مهم:

۱- حداقل عضو یکی از دو مجموعه = عضو مجموعه اول یا مجموعه دوم  $A \cup B$

۲- عضو هر دو مجموعه  $A \cap B$

۳- فقط عضو مجموعه اول باشد  $A - B$

۴- (واقعاً فقط عضو یکی از مجموعه‌ها باشد = فقط عضو مجموعه اول یا مجموعه دوم)  $(A \cup B) - (A \cap B)$

۵- عضو هیچ کدام از مجموعه‌ها نباشد  $U - (A \cup B) = (A \cup B)'$

**نکته ۱۹:** رسم شکل راهی است که در تست‌ها یا مواقع اضطرابی (وقتی فرمول‌ها را فراموش یا قاطعی کرده

ایم) استفاده می‌شود.

**مثال ۲۰:** در یک کلاس ۲۷ نفری ۱۰ نفر خوش قیافه و ۲۴ نفر قد بلند هستند. اگر ۹ نفر هم خوش قیافه قد بلند باشند آنگاه (کتاب صفحه ۱۳):

الف) چند نفر فقط فقط قد بلند هستند؟

ب) چند نفر نه خوش قیافه هستند و نه قد بلند؟

**مثال ۲۱:** مجموعه A دارای ۱۴ و مجموعه B دارای ۱۷ و مجموعه  $A \cap B$  دارای ۵ عضو است.

الف) تفاضل متقارن A و B چند عضو دارد؟ (تفاضل متقارن دو مجموعه A و B یعنی  $(A - B) \cup (B - A)$ )

ب) متمم A چند عضو دارد؟

**مثال ۲۲:** در یک نظرسنجی از ۲۰۰ بازیکن فوتبال آنلایین، مشخص شد که ۱۰۰ نفر بازی fifa و ۱۲۵ نفرشان ps

را در یک سال گذشته بازی کرده اند. همچنین ۴۵ نفر از آنان نیز اعلام کردند که در این مدت هر دو بازی را انجام داده اند. چه تعداد از این بازیکنان در یک سال گذشته (کتاب صفحه ۱۳):

الف) دست کم یکی از این دو بازی را انجام داده اند.

ب) فقط بازی fifa را بازی کرده اند.

پ) دقیقاً فقط یکی از این دو بازی استفاده کرده اند.

ت) از هیچ یک از این بازی ها را انجام نداده اند.

**مثال ۲۳:** مجموعه شمارنده های طبیعی دو عدد ۲۸ و ۳۰ را به ترتیب A و B می نامیم. موارد خواسته شده را

بیابید: (کتاب صفحه ۱۰)

$$n(A \cup B) =$$

$$n(A' \cap B') =$$

$$n(A \cap B) =$$

$$n(A - B') =$$

$$n(A - B) =$$

$$n(A' \cap B) =$$

مثال ۲۴: اگر  $A_i = \{m \in \mathbb{N} \mid -i \leq m \leq 8 - i\}$  باشد آنگاه مقادیر زیر را بدست آورید.

$$\bigcup_{i=1}^3 A_i =$$

$$\bigcap_{i=1}^5 A_i =$$

تست ۱۷: اگر  $A_n = \{m \in \mathbb{Z} \mid |m| < n, 2^m < 2n\}$  ، آنگاه مجموعه  $(A_7 - A_4) \cup A_1$  چند عضو دارد؟

(ریاضی ۹۴)

۵ (۲)

۴ (۱)

۷ (۴)

۶ (۳)

تست ۱۸: اگر  $A_i = \{m \in \mathbb{Z} \mid -i \leq m \leq 8 - i\}$  ، آنگاه مجموعه زیر چند عضو دارد؟ (ریاضی خارج ۸۷)

$$\bigcup_{i=1}^8 A_i - \bigcap_{i=1}^8 A_i =$$

۱۴ (۲)

۱۳ (۱)

۱۶ (۴)

۱۵ (۳)

میر مویک

I ♥ MATH

ریاضی دهم

کتاب



نیم فصل دوم:

- الگو . دنباله

- دنباله های مسابی و هندسی



@XY\_Riazi

دانلود از اپلیکیشن پادرس



# الگو

تعدادی عدد که پشت سر هم قرار بگیرند را دنباله و اگر نظم داشته باشند **الگو** می‌گوییم. به هر یک از این اعداد یک جمله می‌گوییم و با توجه به اینکه اولین عدد یا دومین عدد و ... است آن را جمله اول یا جمله دوم یا ... می‌نامیم.

۱, ۴, ۹, ...

۲, ۴, ۸, ۱۶, ...

برای اینکه هر جمله از یک دنباله را بتوانیم حدس بزنیم لازم است که بدانیم این دنباله برای  $n$  امین عدد چند می‌شود. به رابطه‌ای که برای  $n$  جمله  $n$ ام می‌سازیم جمله عمومی می‌گویند و یافتن آن را **الگویابی** می‌نامند.

۱, ۴, ۹, ...

۲, ۴, ۸, ۱۶, ...

**نکته ۱۰:** معمولاً جمله عمومی را با  $a_n$ ،  $t_n$  و  $u_n$  نشان می‌دهند. منظور از  $\{t_n\}$  نوشتن کل اعضای دنباله می‌باشد.

## یافتن جمله عمومی الگوی عددی:

**مثال ۲۵:** الگوهای عددی مربوط به هر ریف عدد را یافته و جمله ۲۰ام را بنویسید:

الف) ... و ۱۰ و ۸ و ۶ و ۴ و ۲

ب) ... و ۱۶ و ۱۳ و ۱۰ و ۷ و ۴

۵, ۹, ۱۳, ۱۷, ...

**مثال ۲۶:** در الگوی مقابل

الف) جمله چندم ۶۱ است؟

ب) از جمله چندم به بعد جملات این دنباله از ۷۰ بزرگتر هستند؟ (کتاب صفحه ۱۵)



مثال ۲۲: مجموع اعداد زیر را بیابید

الف) ۱, ۲, ۳, ۴, ..., ۹۹, ۱۰۰

ب) ۱, ۲, ۳, ۴, ..., ۹۹, ۵۰۰

پ) ۴, ۷, ۱۰, ۱۳, ..., ۲۹۸, ۳۰۱

نکته ۱۱: مجموع اعداد متوالی با شروع از ۱ تا n از رابطه زیر بدست می آید.

$$S_n = \frac{n(n+1)}{2}$$

نکته ۱۲: مجموع اعداد با شروع از a تا b از رابطه زیر بدست می آید.

$$S_n = \frac{a+b}{2} \times n$$

$$S_n = \frac{b-a}{\text{فاصله اعداد}} + 1$$

## الگوی خطی

همانطور که در سال گذشته آموختیم می توانیم با داشتن شیب خط  $(a)$  و یک نقطه از آن  $\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$  می توانیم با فرمول زیر معادله خط را بنویسیم. اگر به جای مجموعه  $R$  هکدام جاگذاری از مجموعه  $N$  استفاده شود الگوی خطی می سازد

$$(y - y_1) = a(x - x_1)$$

اگر با داشتن دو نقطه  $\begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \end{bmatrix}$  و  $\begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \end{bmatrix}$  هم می توان معادله خط را بدست آورد اما باید اول شیب را از رابطه زیر محاسبه نمود

$$a = \frac{(y_2 - y_1)}{(x_2 - x_1)}$$

**مثال ۲۸:** معادله خطی را بنویسید که از دو نقطه  $\begin{bmatrix} 2 \\ 5 \end{bmatrix}$  و  $\begin{bmatrix} 8 \\ 2 \end{bmatrix}$  بگذرد.

**مثال ۲۹:** یک دنباله با معادله خطی  $y = 2x + 3$  بنویسید.

**مثال ۳۰:** معادله خطی را بنویسید که الگوی خطی با جمله اول ۴ و جمله پنجم ۱۶ را میسازد. (کتاب صفحه ۱۶)

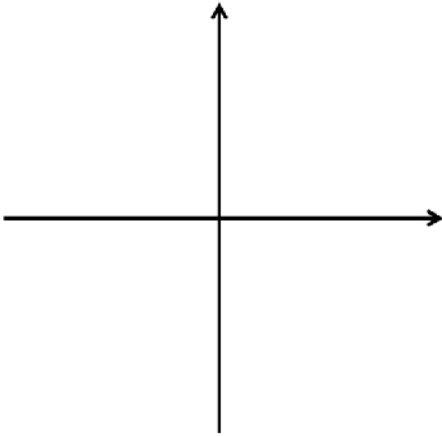
میر مویک

## تعریف الگوی خطی:

دنباله هایی از اعداد وجود دارند که از بقیه ساده ترند. این دنباله ها با اضافه کردن یک عدد ثابت به جمله قبل از خود ساخته می شوند. جمله عمومی این نوع دنباله به شکل معادله یک خط است که در آن  $x$  شماره عدد و  $y$  خود آن عدد است. الگو هایی که جمله عمومی آنها به صورت معادله خط  $(y = ax + b)$  یعنی  $t_n = an + b$  است را الگوی خطی می گویند. به این معنی که همه جملات الگوی خطی بعد از رسم روی محور مختصات روی یک خط قرار می گیرند (در این الگو  $a$  و  $b$  اعداد حقیقی هستند که ثابتند). بر اساس الگوی خطی، اختلاف جملات متوالی یک الگوی خطی ثابت و برابر با  $a$  است.

**مثال ۳۱:** اگر جمله ۱۰ام یک الگوی خطی ۴۱ و جمله ۱۳ام آن ۵۰ باشد، آنگاه جمله عمومی آن کدام است؟ ۵ جمله

اول را روی محور مختصات رسم کنید.



**مثال ۳۲:** اگر جمله ۵ام یک الگوی خطی ۱۸ و جمله ۱۲ام آن ۳۹ باشد، آنگاه جمله عمومی آن کدام است؟

### جمله عمومی الگوی غیر خطی

جملات برخی از الگوها روی یک خط قرار نمی گیرند. جمله عمومی این الگوها را جمله عمومی غیر خطی میگویند که توان  $n$  در آنها بیشتر از ۲ است، که با قرار دادن اعداد طبیعی به جای  $n$  در آنها میتوانیم جملات الگو را بیابیم.

**مثال ۳۳:** در دنباله زیر مجموع جملات  $n$ ام و  $(n-1)$ ام کدام است؟

۱, ۸, ۲۷, ...

**نکته ۱۱۳:** دنباله ای که جملات آن مرتباً افزایش یابند را دنباله های صعودی میگویند و اگر جملات آنها مرتباً کاهش یابند دنباله نزولی میگویند.

**نکته ۱۱۴:** اگر دنباله ای خطی باشد پس از ساده سازی  $n$  آن از درجه یک است. در غیر اینصورت غیر خطی است.

## دنباله درجه دوم:

یکی از انواع دیگر دنباله ها در جمله عمومی خود  $n$  با بزرگترین توان ۲ دارد که به صورت  $t_n = an^2 + bn + c$  نوشته می شود. ویژگی این دنباله اینست که بر خلاف دنباله خطی اعداد آن با مقدار ثابتی زیاد یا کم نمی شوند ولی مقادیر افزایش خودشان یک دنباله خطی می سازند که با مقادیر ثابتی زیاد یا کم می شوند.

۱, ۴, ۹, ۱۶, ...

۳, ۷, ۱۲, ۱۸, ...

۱۰, ۱۵, ۲۱, ۲۸, ...

## شیوه نوشتن جمله عمومی دنباله درجه دو

جمله عمومی دنباله درجه دوم به صورت  $y = an^2 + bn + c$  می باشد. در این دنباله

الف) مقدار  $a$  از رابطه زیر بدست می آید

$$a = \frac{\text{مقدار افزایش}}{۲}$$

ب) مقدار  $b$  و  $c$  از دستگاهی بدست می آید که از جایگذاری شماره و خود جمله اول و دوم ساخته می شود.

$$\begin{cases} a(1)^2 + b(1) + c = \cdot \\ a(2)^2 + b(2) + c = \cdot \end{cases}$$

مثال ۳۴: جمله ۲۰ام دنباله های زیر را بنویسید. (کتاب صفحه ۲۰)

۳, ۷, ۱۲, ۱۸, ...

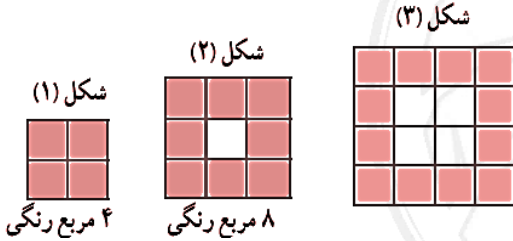
۱۰, ۱۵, ۲۱, ۲۸, ...

## روش تست نوشتن معادله درجه دوم:

فقط کافیست مقدار  $a$  را بدست یابید یا در  $t_n = an^2 + bn + c$  بدست یابیم. سپس مقدار  $an^2$  را از جملات کم میکنیم تا آنچه میماند جمله ای خطی باشد که به سرعت دنباله اش قابل محاسبه می باشد.

۳, ۷, ۱۲, ۱۸, ...

۱۲, ۱۵, ۲۰, ۲۷, ...



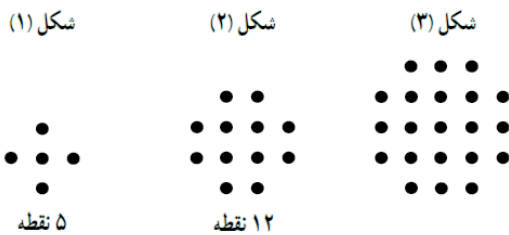
**مثال ۳۵:** در الگوی مقابل: (کتاب صفحه ۱۷)

الف) شکل شماره ۲۵۰ دارای چند مربع رنگی است؟

ب) در چه مرحله ای از الگوی بالا، تعداد مربع های رنگی برابر ۱۴۴ است؟

ج) جمله عمومی برای مربع سفید و مربع های رنگی به صورت جداگانه بنویسید

**مثال ۳۶:** شکل ۴۰ ام چند دایره دارد؟ (کتاب صفحه ۱۷)





## دنبالہ بازگشتے

دنبالہ ہائیں کہ بین جملہ ہای پشت سر ہم بتوان رابطہ ای نوشتہ بہ طوری کہ بین یک جملہ و جملہ قبل یا بعدش رابطہ برقرار کرد رابطہ ہای بازگشتی میگویند. باید توجہ کرد کہ این دنبالہ ہا جملہ عمومی بر حسب  $n$  ندارند و فقط یک رابطہ بین اعضای آنها وجود دارد.

$$4, 8, 16, 32, \dots \rightarrow a_n = 2 \times a_{n-1}$$

$$1, 1, 2, 3, 5, \dots \rightarrow a_n = a_{n-1} + a_{n-2}, n \geq 3$$

**مثال ۳۷:** اگر مجموع ۲۰ جملہ اول یک دنبالہ حسابی ۵۰۰۰ و مجموع ۴۰ جملہ اول آن ۷۰۰۰ باشد حاصل عبارت زیر کدامت؟

$$a_{21} + a_{22} + \dots + a_{39} + a_{40} =$$

**تست ۱۹:** اگر مجموع متعجب ہای اعداد طبیعی متوالی شروع از ۱، برابر با مربع مجموع آن اعداد باشد، حاصل عبارت مقابل کدامت؟ (ریاضی ۹۱)

$$10^3 + 12^3 + 14^3 + \dots + 30^3 =$$

میر مویک

(ب) ۱۱۴۲۰۰

(الف) ۱۱۴۱۰۰

(د) ۱۱۴۴۰۰

(ج) ۱۱۴۳۰۰

**نکته ۱۵:** در دنباله هایی که جملات یکنی در میان منفی و مثبت است در کنار جمله عمومی باید عبارت های  $(-1)^n$  و  $(-1)^{n+1}$  را قرار داد.

**مثال ۳۸:** جمله عمومی دنباله های زیر را بدست آورید. (کتاب صفحه ۱۹)

... و  $\sqrt{7}$  و  $\sqrt{5}$  و  $\sqrt{3}$  و ۱

... و  $\frac{1}{4}$  و  $\frac{1}{2}$  و ۱ و ۲ -

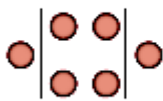
... و ۱ و ۲ و ۳ و ۵ و ۱

شکل (۱)



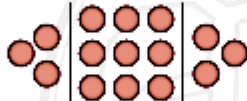
۱ نقطه

شکل (۲)



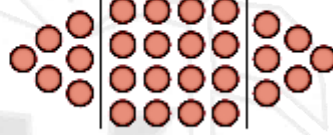
۶ نقطه

شکل (۳)

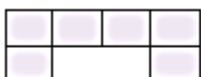


۱۵ نقطه

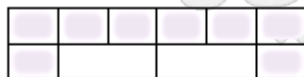
شکل (۴)



**مثال ۳۹:** در شکل زیر دنباله ای برای کاشی های سفید و کاشی های رنگی به طور جداگانه بنویسید. (کتاب صفحه ۲۰)



۶ کاشی تیره  
۱ کاشی سفید



۸ کاشی تیره  
۲ کاشی سفید



۱۰ کاشی تیره  
۳ کاشی سفید

ب) برای ۱۰۰ کاشی سفید، چند کاشی تیره لازم است؟

پ) آیا در این الگو شکلی وجود دارد که شامل ۵۰ کاشی تیره باشد؟ اگر هست، تعداد کاشی های سفید آن چند است؟

تکلیف ۲۰: اعداد طبیعی را به طریقی دسته بندی می کنیم که تعداد جملات هر دسته برابر با شماره آن دسته باشد. مجموع

جملات دسته بیستم کدام است؟ (۱) و (۳۰۲) و (۴۰۵۰۶) و (۱۰۹۰۷ و ۱۰۹۰۷) و ... (تجربی خارج ۹۴)

(د) ۴۰۴۰

(ج) ۴۰۳۰

(ب) ۴۰۲۰

(الف) ۴۰۱۰

تکلیف ۲۱: اعداد طبیعی فرد را به طریقی دسته بندی می کنیم که تعداد جملات هر دسته برابر با شماره آن دسته باشد. جمله

آخر در دسته بیستم کدام است؟ (۱) و (۵۳) و (۱۱۰۹۰۷) و ... (ریاضی خارج ۹۱)

(د) ۴۲۳

(ج) ۴۲۱

(ب) ۴۱۹

(الف) ۴۱۵

تکلیف ۲۲: اعداد طبیعی فرد را به طریقی دسته بندی می کنیم که تعداد جملات هر دسته برابر با شماره آن دسته باشد.

مجموع دو جمله اول و آخر در دسته سی ام کدام است؟ (۱) و (۵۳) و (۱۱۰۹۰۷) و ... (ریاضی ۹۴)

(د) ۱۸۵۰

(ج) ۱۸۰۰

(ب) ۱۷۵۰

(الف) ۱۷۰۰

میر مویک

خلاصہ درس:



میر مویک



Dream Hard

And  
Work Harder



کودکی برای مادر بزرگش توضیح می‌داد که چگونه همه چیز ایراد دارد... مدرسه، خانواده، دوستان.  
مادر بزرگ که مشغول پختن کیک بود از پدر کوچولو پرسید که کیک دوست داری؟ و پدر کوچولو پاسخ داد: البته که دوست دارم. + روغن چطور؟ - نه! + و حالا دوتا تخم مرغ. - نه مادر بزرگ!  
+ آرد چی؟ از آرد خوشت می‌آید؟ جوش شیرین چطور؟ - نه مادر بزرگ! خالم از همشان به هم می‌خورد.

مادر بزرگ گفت: بله، همه این چیزها به تنهایی بد به نظر می‌رسند اما وقتی به‌درستی با هم مخلوط شوند، یک کیک خوشمزه درست می‌شود. خداوند هم بهمین ترتیب عمل می‌کند. خیلی از اوقات تعجب می‌کنیم که چرا خداوند باید بگذارد ما چنین دوران سختی را بگذرانیم اما او می‌داند که وقتی همه این سختی‌ها را به‌درستی در کنار هم قرار دهد، نتیجه همیشه خوب است. ما تنها باید به او اعتماد کنیم، در نهایت همه این پشامدها با هم به یک نتیجه فوق‌العاده می‌رسند.

## دنباله های حسابی:

اگر در یک دنباله همه جمله ها (بجز جمله اول) از اضافه شدن عددی ثابت به جمله قبلی بدست بیاید به آن دنباله حسابی (دنباله عددی) می گویند.

$$1, 5, 9, 13, \dots$$

$$a_1, a_2, a_3, a_4, \dots, a_{10}, \dots, a_n$$

$$a, a + d, a + 2d, a + 3d, \dots,$$

**قدر نسبت:** تفاضل جملات پشت سر هم (متوالی) که همیشه مقدار ثابتی است را قدر نسبت دنباله حسابی می گویند و با  $d$  نشان می دهند. بنابراین برای بدست آوردن قدر نسبت دنباله حسابی کفایت جملات متوالی را از هم کم کنیم که همه آنها باید یکی باشند.

**جمله اول:** اولین جمله دنباله حسابی را با  $a$ ،  $a_1$  یا  $t_1$  نشان می دهیم.

**مثال ۴۰:** جمله عمومی دنباله های حسابی زیر را بنویسید و جمله بیستم آنها را بدست آورید.

$$2, 3, 4, 5, 6, \dots$$

$$2, 2, 2, 2, 2, \dots$$

$$2, 4, 8, 16, 32, \dots$$

$$2, 1, 0, \dots$$

$$\sqrt{2} + \sqrt{3}, \sqrt{2} + 2\sqrt{3}, \sqrt{2} + 3\sqrt{3}, \dots$$



## جمله عمومی دنباله حسابی:

جمله عمومی هر دنباله حسابی را با داشتن جمله اول  $t_1$  و قدر نسبت آن  $d$  می توان نوشت:

$$t_n = t_1 + (n - 1)d$$

**نکته ۱۶۸:** در جمله عمومی  $n$  نماد شماره جمله است و فقط زمانی جای آن عدد قرار میدهیم که نوشتن یک جمله خاص مورد نظر باشد.

**نکته ۱۷۸:** اگر در تئوری یک دنباله خطی  $t_n = an + b$  داده شد، می توان آنرا یک دنباله حسابی دانست که  $a$  قدر نسبت دنباله است و  $b$  جمله اول نیست و جمله اول از جاگذاری  $n$  به جای  $n$  بدست می آید.

**مثال ۴۱:** سال های برگزاری مسابقات المپیک از آغاز هزاره سوم میلادی به بعد به صورت زیر است که جملات یک دنباله حسابی اند.  $2000, 2004, 2008, 2012, 2016, 2020, \dots$   
یست و چهارمین دوره المپیک در هزاره سوم میلادی در چه سالی برگزار خواهد شد؟ (کتاب صفحه ۲۱)

**مثال ۴۲:** A و B دو شرکت عرضه کننده سیم کارت های تلفن همراه با شرایط زیرند.

سیم کارت های شرکت B	سیم کارت های شرکت A
هزینه ثابت ماهانه ۳۰۰۰ تومان	هزینه ثابت ماهانه ۲۰۰۰ تومان
هزینه هر دقیقه مکالمه ۲۰ تومان	هزینه هر دقیقه مکالمه ۳۰ تومان

سارا در هر ماه حدود یک ساعت و فاطمه ماهانه تقریباً ۱۵۰ دقیقه با تلفن همراه مکالمه می کنند. به هر یک از آنها کدام سیم کارت را پیشنهاد می کنید؟ چرا؟ (کتاب صفحه ۲۲)

## واسطه حسابی:

قرار دادن  $n$  عدد بین دو عدد  $a$  و  $b$  به طوری که همه با هم تشکیل دنباله حسابی بدهند و یک دنباله  $(n + 2)$  عددی بسازند را "درج  $n$  واسطه حسابی بین  $a$  و  $b$  میگویند".

در این صورت جمله اول این دنباله  $a$  بوده و قدر نسبت این دنباله از رابطه زیر بدست می آید:

$$d = \frac{b - a}{n + 1}$$

**مثال ۴۳:** چهار واسطه حسابی بین ۲۰ و ۳۰ بنویسید.

## خاصیت جملات سه گانه دنباله حسابی

**خاصیت اول:** اگر  $x$  و  $y$  و  $z$  سه جمله متوالی از یک دنباله حسابی باشند به  $y$  واسطه حسابی بین  $x$  و  $z$  میگویند و آنگاه همواره داریم:

$$x + z = 2y$$

**خاصیت دوم:** اگر سه جمله  $x$  و  $y$  و  $z$  در عبارت  $x + z = 2y$  صادق باشند، آنگاه یقیناً سه جمله متوالی از یک دنباله حسابی می باشند.

**مثال ۴۴:** اگر  $x + 2$  و  $2x + 1$  و  $4x + 5$  سه جمله متوالی یک دنباله حسابی باشند آنگاه  $x$  کدام است؟

## روابط بین جمله‌های دنباله حسابی:

در بسیاری از مایل مربوط به دنباله حسابی، اطلاعاتی در مورد ارتباط جمله‌های دنباله مثل حاصل جمع و یا حاصل ضرب آنها داده می‌شود و یا عدد چند جمله مشخص می‌شود و سپس جمله عمومی، قدر نسبت یا جمله اول خواسته می‌شود. در اینصورت:

**گام اول:** همه جملات را بر حسب  $a$  و  $d$  می‌نویسیم.

**گام دوم:** جملات را با توجه به روابط داده شده در مثال به صورت پارامتری جاگذاری می‌کنیم.

**گام چهارم:** از دو معادله دو مجهول یا روش جاگذاری جمله اول و قدر نسبت پیدا می‌شود.

**مثال ۴۵:** در یک دنباله حسابی جمله پنجم ۱۰ و جمله نهم برابر با ۲۸ است. جمله عمومی این دنباله کدام است؟

**مثال ۴۶:** زاویه‌های یک مثلث تشکیل دنباله حسابی می‌دهند. زاویه وسطی را بدست آورید.

**مثال ۴۷:** در یک دنباله حسابی، جملات سوم و هفتم به ترتیب ۲۰ و ۵۶ است. دنباله را مشخص کنید؛ یعنی با به

دست آوردن جمله اول و قدر نسبت، جملات دنباله را بنویسید. (کتاب صفحه ۲۴)

**روش تستی حل روابط:** در سوالات دنباله با چندین جمله نوشتن جمله ها به صورت مجموع میانجی و ضربی

مثبت یا منفی از قدر نسبت  $d$  می تواند بر سرعت محاسبات بیفزاید.

**مثال ۴۸:** در یک دنباله حسابی، مجموع سه جمله اول ۳ و مجموع سه جمله بعدی آن ۳۹ است. دنباله را مشخص کنید. (کتاب صفحه ۲۴)

**تست ۲۳:** در یک دنباله حسابی مجموع چهار جمله اول ۱۵ و مجموع ۵ جمله بعدی آن ۳۰ می شود. جمله یازدهم دنباله کدام است؟ (ریاضی خارج ۱۸۵)

- (الف) ۷/۵  
(ب) ۸  
(ج) ۸/۵  
(د) ۹

**مثال ۴۹:** مثله زیر در پاپیروس رایند آمده است. آن را حل کنید. (کتاب صفحه ۲۴)

" ۱۰۰ قرص نان را بین ۵ مرد چنان تقسیم کنید که سهم های دریاخته شده، دنباله حسابی تشکیل دهند و یک سوم مجموع سه سهم بزرگ تر، مابقی مجموع دو سهم کوچک تر باشد."

میر مویک

**تست ۲۴:** مجموع  $n$  جمله اول یک تصاعد عددی به صورت  $S_n = \frac{n(n-3)}{2}$  است. مجموع جملاتی از این تصاعد که

از جمله بیست و پنجم شروع و به سی و پنجم ختم می شود کدام است؟ (تجربی خارج ۱۸۹)

- (الف) ۱۳۲  
(ب) ۱۴۵  
(ج) ۱۴۸  
(د) ۱۵۴

## چند نکته تستی - سرعتی:

نکته ۱۸: اگر  $t_m$  و  $t_n$  جمله  $m$  ام و  $n$  ام یک دنباله حسابی باشند قدر نسبت دنباله از رابطه زیر بدست می آید:

$$d = \frac{t_m - t_n}{m - n}$$

نکته ۱۹: اگر  $t_m$  و  $t_n$  و  $t_p$  و  $t_q$  جمله  $m$  ام و  $n$  ام و  $p$  ام و  $q$  ام یک دنباله حسابی باشند، آنگاه:

$$n + m = p + q \Rightarrow t_n + t_m = t_p + t_q$$

نکته ۲۰: اگر همه جملات یک دنباله حسابی با عدد حقیقی  $K$  جمع شود، یک دنباله حسابی جدید ساخته میشود با همان قدر نسبت ولی با جمله اول  $(a_1 + k)$ .

نکته ۲۱: اگر همه جملات یک دنباله حسابی در عدد ثابت  $K$  ضرب شود، یک دنباله حسابی جدید ساخته میشود با قدر نسبت  $(Kd)$  و با جمله اول جدید  $(Kt_1)$ .

تست ۲۵: در یک دنباله حسابی مجموع ۵ جمله اول آن،  $\frac{1}{3}$  مجموع ۵ جمله بعدی است. جمله (نهم) چند برابر جمله اول است؟ (تجربین خارج ۹۱)

- (الف)  $\frac{3}{2}$  (ب)  $\frac{5}{2}$  (ج) ۳ (د) ۴

تست ۲۶: در دو دنباله حسابی به صورت های ... ۲، ۷، ۱۲ و ... ۱، ۴، ۹ و ... چند عدد سه رقمی مشترک وجود دارد؟ (ریاضی خارج ۹۴)

- (الف) ۵۸ (ب) ۵۹ (ج) ۶۰ (د) ۶۱

## مجموع جملات دنباله حسابی:

برای بدست آوردن مجموع جملات اول تا  $n$ ام هر دنباله حسابی از رابطه زیر استفاده می شود:

$$1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$t_1 + t_2 + t_3 + \dots + t_n = nt_1 + \left[ \frac{n(n+1)}{2} \right] d = \frac{n}{2} [2t_1 + (n-1)d]$$

**مثال ۵:** در دنباله زیر مجموع ۲۰ جمله اول کدام است؟ مجموع جملات  $t_{15}$  تا  $t_{30}$  کدام است؟

... و ۲۴ و ۱۶ و ۸

**مثال ۵:** در دنباله با جمله عمومی  $t_n = 4 - 3n$  مجموع ۲۰ جمله دوم کدام است؟

میر مویک

**نکته ۲۷:** در یک تصاعد عددی جمله  $n$ ام به صورت  $a_n = \frac{3}{2}n - 5$  است. مجموع ۱۵ جمله اول این تصاعد چقدر

است؟ (تجربین خارج ۱۹)

(ب) ۱۰۵

(الف) ۹۰

(د) ۱۳۵

(ج) ۱۲۰



## دنبالہ هندسی

اگر در یک دنباله همه جمله ها (بجز جمله اول) از ضرب شدن عددی ثابت در جمله قبلی بدست بیاید به آن دنباله هندسی می گویند.

1, 5, 25, 125, ...

$a, ar, ar^2, ar^3, \dots$

**قدر نسبت:** نسبت (حاصل تقسیم) جملات پشت سر هم (متوالی) که همیشه مقدار ثابتی است را قدر نسبت دنباله میگویند و با  $r$  نشان می دهند. بنابراین برای بدست آوردن قدر نسبت دنباله هندسی کفایت جملات متوالی را تقسیم کنیم که همه آنها باید یکی باشند.

**جمله اول:** اولین جمله دنباله هندسی را با  $a_1$  یا  $t_1$  نشان می دهیم.

**مثال ۵:** جمله عمومی دنباله های هندسی زیر را بنویسید و جمله بیستم آنها را بدست آورید.

2, 4, 8, 16, 32, ...

2, 2, 2, 2, 2, ...

3, -3, 3, -3, 3, ...

2, 1, 0, ...

2, 2 $\sqrt{3}$ , 6, ...

میر مویید

**نکته ۱۱:** تنها دنباله ای که هم حابع است هم هندسی دنباله ثابت است.

## جمله عمومی دنباله هندسی:

جمله عمومی هر دنباله هندسی را با داشتن جمله اول  $t_1$  و قدر نسبت آن  $r$  می توان نوشت:

$$t_n = t_1 r^{n-1}$$

**نکته ۱۱۱:** در جمله عمومی  $n$  نماد شماره جمله است و فقط زمانی جای آن عدد قرار می دهیم که نوشتن یک جمله خاص مورد نظر باشد.

**اشتباه رایج:** اگر جمله عمومی یک دنباله  $t_n = br^n$  باشد قدر نسبت آن  $r$  است ولی جمله اول آن  $b$  نیست و از جایگذاری  $n=1$  به جای  $n$  بدست می آید.

**مثال ۵۳:** یک کوه یخی هزار تنی، در هر روز یک پنجم وزن خود را از دست می دهد. پس از گذشت ۵ روز کدام گزینه درست است؟ (کتاب صفحه ۲۷)

- الف) چیزی از آن باقی نمی ماند.      ب) حدود  $\frac{1}{3}$  آن باقی می ماند.  
پ) تقریباً نصف آن آب می شود.      ت) حدود  $\frac{2}{3}$  آن باقی می ماند.

**مثال ۵۴:** علی (پوچرخه ای) را به قیمت ۵۰۰ هزار تومان خرید. فرض کنید قیمت پوچرخه دست دوم، در هر سال ۲۰ درصد نسبت به سال قبل از خودش کاهش یابد. (کتاب صفحه ۲۷)

الف) اگر او بعد از ۳ سال قصد فروش پوچرخه اش را داشته باشد، به چه قیمتی می تواند آن را بفروشد؟

ب) قیمت پوچرخه بعد از گذشت  $n$  سال از چه رابطه ای به دست می آید؟

## واسطه هندسی:

قرار دادن  $n$  عدد بین دو عدد  $a$  و  $b$  به طوری که همه با هم تشکیل دنباله هندسی بدهند و یک دنباله با تعداد اعضای  $(n + 2)$  بزنند را "درج  $n$  واسطه هندسی بین  $a$  و  $b$ " میگویند.

در این صورت جمله اول این دنباله  $a$  بوده و قدر نسبت این دنباله از رابطه زیر بدست می آید:

$$r^{n+1} = \frac{b}{a} \rightarrow r = \sqrt[n+1]{\frac{b}{a}}$$

**مثال ۵۵:** چهار واسطه هندسی بین ۲۰ و ۸۰ بنویسید.

## خاصیت جملات سه گانه دنباله هندسی

**خاصیت اول:** اگر  $x$  و  $y$  و  $z$  سه جمله متوالی از یک دنباله هندسی باشند به  $y$  واسطه هندسی بین  $x$  و  $z$  میگویند و آنگاه

همواره داریم:

$$xz = y^2 \Rightarrow \begin{cases} y = \sqrt{xz} & \text{صعودی} \\ y = -\sqrt{xz} & \text{نزولی} \end{cases}$$

**خاصیت دوم:** اگر سه جمله  $x$  و  $y$  و  $z$  در عبارت  $xz = y^2$  صادق باشند، آنگاه یقیناً سه جمله متوالی از یک دنباله

هندسی می باشند.

**مثال ۵۶:** اگر  $x + 2$  و  $2x + 1$  و  $4x + 5$  سه جمله متوالی یک دنباله هندسی باشند آنگاه  $x$  کدام است؟

**تست ۲۸:** در دنباله ای هندسی صعودی به صورت  $\dots, b, a, 9, 4$  مجموع شش جمله اول کدام است؟

(ریاضی خارج ۸۹)

(ب)  $\frac{7}{81}$

(الف)  $\frac{3}{81}$

(د)  $\frac{1}{83}$

(ج)  $\frac{3}{82}$

**تست ۲۹:** دنباله هندسی  $\dots, \frac{1}{4}, x, 2$  غیر نزولی است. مجموع شش جمله اول آن کدام است؟ (ریاضی خارج ۸۶)

(ب)  $\frac{21}{16}$

(الف)  $\frac{41}{32}$

(د)  $\frac{23}{16}$

(ج)  $\frac{11}{8}$

**تست ۳۰:** اعداد  $\dots, 2^a, 4\sqrt{2}, 2^b$  سه جمله متوالی یک دنباله هندسی هستند. واسطه عددی بین  $a$  و  $b$  کدام است؟ (ریاضی خارج ۸۷)

(ب) ۲

(الف)  $\frac{2}{5}$

(د)  $\sqrt{2}$

(ج)  $\frac{1}{5}$

**تست ۳۱:** بین ۲۷ و  $\frac{1}{9}$  چهار عدد مثبت قرار داده ایم. به طوری که با آن دو عدد تشکیل دنباله هندسی داده اند. مجموع این چهار جمله چقدر است؟ (ریاضی خارج ۹۱)

(د)  $\frac{1}{26}$

(ج)  $\frac{2}{15}$

(ب) ۱۳

(الف)  $\frac{1}{13}$

**تست ۳۲:** بین ۴ و ۲۳۴ سه عدد قرار داده ایم. به طوری که پنج عدد تشکیل دنباله هندسی داده اند. مجموع این

پنج عدد چقدر است؟ (ریاضی خارج ۹۱)

(ب) ۴۸۴

(الف) ۴۸۲

(د) ۴۸۸

(ج) ۴۸۶

## روابط بین جمله‌های دنباله هندسی:

در بسیاری از مسائل مربوط به دنباله هندسی، اطلاعاتی در مورد ارتباط جمله‌های دنباله مثل حاصل جمع و یا حاصل ضرب آنها داده می‌شود و یا عدد چند جمله مشخص می‌شود و سپس جمله عمومی، قدر نسبت یا جمله اول خواسته می‌شود. در اینصورت:

**گام اول:** همه جملات را بر حسب  $a$  و  $d$  می‌نویسیم.

**گام دوم:** جملات را با توجه به روابط داده شده در مثال به صورت پارامتری جاگذاری می‌کنیم.

**گام سوم:** از تقسیم جمله‌های عمومی بر هم یا روش جاگذاری، جمله اول و قدر نسبت پیدا می‌شود.

**مثال ۵۲:** در یک دنباله هندسی  $t_4 t_1 = 4$  و  $t_6 t_5 = 108$  است. قدر نسبت این دنباله کدام است؟

**مثال ۵۸:** جملات سوم و ششم یک دنباله هندسی به ترتیب ۱۲ و ۹۶ می‌باشند. دنباله را مشخص کنید. (کتاب صفحه

۲۷)

میر مویک

**مثال ۵۹:** مدیر یک کارگاه به یک کارگر مبتدی پیشنهاد داده است دستمزد روز اول ۱۰۰۰ تومان و تا پایان هفته هر روز

۲۰ درصد به دستمزد روز قبل وی اضافه شود. دستمزد این کارگر در روز پنجم چقدر است؟

## چند نکته تستی - سرعتی:

نکته ۱۴۸: اگر  $t_m$  و  $t_n$  جمله  $n$  ام و  $m$  ام یک دنباله هندسی باشند قدر نسبت دنباله از رابطه زیر بدست می آید:

$$r^{m-n} = \frac{t_m}{t_n}$$

نکته ۱۴۹: اگر  $t_m$  و  $t_n$  و  $t_p$  و  $t_q$  جمله  $n$  ام و  $m$  ام و  $p$  ام و  $q$  ام یک دنباله هندسی باشند، آنگاه:

$$n + m = p + q \Rightarrow t_n \times t_m = t_p \times t_q$$

نکته ۱۵۰: اگر همه جملات یک دنباله هندسی به توان یک عدد حقیقی  $K$  برسند، یک دنباله حساب جاری ساخته میشود که قدر نسبت و جمله اول به توان  $(k)$  می رسند.

نکته ۱۵۱: اگر همه جملات یک دنباله هندسی در عدد ثابت  $K$  ضرب شود، یک دنباله هندسی جاری ساخته میشود با همان قدر نسبت، ولی با جمله اول  $(Kt_1)$ .

نکته ۱۵۲: در یک دنباله هندسی که جمله اول آن مثبت است چنانچه:

$r > 1$  در این صورت دنباله افزایشی خواهد بود

$0 < r < 1$  در این صورت دنباله کاهشی خواهد بود

$r = -1$  در این صورت دنباله متناوب خواهد بود.



## مجموع جملات دنباله هندسی:

برای بدست آوردن مجموع جملات اول تا  $n$ ام هر دنباله هندسی از رابطه زیر استفاده می شود:

$$S_n = t_1 + t_2 + t_3 + \dots + t_n = \frac{t_1(r^n - 1)}{r - 1}$$

نکته ۱۹: اگر مجموع بینهایت جمله از یک سری هندسی که  $|r| < 1$  را بخواهیم

$$S_\infty = t_1 + t_2 + t_3 + \dots = \frac{t_1}{1 - r}$$

## حاصل ضرب جملات دنباله هندسی

برای بدست آوردن مجموع جملات اول تا  $n$ ام هر دنباله هندسی از رابطه زیر استفاده می شود:

$$t_1 \times t_2 \times t_3 \times \dots \times t_n = a \times ar^1 \times ar^2 \times ar^{n-1} = a^n r^{(1+2+\dots+(n-1))}$$

$$t_1 \times t_2 \times t_3 \times \dots \times t_n = a^n r^{\frac{n(n-1)}{2}}$$

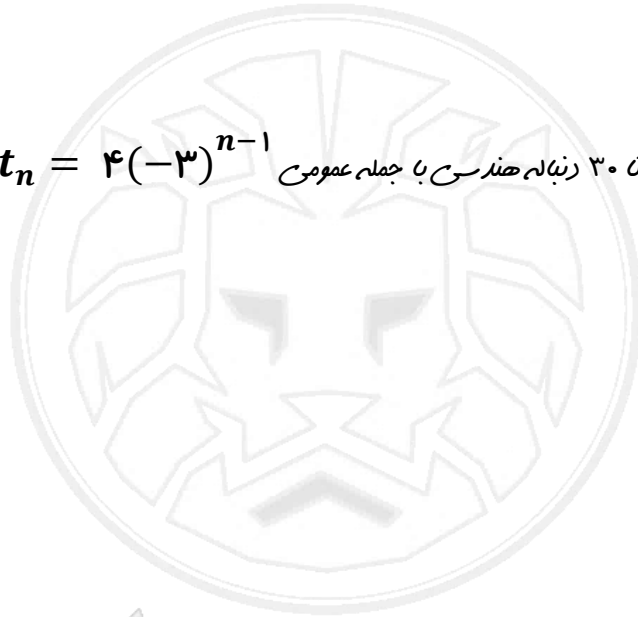
مثال ۶۰: حاصل ضرب ۲۰ جمله اول سری هندسی زیر کدام است؟ (کتاب صفحه ۲۷)

۳, ۹, ۲۷, ۸۱, ...

مثال ۶۱: حاصل ضرب جمله ۱۵ تا ۳۰ (رتبه هندسی با جمله عمومی  $t_n = 4(3)^{n-1}$ ) را بدست آورید.

مثال ۶۲: حاصل ضرب جمله ۲۳ تا ۴۱ (رتبه هندسی با جمله عمومی  $t_n = -4(3)^{n-1}$ ) را بدست آورید.

مثال ۶۳: حاصل ضرب جمله ۱۵ تا ۳۰ (رتبه هندسی با جمله عمومی  $t_n = 4(-3)^{n-1}$ ) را بدست آورید.



میرموید

تسٹ ۳۳: دریک (نشانہ ہندسہ مجموع ۳ جملہ اول آن ۱۳۶ و مجموع ۶ جملہ اول آن ۱۵۳ است۔ جملہ اول چند برابر جملہ پنجم است؟ (ریاضی ۸۹)

(الف)  $\frac{81}{16}$

(ب) ۸

(د) ۱۶

(ج) ۹

تسٹ ۳۴: دریک (نشانہ ہندسہ مجموع ۸ جملہ اول آن  $\frac{5}{4}$  مجموع ۴ جملہ اول آن است۔ جملہ ہفتم چند برابر جملہ اول است؟ (ریاضی ۸۵)

(الف)  $\frac{1}{16}$

(ب)  $\frac{1}{8}$

(د)  $\frac{1}{4}$

(ج)  $\frac{5}{32}$

تسٹ ۳۵: دریک (نشانہ ہندسہ مجموع جملات اول و سوم برابر ۱ و مجموع ۴ جملہ اول آن ۳ است۔ مجموع ۶ جملہ اول کدہم است؟ (ریاضی ۸۸)

(ب)  $11/2$

(د)  $13/4$

(الف)  $10/8$

(ج)  $12/6$

میر موید

## جمع بندی دنباله:

دنباله هندسی (توانی)	دنباله حسابی (خطی) (عددی)
... و ۴۸ و ۱۲ و ۳	... و ۱۶ و ۱۳ و ۱۰
داری جمله اول $t_1$ و قدر نسبت $r$ است $t_1$ و $t_2$ و $t_3$ و ... و $t_n$ $t, t \times r, t \times r^2, t \times r^3, \dots, t \times r^{n-1}$	داری جمله اول $a_1$ و قدر نسبت $d$ است $a_1$ و $a_2$ و $a_3$ و ... و $a_n$ $a, a + d, a + 2d, a + 3d, \dots, a + (n-1)d$
$t_n = t \times r^{(n-1)}$	$a_n = a + (n-1)d$
$x, y, z$ $y^2 = x \times z$	$x, y, z$ $2y = x + z$
$a$ و $\square$ و $\square$ و ... و $b$ $r = \sqrt[n+1]{\frac{b}{a}}$	$a$ و $\square$ و $\square$ و ... و $b$ $d = \frac{b-a}{n+1}$

## دنباله درجه دوم

$$t_n = an^2 + bn + c \quad \text{جمله عمومی}$$

مقدار  $a$  را با نصف کردن قدر نسبت افزایش جملات بدست میآوریم

مقدار  $an^2$  را از جملات کم میکنیم

آنچه میماند جملاتی خطی می باشد که به سرعت دنباله اش قابل محاسبه می باشد.



# تست های آزمون جامع مجموعه و دنباله

سال دهم - فصل اول

میر موید

اشتراک بازه‌های  $(a, -2]$  و  $(b, 4]$  برابر  $(1, -\frac{2}{3})$  است. اجتماع بازه‌های  $(b, -2a - 1)$  و  $(a, b)$  کدام است؟

- (1)  $(-3, 1)$  (2)  $(-1, \frac{2}{3})$   
 (3)  $(1, 4)$  (4)  $(-3, 1) - \{-\frac{2}{3}\}$

اگر  $A$  و  $B$  دو مجموعه دلخواه باشند، مجموعه  $A' - B$  برابر کدام مجموعه زیر است؟

- (1)  $A - B'$  (2)  $A \cap B'$   
 (3)  $A' \cap B$  (4)  $B' - A$

اگر  $A$  و  $B$  زیرمجموعه‌هایی از مجموعه مرجع  $U$ ،  $n(U) = 100$ ،  $n(A) = 45$ ،  $n(B) = 70$  و  $n(B - A) = 50$  باشند، آنگاه  $n((A \cup B)')$  کدام است؟

- (1) 5 (2) 10  
 (3) 15 (4) 20

اگر  $n(A) = 20$  و  $n(A \cap B) = 10$  باشد، حاصل  $n(A' \cap B)$  کدام است؟

- (1) 8 (2) 12  
 (3) 5 (4) 30

در مسابقات جهانی وزنه‌برداری، در هر وزن یک مدال طلا برای حرکت یک‌ضرب و یک مدال طلا برای حرکت دو ضرب توزیع می‌شود. اگر تعداد اوزان مسابقات برابر 8 باشد و 12 نفر در این مسابقات مدال گرفته باشند، چند نفر دو مدال طلا کسب کرده‌اند؟

- (1) 5 (2) 6  
 (3) 3 (4) 4

اگر  $c_n$  جمله عمومی یک الگوی خطی،  $c_4 = 17$  و  $c_{10} = 41$  باشد،  $c_n$  کدام است؟

- (1)  $c_n = 5n - 3$  (2)  $c_n = 4n + 1$   
 (3)  $c_n = 5n - 9$  (4)  $c_n = 4n$

جمله بیستم دنباله حسابی  $\dots, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}$ ، کدام است؟

- (1)  $\frac{1}{19}$  (2)  $\frac{1}{20}$   
 (3)  $-\frac{8}{3}$  (4)  $-\frac{17}{3}$



۸ اگر به هر یک از اعداد ۲، ۶ و ۱۳ (به ترتیب از راست به چپ) مقدار ثابتی اضافه شود، اعداد حاصل تشکیل دنباله هندسی می‌دهند. در این حالت قدر نسبت دنباله هندسی حاصل کدام است؟

- (۱) ۱  
(۲)  $\frac{1}{3}$   
(۳)  $\frac{9}{4}$   
(۴)  $\frac{7}{4}$

۹ اگر در یک دنباله حسابی غیرصفر، جمله نهم برابر صفر باشد، جملات اول، پنجم و  $11n$  این دنباله حسابی تشکیل یک دنباله هندسی می‌دهند. در این صورت  $n$  کدام است؟

- (۱) ۷  
(۲) ۹  
(۳) ۱۱  
(۴) ۱۳

۱۰ در یک دنباله هندسی با جملات مثبت، مجموع جملات سوم و چهارم  $\frac{4}{5}$  برابر مجموع جملات پنجم و ششم است. اگر جمله دوم دنباله برابر ۲ باشد، جمله اول این دنباله چقدر است؟

- (۱)  $2\sqrt{2}$   
(۲)  $\frac{1}{5}$   
(۳)  $3\sqrt{2}$   
(۴) ۳

۱۱ اگر جمله عمومی یک دنباله حسابی با قدر نسبت ۲ باشد، در این صورت  $k$  در رابطه  $a_{k+3} - a_k = ka_{k+3}$  کدام است؟

- (۱) ۴۴  
(۲) ۱۰۴  
(۳) ۹۲  
(۴) ۶۹

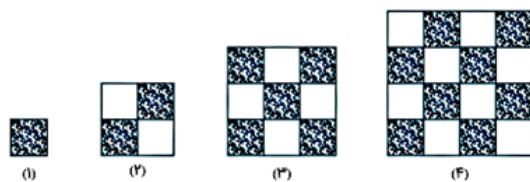
۱۲ اگر طول اضلاع یک مثلث قائم‌الزاویه تشکیل دنباله حسابی دهند و طول وتر این مثلث  $a$  باشد، مساحت این مثلث کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{6}a^2$   
(۲)  $\frac{1}{8}a^2$   
(۳)  $\frac{1}{4}a^2$   
(۴)  $\frac{1}{24}a^2$

۱۳ ۳۰۰ قرص نان را بین ۵ نفر چنان تقسیم کرده‌ایم که سهم‌های دریافت‌شده، دنباله حسابی تشکیل دهند و یک‌سوم مجموع سه سهم بزرگتر، مساوی مجموع دو سهم کوچکتر است. بیشترین سهم دریافتی نان‌ها چند قرص است؟

- (۱) ۳۰  
(۲) ۹۰  
(۳) ۱۰۰  
(۴) ۱۲۰

۱۴ در الگوی زیر، تعداد مربع‌های سفید شکل دهم چند برابر تعداد مربع‌های سیاه شکل هفتم است؟



- (۱)  $\frac{10}{7}$   
(۲)  $\frac{100}{49}$   
(۳) ۲  
(۴) ۱

۱۵ اگر  $A$  و  $B$  دو مجموعه جدا از هم باشند، حاصل  $(A \cup B') \cap B$  کدام است؟

- (۱)  $A$   
(۲)  $B$   
(۳)  $A \cup B$   
(۴)  $\emptyset$



۱۶

چند عدد طبیعی سه رقمی وجود دارد که در تقسیم بر ۷، باقی مانده اش برابر ۵ باشد؟

(۲) ۱۲۹

(۱) ۱۲۸

(۴) ۱۳۱

(۳) ۱۳۰

۱۷

بین دو عدد ۱۷ و ۹۳، هجده واسطه حسابی درج کرده ایم. واسطه یازدهم کدام است؟ (جملات دنباله را به صورت افزایشی در نظر بگیرید)

(۲) ۶۱

(۱) ۵۷

(۴) ۵۳

(۳) ۶۵

۱۸

اگر  $a$ ،  $b$  و  $c$  از راست به چپ سه جمله متوالی یک دنباله حسابی و  $a$ ،  $b$  و  $c + Fa$  از راست به چپ سه جمله متوالی یک دنباله هندسی با جملات مثبت باشند، آنگاه قدر نسبت دنباله هندسی کدام است؟

(۲) ۲

(۱)  $\frac{1}{3}$

(۴) ۱

(۳) ۳

۱۹

اگر  $A \cup B = U$  باشد، کدام گزاره قطعاً صحیح است؟

(۲)  $A - B = B - A$

(۱)  $A \cap B' = \emptyset$

(۴)  $A' \cup B' = U$

(۳)  $A' = B - A$

۲۰

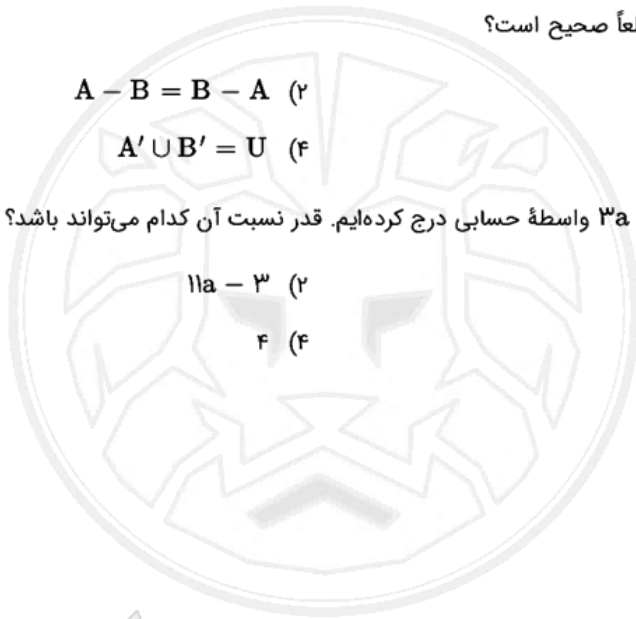
بین اعداد طبیعی  $10a$  و  $a - 3$ ، تعداد  $3a$  واسطه حسابی درج کرده ایم. قدر نسبت آن کدام می تواند باشد؟

(۲)  $11a - 3$

(۱)  $14a$

(۴) ۴

(۳) ۳



میرمویک