



سایت ویژه ریاضیات [www.riazisara.ir](http://www.riazisara.ir)

درسنامه ها و جزوه های ریاضی

سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور

نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نرم افزارهای ریاضیات

و...

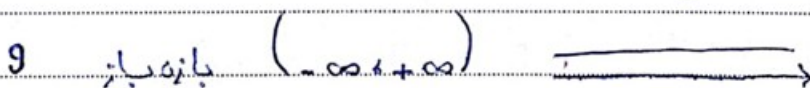
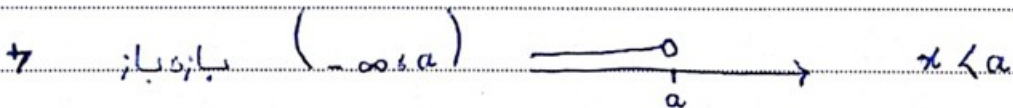
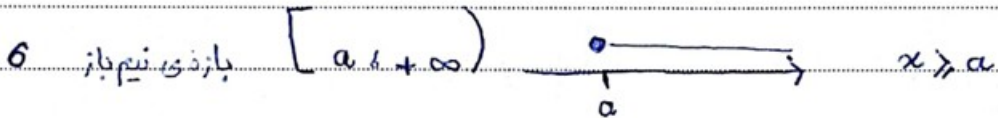
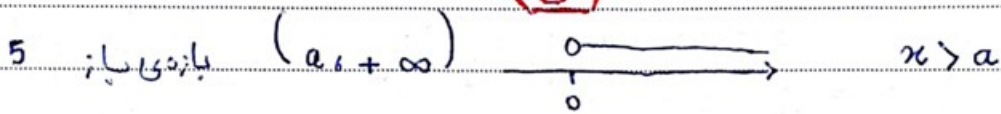
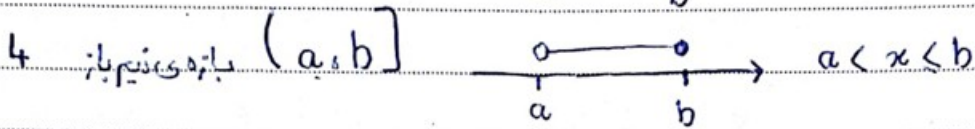
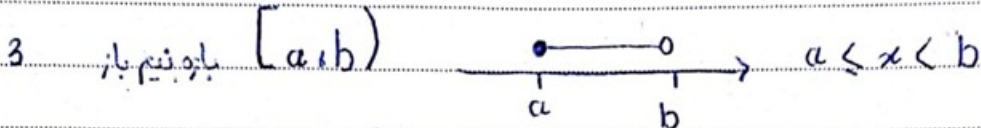
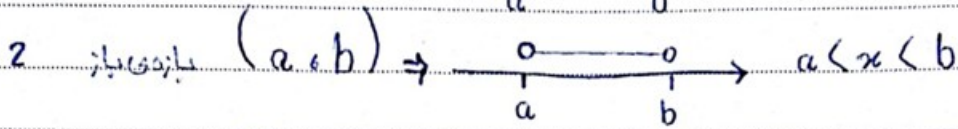
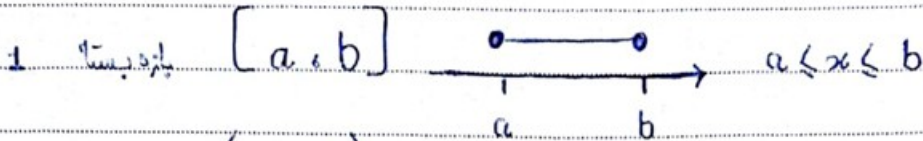
کانال سایت ریاضی سرا در تلگرام:

<https://t.me/riazisara>



(@riazisara)

بازه ها:



تذکره: جواب نامعادله ای  $|ax + b| < c$  کدام بازه می باشد؟

$$0 \leq 1 - 2x \leq 1 \Rightarrow -1 < -2x < 0 \Rightarrow \frac{1}{2} > x > 0$$

$$\frac{1}{2} > x > 0 \Rightarrow \left[0, \frac{1}{2}\right)$$

$$[-2, 2] \quad 2$$

$$[-1, 1] \quad 1$$

$$\left[0, \frac{1}{2}\right) \quad 3 \checkmark$$

$$[-2, 2] \quad 4$$

Arman

مسئله ۱: با استفاده از نامعادله‌های  $x+1 \leq 3x-2$  و  $2x-7 < 3x-2$  به صورت کدام بازه است؟

$[-1, 3)$  - ۲       $(-5, 5]$  - ۱ ✓

$(-1, 3]$  - ۴       $[-4, 3]$  - ۳

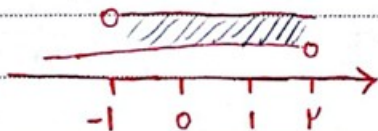
$$\begin{cases} 2x - 7 < 3x - 2 \Rightarrow 2x - 3x < -2 + 7 \Rightarrow -x < 5 \Rightarrow x > -5 \\ 3x - 2 \leq x + 1 \Rightarrow 3x - x \leq 1 + 2 \Rightarrow 2x \leq 3 \Rightarrow x \leq 1.5 \end{cases}$$



مسئله ۲: اگر عدد ۴ متعلق به  $(m+2, 2m+1)$  باشد عدد  $m$  کدام است؟

$1 - m > -4$       ✓  $2 - 1 < m < 2$

$$(m+2, 2m+1) \Rightarrow \begin{cases} 4 > m+2 \Rightarrow 2 > m \Rightarrow m < 2 \\ 4 < 2m+1 \Rightarrow -4 < 2m \Rightarrow -2 < m \end{cases}$$



میتوانیم اگر عدد در بازه  $[2n-1, 2n+14]$  باشد بزرگترین بازه ای که می تواند اختیار کند کدام است ؟

1-  $[-2, 2]$  2-  $[-2, 2]$  3-  $[-3, 3]$  4-  $[-2, 3]$  5-  $[-2, 3]$

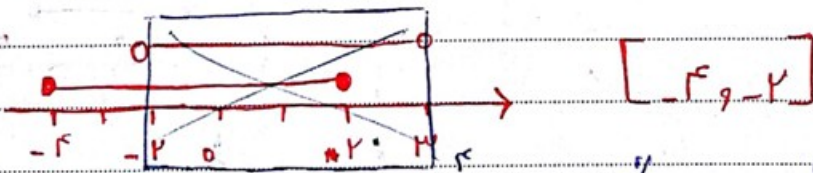
میتوانیم: فاصله شده عبارت  $[3, 7]$  و  $[1, 3]$  کدام بازه است ؟

1-  $[3, 7]$  2-  $[2, 4]$  3-  $[5, 7]$  4-  $[1, 7]$



میتوانیم: حاصل  $[-2, 2] - [-2, 3]$  کدام است ؟

1-  $[-2, -2]$  2-  $[-2, -2]$  3-  $[-2, -2]$  4-  $[-2, -2]$



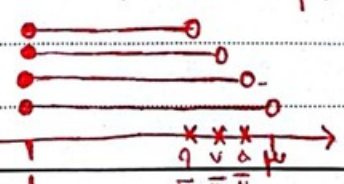
اگر  $A_n = [1, 2 + \frac{1}{n}]$  آنگاه  $\bigcap_{i=1}^{\infty} A_i$  کدام است ؟

1-  $[1, \frac{9}{4}]$  2-  $[1, \frac{3}{2}]$  3-  $[1, \frac{4}{3}]$  4-  $\emptyset$

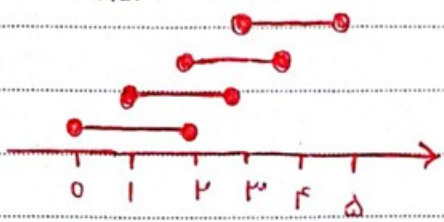
$A_1 = [1, 2 + \frac{1}{1}] = [1, 3]$   $A_2 = [1, 2 + \frac{1}{2}] = [1, \frac{5}{2}]$

$A_3 = [1, 2 + \frac{1}{3}] = [1, \frac{7}{3}]$

$A_4 = [1, 2 + \frac{1}{4}] = [1, \frac{9}{4}]$



1.  $\bigcup_{n=1}^{\infty} A_n$  و  $\bigcap_{n=1}^{\infty} A_n$  را برای  $A_n = [n-1, n+1]$  بیابید.   
 آیا مجموعه‌ای برابر است؟



1-  $\{x \mid 1 \leq x \leq \Delta\}$

2-  $\{x \mid 0 \leq x \leq \Delta\}$

$\bigcup_{n=1}^{\infty} A_n = [0, \Delta]$  و  $\bigcap_{n=1}^{\infty} A_n = \{2\}$

3-  $\{x \mid 0 \leq x \leq \Delta, x \neq 2\}$

$\bigcup_{n=1}^{\infty} A_n \setminus \bigcap_{n=1}^{\infty} A_n = [0, \Delta] - \{2\}$

4-  $\{x \mid 1 \leq x \leq \Delta, x \neq 2\}$

2. برای  $A_i = [-i, \frac{9-i}{2}]$  و  $i \in \{1, 2, 3, \dots, 9\}$    
 آیا  $(A_1 \cap A_2) \cup (A_2 \cap A_3) \dots$  برابر است با  $(A_1 \cap A_9)$ ؟

1-  $[-2, -1] \cup [1, 2]$     2-  $[-2, -1] \cup [1, 2]$     3-  $[-1, 1]$

4-  $\emptyset$

$A_1 = [-1, \frac{9-1}{2}] = [-1, 4]$

$A_2 = [-2, \frac{9-2}{2}] = [-2, 3.5]$

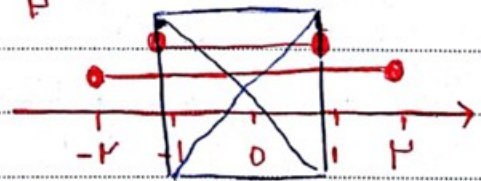
$A_3 = [-3, \frac{9-3}{2}] = [-3, 3]$

$A_4 = [-4, \frac{9-4}{2}] = [-4, 2.5]$

$\Rightarrow [-1, 1]$

$\Rightarrow [-2, 2]$

$[-2, -1] \cup [1, 2]$



1 - قلمچی: کدام یک از اعداد زیر متعلق به مجموعه؟  
 $(-\infty, 3) \cap [2, 5)$

@Riazi\_Mahmoodi

7 - قلمچی: اگر  $A = \{x \in \mathbb{R}, x > 1\}$  و  $B = \{x \in \mathbb{R}, x \leq 4\}$  ~~مجموعه~~  
 آن‌ها مجموعه  $(A-B) \cup (B-A)$  برابر کدام گزینه است؟

10  $\checkmark$  1-  $\mathbb{R} - (1, 4]$     2-  $\mathbb{R} - [1, 4)$     3-  $\mathbb{R} - [1, 4]$     4-  $\mathbb{R} - (1, 4)$

12 - کدام مجموعه زیر، نمایانگر  $\mathbb{R} - (-2, 1]$  است؟

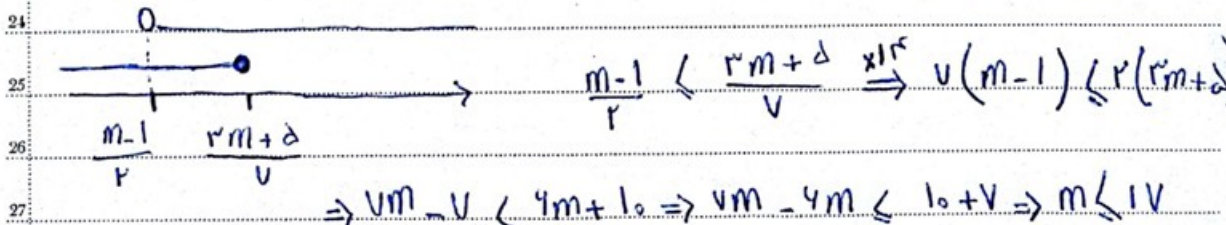
11 1)  $\{x \in \mathbb{R} \mid x < -2, x > 1\}$       2)  $\{x \in \mathbb{R} \mid x < -2, x > 1\}$

16 3)  $\{x \in \mathbb{R} \mid x < -2 \text{ یا } x > 1\}$       4)  $\{x \in \mathbb{R} \mid x < -2 \text{ یا } x > 1\}$



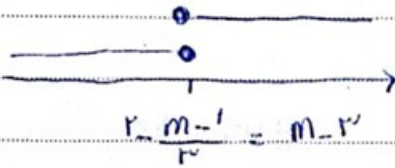
21 - گنج: اگر  $\left[ -\infty, \frac{3m+d}{v} \right] \cup \left( \frac{m-1}{r}, +\infty \right) = \mathbb{R}$  است؟

23 1)  $m=1$       2)  $m \geq 14$       3)  $m > 14$       4)  $m \leq 14$



1 - نشر اللمة:  $\mathbb{R} \cap \left[ \frac{m-1}{3}, 2 \right) \cup (-\infty, 2)$  متبوعه تا  
 2 - عضون بائند، مقدار  $m$  کدام است؟

- 1)  $\mathbb{R}$       2)  $\mathbb{R}^+$       3)  $\frac{\mathbb{R}}{2}$       4)  $\mathbb{R}^-$



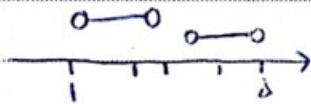
$$\Rightarrow 4 - (m-1) = 2m - 9 \Rightarrow 4 - m + 1 = 2m - 9$$

$$\Rightarrow 2m - 9 = -m - 2m = -9 - 7 \Rightarrow$$

$$-5m = -14 \Rightarrow m = \frac{-14}{-5} = \boxed{m=3}$$

10 - نشر اللمة:  $\mathbb{R} \cap (2 - a^2) \cap (1 + a^2) = \emptyset$  متعلق به کدام بازه است؟

- 1)  $(-\infty, 1]$       2)  $[1, +\infty)$       3)  $(-1, 1)$       4)  $[1, 0]$



$$\Rightarrow 2 + a^2 < 2 - a^2 \Rightarrow a^2 + a^2 < 2 - 2 \Rightarrow$$

$$2a^2 < 2 \Rightarrow a^2 < 1 \Rightarrow -1 < a < 1$$

@Riazi\_Mahmoodi

مجموعه، اللغو و دنباله «فصل اول»

مجموعه: هر دسته‌ای مشخص شده از اشیاء را یا یک مجموعه و آن اشیاء را اعضای آن مجموعه می‌نامند.

مجموعه‌ی تهی: مجموعه‌ای که هیچ عضوی نداشته باشد، مجموعه تهی می‌نامند و آن را با نماد  $\emptyset$  نشان می‌دهند.

دو مجموعه‌ی مساوی: اگر هر عضو مجموعه A عضوی از مجموعه B و هر عضوی از مجموعه B عضوی از مجموعه A باشد می‌گویند  $A = B$ .

زیرمجموعه: اگر A و B دو مجموعه باشند به طوری که هر عضو A عضو B باشد می‌گویند A زیرمجموعه B است.

تلقا: مجموعه تهی زیرمجموعه‌ی هر مجموعه‌ای است.  
تلقا: هر مجموعه زیرمجموعه‌ی خودش است.

نمایش مجموعه: مجموعه‌ها را با سازه‌ها، روش می‌توان نمایش داد:

- ۱- روش اعضای آن
- ۲- نمودار ورنج
- ۳- نماد ریاضی

مجموعه‌های ریاضی مهم:

- ۱- مجموعه اعداد طبیعی  $N = \{1, 2, 3, \dots\}$
- ۲- مجموعه اعداد صحیح  $W = \{\dots, -1, 0, 1, 2, \dots\}$
- ۳- مجموعه اعداد صحیح  $Z = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$
- ۴- مجموعه اعداد گویا  $Q = \{\frac{a}{b} | a \in Z, b \in N\}$
- ۵- مجموعه اعداد کمال  $Q' = \{x | x \notin Q\}$
- ۶- مجموعه اعداد حقیقی  $R = Q \cup Q'$



نکته: هر عدد عشاری که تعداد ارقام عشار آن بی شمار باشد و متناوب نباشد  $\mathbb{Q}$  است.  
 نکته: رابطه این مجموعه با صورت زیر است  $\mathbb{N} \subset \mathbb{W} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$

**مثال:**

میتوانیم کدام مجموعه زیر تهی است؟

$B = \{x | x \in \mathbb{N}, x - 1 \in \mathbb{N}\}$  (۲)       $A = \{x | x \in \mathbb{R}, x^2 \leq 0\}$  (۱)

$D = \{x | x \in \mathbb{Z}, \sqrt{x} \in \mathbb{N}\}$  (۴)       $C = \{x | x \in \mathbb{R}, \frac{x}{\pi} \notin \mathbb{R}\}$  (۳) ✓

مسابقات ریاضی بلژیک: مجموعه  $E = \{1, 2, \dots, \{1, 2\}\}$  مفروض است. کدام یک از گزاره‌های زیر نادرست است؟

$\{1\} \in E$  - ۴ ✓       $\emptyset \in E$  - ۳       $\{1, 2\} \in E$  - ۲       $\{1, 2\} \subseteq E$  - ۱

کدام چین: کدام مجموعه زیر تهی نیست؟

$\mathbb{Z} \cap (\mathbb{R} - \mathbb{Q})$  - ۴       $\mathbb{N} \cap (\mathbb{Q} - \mathbb{Z})$  - ۳       $\mathbb{N} \cap (\mathbb{Z} - \mathbb{W})$  - ۲       $\mathbb{W} \cap (\mathbb{Z} - \mathbb{N})$  - ۱ ✓

توجه: با ازای کدام مجموعه A و مجموعه‌های B هیچ عضوی ندارد  $B = \{x | x^2 < 1, x \in A\}$

$\mathbb{Z} - \mathbb{W}$  - ۳ ✓       $\mathbb{Q} - \mathbb{Z}$  - ۲       $\mathbb{W} - \mathbb{N}$  - ۱      ۱-۴ داد صیح زوج

تعدادی ۹۴:  $A = \{1, 2, \dots, \{1, 2, 3\}\}$  و  $B = \{1, 2, 3, \dots, \{1, 2\}\}$  و  $C = \{1, 2, 3\}$

باشد و کدام رابطه درست است؟

$A - B = C$  - ۱       $B - C = \emptyset$  - ۲       $B - C = \{1, 2\}$  - ۳       $A - B = \{C\}$  - ۴ ✓

Arman

سراسری ۸۹: اگر  $A = \{a, b, \{a\}, \{a, b\}\}$  و  $B = \{a, b\}$  باشد مجموعه  $A - \{B\}$  چند زیر مجموعه‌ی غیر تهی دارد؟

۱-۳      ۳۱-۳      ۷-۲ ✓      ۳-۱

$$A - \{B\} \Rightarrow \{a, b, \{a\}, \{a, b\}\} - \{\{a, b\}\} =$$

$$2^4 - 1 = 2^3 = 8 - 1 = 7$$

۲: اجتماع دو مجموعه:

مجموعه تمام اعضای  $A$  و  $B$  است که  $A \cup B$  (با هم دو آنها) تعلق دارد.



@Riazi\_Mahmoodi

قوانین اجتماع:

1  $A \cup B = B \cup A$

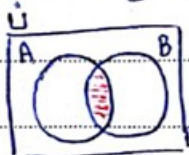
2  $A \subseteq B \Rightarrow A \cup B = B$

3  $A \cup \emptyset = A$

4  $\left\{ \begin{array}{l} A \subseteq A \cup B \\ B \subseteq A \cup B \end{array} \right.$

اشتراک دو مجموعه:

مجموعه‌ای تمام اعضای  $A$  و  $B$  که با هم  $A$  و  $B$  تعلق داشته باشند.



Arman

تفاضل اشتراک:

1  $A \cap B = B \cap A$

2  $A \subseteq B \Rightarrow A \cap B = A$

3  $A \cap \phi = \phi$

4  $\left\{ \begin{array}{l} A \cap B \subseteq A \\ A \cap B \subseteq B \end{array} \right.$

دو مجموعه‌ای جدا از هم:

دو مجموعه  $A$  و  $B$  آنکه  $A \cap B = \phi$  می‌گویند آن دو جدا از هم هستند.

قوانین ترتیب اجتماع و اشتراک

1  $A \cap B \subseteq A \cup B$

2  $\left\{ \begin{array}{l} A \cap (A \cap B) = A \\ A \cap (A \cup B) = A \end{array} \right.$

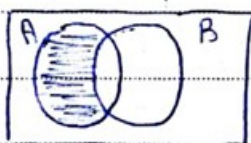
3  $\left\{ \begin{array}{l} A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C) \\ A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C) \\ A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C \\ (A \cup C) \cup B \end{array} \right.$

4

@Riazi\_Mahmoodi

تفاضل دو مجموعه

تفاضل دو مجموعه  $B$  از  $A$  مجموعه‌ای تمام اعضای  $A$  است که با  $A$  تعلق دارند ولی با  $B$  تعلق ندارد.



قوانین تفاسیل:

1.  $A \setminus B \neq B \setminus A$

2. 
$$\begin{cases} A \setminus A = \emptyset \\ A \setminus \emptyset = A \\ \emptyset \setminus A = \emptyset \end{cases}$$

4.  $A \setminus B \subseteq A$

5.  $A \subseteq B \Leftrightarrow A \setminus B = \emptyset$

3.  $A \setminus B = A \setminus (A \cap B)$

مورد خاص:  $A = B \Leftrightarrow A \setminus B = B \setminus A = \emptyset$

مثال:

تکلیف: اگر  $A \cup B \subseteq \emptyset$  آنرا کدام تقریباً صحیح درستی است؟

1-  $A = \emptyset \wedge B = \emptyset$       2-  $A = \emptyset \wedge B \neq \emptyset$

3-  $A = \emptyset \wedge B = \emptyset$       4-  $A \neq \emptyset \wedge B = \emptyset$  ✓

تکلیف: اگر زیرمجموعه‌ای B باشد، آنرا کدام تقریباً صحیح درستی است؟  $(A \subseteq B)$ 

1-  $(A \cup B) \cup B = A$       2-  $(A \cap B) \cup A = A$  ✓

1-  $(A \cup B) \cap A = B$       2-  $(A \cup B) \cap B = A$  ✓

کتاب: اگر  $A$  و  $B$  دو مجموعه‌ی غیر تهی و  $A \cup B \subseteq B$  آنگاه کدام گزاره درست است؟

- ۱-  $B \subseteq A$
- ۲-  $A \cap B = \emptyset$
- ۳-  $A \cap B = B$
- ۴-  $A \cap B = A$  ✓

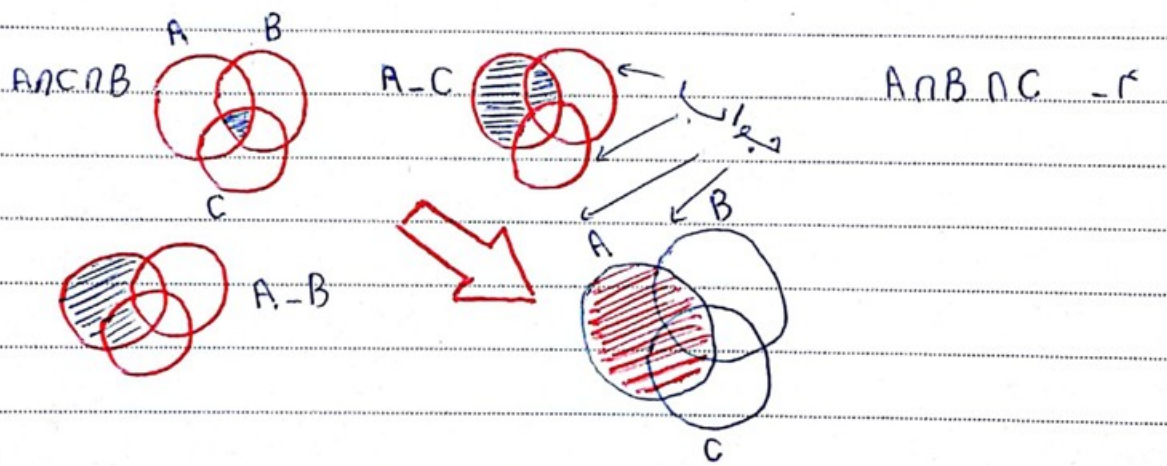
کتاب: اگر  $A \subseteq B$  باشد، حاصل مجموعه  $(A-B) \cap (A-C)$  کدام است؟

- ۱-  $C$
- ۲-  $A$
- ۳-  $B$
- ۴-  $\emptyset$  ✓

$A \subseteq B \Rightarrow A - B = \emptyset \Rightarrow (A - B) \cap (A - C) = \emptyset$

مبتکران: مجموعه  $(A \cap C \cap B) \cup (A - B)$  برابر است با:  $\cup (A - C)$

- ۱-  $A - (B \cap C)$
- ۲-  $A - (B \cup C)$
- ۳-  $A$  ✓



مبتکران: اگر  $\{2, 7, 4\} = \{9, x, 2, 4\} \cap \{7, 6, 2, y\}$  باشد، آنگاه  $x+y$  کدام است؟

- ۱-  $13$  ✓
- ۲-  $19$
- ۳-  $18$
- ۴-  $17$

$y=4$  و  $x=7 \Rightarrow 4+7=13$

قبلی بسز: اگر  $A \cap B = \emptyset$  و  $A \cap C = \emptyset$  آنگاه کدام نتیجه گیری درست است؟

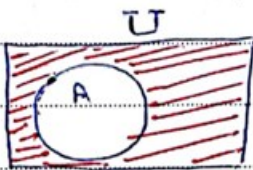
1-  $B \cap C = \emptyset$       2-  $B \cap C \neq \emptyset$       3-  $A \cap (B \cup C) = \emptyset$  ✓

4-  $A \cap (B \cap C) \neq \emptyset$

3

مجموعه‌ای مربع، مجموعه‌ای که همای مجموعه‌های مورد بحث؛ بر مجموعه آن باشند، مجموعه‌ای دایره‌ای یا مربع می‌نامیم و آن را با  $U$  یا  $M$  نشان می‌دهیم.

مجموعه‌ای متمم: اگر  $U$  مجموعه‌ای مربع باشد و  $A \subseteq U$  باشد آنگاه مجموعه‌ای  $A - U$  را متمم مجموعه‌ای  $A$  می‌نامیم و آن را با  $A'$  نشان می‌دهیم.



قوانین مجموعه مربع یا متمم

1  $(A')' = A$

4  $A \subseteq B \Rightarrow B' \subseteq A'$

2 
$$\begin{cases} U' = \emptyset \\ \emptyset' = U \end{cases}$$

5  $A - B = A \cap B'$

3 
$$\begin{cases} A \cup A' = U \\ A \cap A' = \emptyset \end{cases}$$

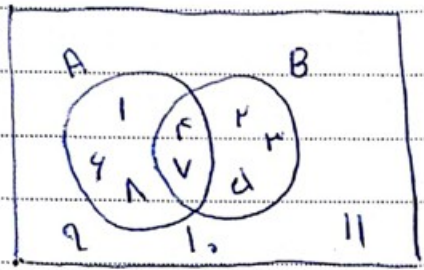
6 
$$\begin{cases} (A \cup B)' = A' \cap B' \\ (A \cap B)' = A' \cup B' \end{cases}$$

1 - مستطابق: اگر مجموعه مرجع اعداد صحیح باشد  $B = \{1, 2, 3, 4\}$  و  $A = \{0, 1, 2\}$

2 - آنگاه  $(A \cup B)$  کدام مجموعه درست است؟

- 1 -  $\{1, 2\}$  ✓
- 2 -  $\{2, 3, 4\}$
- 3 -  $\{3, 4, 5\}$
- 4 -  $\{4, 5\}$

6 - مستطابق: با توجه به نمودار، هر بار دو مجموعه  $A - B'$  کدام است؟



- 1 -  $\{2, 5, 6\}$
- 2 ✓ -  $\{2, 5, 7\}$
- 3 -  $\{1, 4, 9\}$
- 4 -  $\{1, 5, 6, 11\}$

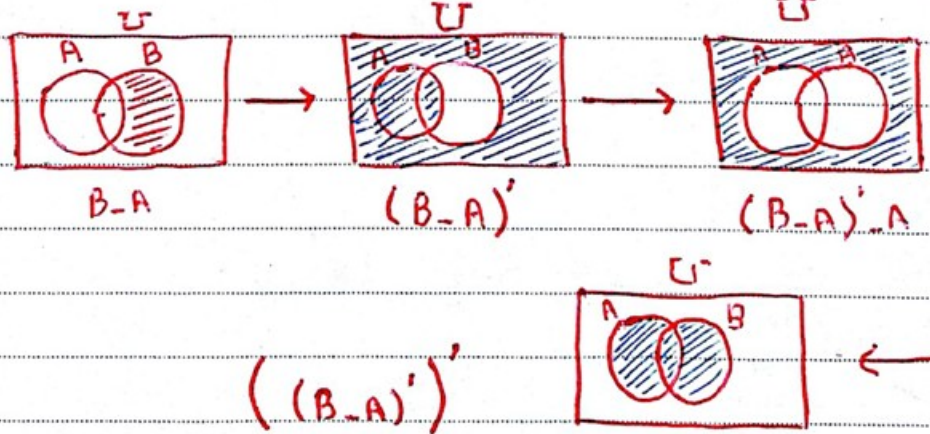
12 - مستطابق: اگر  $A$  و  $B$  دو مجموعه‌ای ناتمام باشند و  $A - B = B - A$  باشد

13 - آنگاه کدام درست است؟

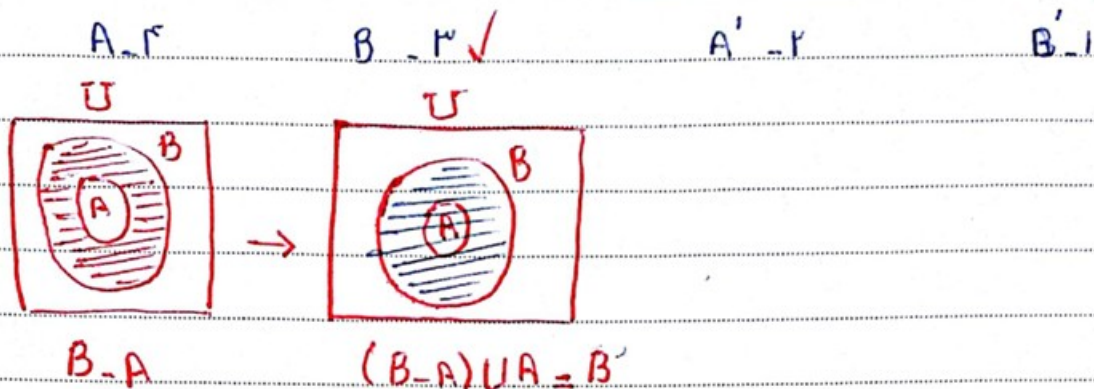
- 1 ✓ -  $A = B$
- 2 -  $A = B'$
- 3 -  $A \subseteq B'$
- 4 -  $B \subseteq A$

17 - کنترل: متمم مجموعه  $(B - A) - A$  نسبت به مجموعه جهانی کدام است؟

- 1 ✓ -  $A \cup B$
- 2 -  $A \cap B$
- 3 -  $A$
- 4 -  $B$



سؤال: می‌دانیم  $A \subseteq B$  است حاصل  $(B-A) \cup A$  برابر کدام گزینه است؟



سؤال: اگر  $T \subseteq A \cap B$  و  $T \subseteq A' \cup B'$  باشد الزاماً

$A = B = \emptyset$  - ۴       $T \subseteq A, B - ۳$        $T \subseteq A \subseteq B - ۲$        $T = \emptyset - ۱ \checkmark$

از آنجا که  $T$  هم زیر مجموعه‌ای  $(A \cap B)$  و هم زیر مجموعه‌ای  $(A \cap B)'$  است و هیچ اشتراکی ندارد.

$A' \cup B' = (A \cap B)'$

$T \subseteq (A \cap B)$

$T \subseteq (A \cap B)'$

سؤال: اگر  $(B-A) \subseteq (B-A)'$  باشد آنگاه  $A' \cap B'$  کدام است؟

$B' - ۴$        $A' - ۳ \checkmark$        $U - ۲$        $\emptyset - ۱$

توجه: متمم مجموعه‌ای  $(A \cap B)'$  [  $A - (A \cap B)$  ] کدام است؟

$\emptyset - ۴ \checkmark$        $A' \cup B' - ۳$        $B' - ۲$        $U - ۱$



1 مجموعه‌ای متناهی: مجموعه‌ای که تعداد اعضای آن یک عدد حسابی است.  
2 مجموعه‌ای نامتناهی (ناپایان) است.  
3

4 مجموعه نامتناهی: مجموعه‌ای که نمی‌توان تعداد اعضای آن را با یک عدد حسابی  
5 بیان کرد، مجموعه‌ای نامتناهی (بی‌پایان) می‌نامیم.  
6

7 کدام مجموعه متناهی است؟

8  
9  $Z - N$  - 1  $R - W$  - 2  $Q - Z$  - 3  $Z - R$  - 4 ✓

10  
11 می‌دانیم  $A$  نامتناهی و  $B$  متناهی است، کدام مجموعه متناهی است؟

12  
13  $R - A$  - 1  $A \cap B$  - 2  $A - B$  - 3 ✓  $R - A$  - 4

14  
15 فرض کنیم  $B \subseteq A$  باشد، آنگاه کدام نیز نادرست است؟

16  
17 ۱- اگر  $A$  متناهی باشد، لزوماً  $B$  نیز متناهی است

18 ۲- اگر  $A$  نامتناهی باشد، لزوماً  $B$  نیز نامتناهی است

19 ۳- اگر  $B$  نامتناهی باشد، لزوماً  $A$  نیز متناهی است ✓

20 ۴- اگر  $B$  متناهی باشد، مجموعه  $A$  می‌تواند متناهی و نامتناهی باشد

21  
22  
23  
24 @Riazi\_Mahmoodi

25  
26  
27 Arman

تعداد اعضای مجموعه:

$$1 \quad n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$2 \quad n(A \cap B') = n(A - B) = n(A) - n(A \cap B)$$

$$3 \quad n(A') = n(U) - n(A)$$

$$4 \quad n(A' \cap B') = n((A \cup B)') = n(U) - n(A \cup B)$$

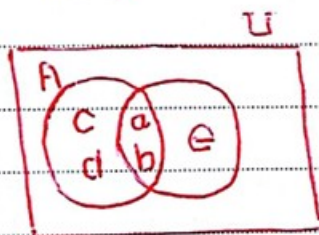
تفسیر: مجموعه  $A \cup B$  دارای ۵ عضو،  $A \cap B$  دارای ۲ عضو و  $A - B$  نیز دارای ۳ عضو است. مجموعه  $B - A$  چند عضو دارد؟

۱-۴ ✓

۲-۳

۳-۲

۴-۱



$$A \cup B = 5 \text{ عضو}$$

$$A - B = 3 \text{ عضو}$$

$$B - A = ?$$

تفسیر: از ۵ دانش آموزان یک دبیرستان ۳ نفر در کلاس ادبیات و ۳ نفر در کلاس عربی و ۳ نفر در کلاس شرکت نمودند. چند نفر در هیچ یک از دو کلاس شرکت نکرده اند؟

$$31 - 23 = 8$$

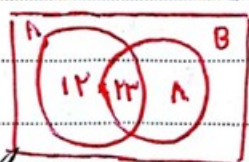
$$31 - 23 = 8$$

U      ۱-۴ ✓

۷-۳

۲-۲

۵-۱



$$A = 12$$

$$B = 8$$

$$12 + 8 + 3 = 23$$

$$51 - 23 = 28$$

Arman

1- قلمچی: اگر  $A$  و  $B$  دو زیرمجموعه از مجموعه مرجع  $U$  و  $n(A) = 14$  و  $n(A') = 19$  و  $n(B) = 14$  باشند، آنگاه  $n(B')$  کدام است؟

۷-۴

۹-۳

۸-۲

۱۲-۱ ✓

$$n(A') = n(U) - n(A) \Rightarrow 19 = n(U) - 14 \Rightarrow n(U) = 33$$

$$n(B') = n(U) - n(B) = 33 - 14 = 19$$

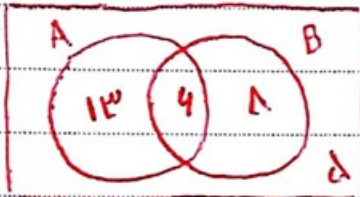
8- در یک کلاس درس ۱۹ نفر با تاریخ و ۱۴ نفر با جغرافی علاقه‌مند و ۹ نفر به هر دو درس و ۱ نفر به هیچ کدام از این دو درس علاقه‌ای ندارند این کلاس چند دانش‌آموز دارد؟

۳۸-۴

۲۷-۳

۳۲-۲ ✓

۳۰-۱



$$n(U) = 13 + 4 + 9 + 5 = 31$$

18- قلمچی: اگر  $A$  و  $B$  دو مجموعه‌ی جدا از هم باشند، بطوریکه مجموعه  $A - B$  و  $B - A$  عضو مجموعه  $A \cup B$ ، ۱۰ عضو داشته باشند، آنگاه مجموعه  $A$  چند عضو دارند؟

۵-۴

۲-۳

۳-۲ ✓

۴-۱

23- قلمچی: اگر  $A$  و  $B$  دو مجموعه و  $n(A - B) = 12$ ،  $n(B - A) = 15$  و  $n(A \cup B) = 31$  باشند، آنگاه  $n(A)$  کدام است؟

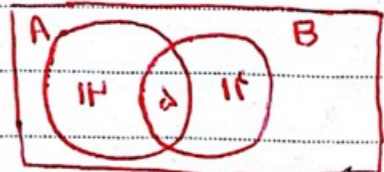
۲۳-۴

۲۱-۳

۱۹-۲

۱۷-۱

$$n(A) = (12 + 5) = 17$$



الگوی یک سافت، منظم از اشکال، تصاویر، صداها، نمادها، وقایع و یا اعداد است که ممکن است تکرار شوند یا رشد کنند و یا ترتیبی از این دو باشند.

الگوی قطری: اگر جمله  $n$ امی یک الگوی صریح  $t_n = an + b$  آن الگو را قطری می‌نامیم.

در الگوهای قطری اختلاف هر دو جمله متوالی ثابت و برابر با  $a$  است.

$$t_n = 2n + 2$$

$$n=1 \Rightarrow t_1 = 2(1) + 2 = 4$$

$$n=2 \Rightarrow t_2 = 2(2) + 2 = 6 \quad \Rightarrow \quad \underbrace{4}_{a=2} \quad \underbrace{6}_{2} \quad \underbrace{8}_{2} \quad \dots \quad \underbrace{12}_{2}$$

$$n=3 \Rightarrow t_3 = 2(3) + 2 = 8$$

$$n=4 \Rightarrow t_4 = 2(4) + 2 = 10$$

$$n=5 \Rightarrow t_5 = 2(5) + 2 = 12$$

قلمچی: در شکل مقابل تعداد نقاطها در طرح هفتم کدام است؟



شماره جمله	1	2	3	4
تعداد نقاط	4	6	8	10

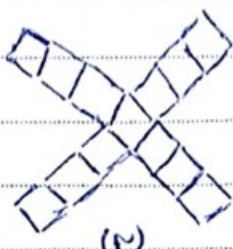
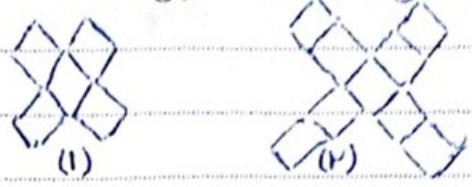
$$\Rightarrow t_n = an + b \Rightarrow t_n = 2n + b$$

$$\xrightarrow[n=1]{t_n=4} \quad 4 = 2(1) + b \Rightarrow b = 2 \Rightarrow t_n = 2n + 2$$

$$t_7 = 2(7) + 2 = 16 \Rightarrow t_7 = 16$$

قدم می‌نمایم سافتم صرف  $\alpha$  المون زاير را داريم، با توجه به اين المون  
 دهمين شکل، داران چند مربع است؟

- ۱) ۲۹
- ۲) ۳۵
- ۳) ۴۱
- ۴) ۴۴



@Riazi\_Mahmoodi

شماره پنجم	۱	۲	۳
تعداد نقاط	۵	۹	۱۳

$$\Rightarrow z_n = an + b$$

$$z_n = 4n + b \xrightarrow[n=1]{z_n=5} 5 = 4(1) + b \Rightarrow b = 1$$

$$z_n = 4n + 1 \Rightarrow z_{10} = 4(10) + 1 = 41 \Rightarrow z_{10} = 41$$

نتیجه: در یک المون قطبی، جهات سوم و هفتم به ترتیب ۷ و ۱۵ است. معلوم  
 بیستم کدام است؟

- ۱) ۳۵
- ۲) ۴۱
- ۳) ۴۲
- ۴) ۴۳

$$z_{10} = 7 \Rightarrow a(10) + b = 7 \Rightarrow 10a + b = 7$$

$$z_{15} = 15 \Rightarrow a(15) + b = 15 \Rightarrow 15a + b = 15$$

$$\begin{cases} 10a + b = 7 \\ 15a + b = 15 \end{cases}$$

$$\xrightarrow{a=2} \begin{cases} 20 + b = 7 \\ 30 + b = 15 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} z_{10} = 2(10) + 1 \Rightarrow \\ z_{10} = 21 \end{cases}$$

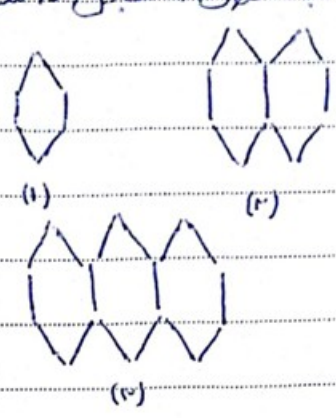
$$\Rightarrow b = -1$$

$$\begin{cases} 10a + b = 7 \\ -15a - b = -15 \end{cases}$$

$$\xrightarrow{-5a = -8} a = 2$$

تاج: با توجه به الگوی مقابل در شکل دوازدهم چند پاره خط وجود دارد ؟

- ۱) ۴۶
- ۲) ۴۱
- ۳) ۴۰
- ۴) ۴۵



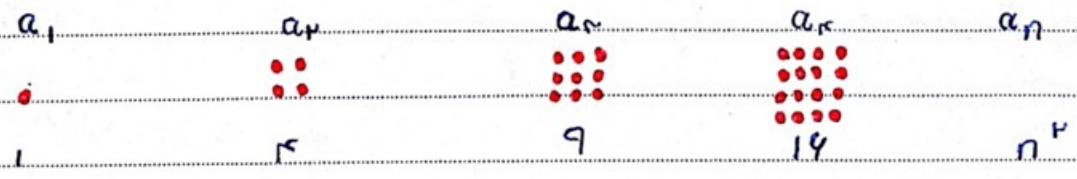
شماره جمله	۱	۲	۳
تعداد خط	۴	۱۱	۱۴
	d		d

$$t_n = an + b \Rightarrow t_n = \Delta n + b \xrightarrow[n=1]{t_n=4} 4 = \Delta(1) + b \Rightarrow b = 1 \Rightarrow t_n = \Delta n + 1$$

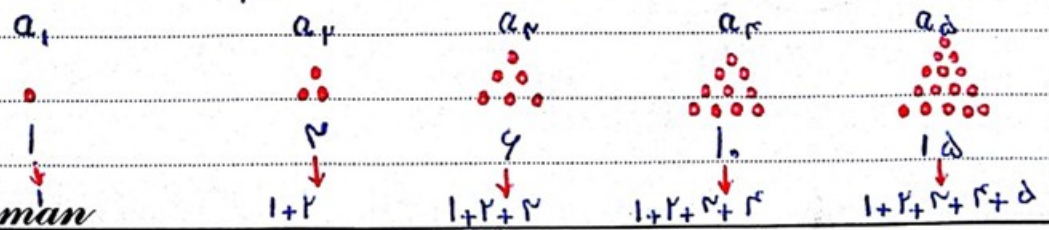
$$t_{12} = \Delta(12) + 1 \Rightarrow t_{12} = 41$$

الگوهای غیر خطی: الگوهای عدد دارند که فیل نیستند یعنی اختلاف هر دو جمله متوالی آن ها مقدار ثابتی نیست. معروف ترین این الگوها الگوهای مربعی مثلثی و الگوهای درجا دوم هستند.

الگوهای مربعی: الویی است که اجزای آن توان درج اول طبیعی هستند و جمله عمومی آن ها به صورت  $a_n = n^2$  می باشد.



الگوی مثلثی: جمله عمومی این الگو به شکل  $a_n = \frac{n(n+1)}{2}$  می باشد.



نکته: جمله عمومی الگوی مثلثی برابر با مجموع اعداد طبیعی ا تا n است.

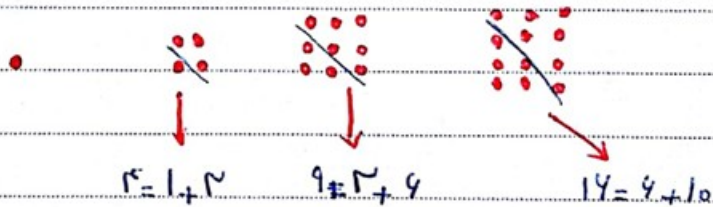
$$1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$$

مثال: جمله هفتم یک دنباله مثلثی چند نقطه دارد؟

$$a_{17} = \frac{17 \times 18}{2} = 153$$

نکته: اگر الگوی مثلثی  $\{a_n\}$  و الگوی مربعی  $\{b_n\}$  نمایش دهیم، داریم:

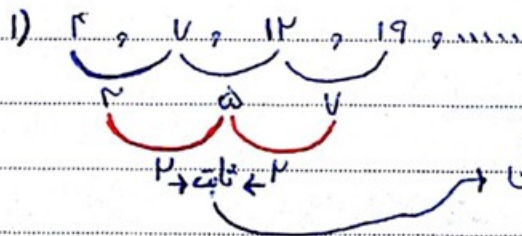
$$\begin{cases} b_1 = a_1 = 1 \\ b_n = a_n + a_{n+1} \quad (n \geq 2) \end{cases}$$



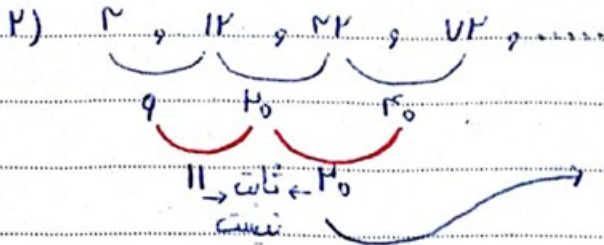
$$3 = 1 + 2 \quad 6 = 2 + 4 \quad 10 = 4 + 6$$

$$b_n = a_1 + a_2 \quad b_n = a_2 + a_3 \quad b_n = a_3 + a_4$$

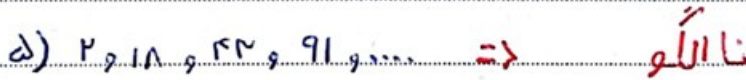
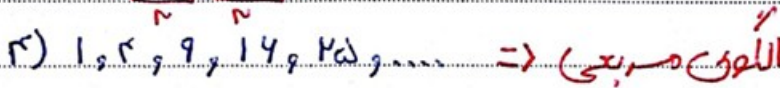
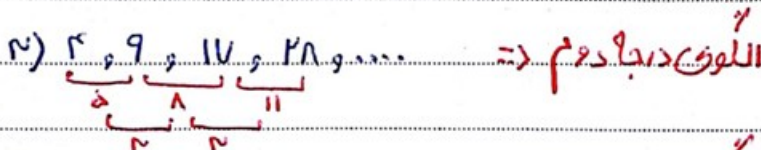
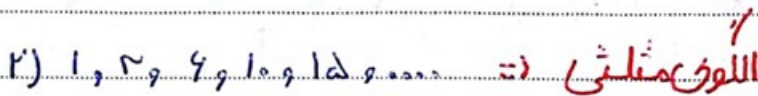
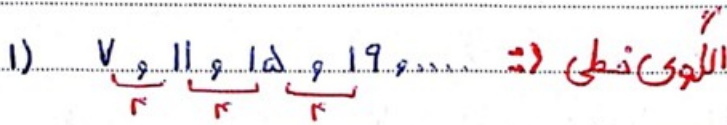
الگو درجه دوم: الگوی هابی که جمله عمومی آن به شکل  $t_n = an^2 + bn + c$  باشد را، الگوی درجه دوم می نامند در هر الگو درجه دوم اختلاف جمله متوالی تشکیل یک الگو خطی با ضریب ثابت  $2a$  می دهند. ( $A \neq 0$ )



الگوی درجه دوم  $\Rightarrow$  الگوی خطی



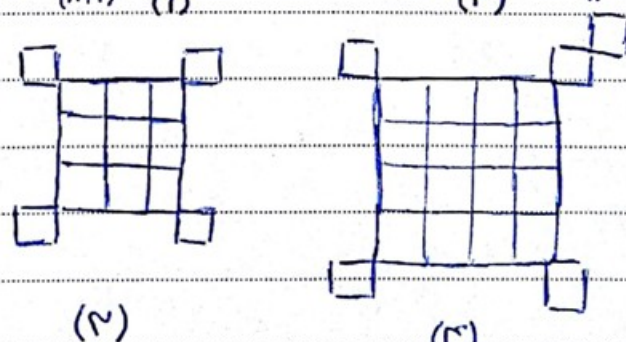
مثال: نوع الگوهای زیر، امتحان کنید؟



قلمچی: در الگو مقابل، شکل شماره ۹ چند مربع کوچک دارد؟

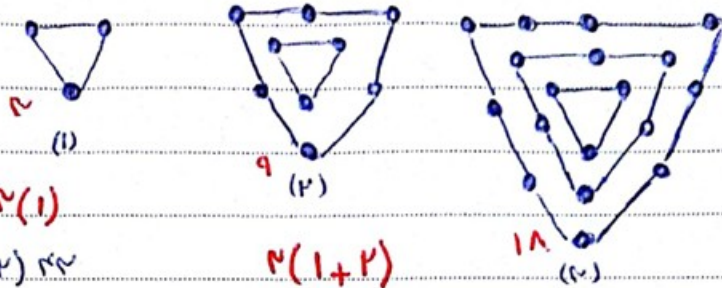


$a_n = n^2 + (n+1)$   
 $a_9 = 9^2 + (9+1)$   
 $\Rightarrow a_9 = 81 + 10 \Rightarrow 91$





قلمچی: باتوجه به الگوی زیر و شکل ششم از چند نقطه تشکیل شده است.



$n$   
 (1)  
 $n(1)$   
 1) ۳  
 ۲) ۶  
 $n$   
 (۲)  
 $n(1+n)$   
 ۱) ۶  
 ۲) ۱۵  
 $n$   
 (۳)  
 $n(1+2+n) \Rightarrow$   
 ۱) ۱۰  
 ۲) ۲۱  
 ۳) ۳۶

$$(1, 2, 3, \dots, n) = n \times (n+1)$$

$$a_n = \frac{n \times (n+1)}{2} \Rightarrow a_4 = \frac{4 \times 7}{2} = 14$$

دمباله: هر تعداد عدد که پشت سر هم قرار می‌گیرند، ایک دمباله می‌نامند. این اعداد، جمله‌ها نامیده می‌شوند. دمباله‌ها، با شکل  $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$  نمایش می‌دهند. در آن  $a_1$  جمله اول،  $a_2$  جمله دوم و با همین ترتیب  $a_n$  جمله  $n$  یا جمله عمومی می‌شود.

مثال: مجموع جمله‌های اول، سوم و پنجم دنباله با جمله عمومی  $a_n = n^2 + 1$  کدام است؟

۱) ۳۵      ۲) ۳۶  
 ۳) ۳۷      ۴) ۳۸  
 $a_1 = 1^2 + 1 = 2$   
 $a_3 = 3^2 + 1 = 10$   
 $a_5 = 5^2 + 1 = 26$

$$a_1 + a_3 + a_5 = 2 + 10 + 26 = 38$$

قلمچی: جمله عمومی دنباله این به صورت  $a_n = bn^2 + cn$  است. اگر جمله اول و دوم این دنباله به ترتیب برابر ۳ و ۸ باشند، جمله دهم آن کدام است؟

۱) ۴      ۲) ۸۰       $a_1 = 3 \Rightarrow b(1)^2 + c(1) = 3 \Rightarrow b + c = 3$

۳) ۱۲      ۴) ۱۴۰       $a_2 = 8 \Rightarrow b(2)^2 + c(2) = 8 \Rightarrow 4b + 2c = 8$

$$x(-2) \begin{cases} b+c=3 \\ 4b+2c=8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -2b-2c=-4 \\ 4b+2c=8 \end{cases} \Rightarrow 2b=2 \Rightarrow b=1$$

$b+c=3 \Rightarrow c=2 \Rightarrow a_n = n^2 + 2n \Rightarrow a_{10} = 10^2 + 2(10) = 120$

$1+c=3$

قلمچی: اگر جمله عمومی یک دنباله به صورت  $a_n = 2(-2)^{n+1}$  باشد، جمله پنجم این دنباله برابر ۱۲۸ است.

۱) هفتم      ۲) پنجم       $2(-2)^{n+1} = 128$

۳) چهارم      ۴) هشتم       $\Rightarrow (-2)^{n+1} = \frac{128}{2} = 64$

$\Rightarrow (-2)^{n+1} = (-2)^4 \Rightarrow n+1=4 \Rightarrow n=3$

قلمچی: چند جمله از دنباله  $a_n = 2n - 13$  منفی است؟

$a_n < 0 \Rightarrow 2n - 13 < 0 \Rightarrow$

$2n < 13 \Rightarrow n < \frac{13}{2} \Rightarrow n < 6.5$

$\Rightarrow$  چهار جمله اول منفی

۱) سه جمله      ۲) چهار جمله

۳) دو جمله      ۴) بی‌شمار

1 قلمچی: اگر چند جمله‌ی اول یک دنباله به صورت  $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \dots$  باشد جمله‌ی عمومی آن به کدام صورت است؟

1)  $a_n = \frac{2n-1}{n}$       2)  $a_n = \frac{2n+1}{n}$

3)  $a_n = \frac{2n+1}{2n}$       4)  $a_n = \frac{2n-1}{2n}$

گاج: اگر جمله  $(3n-2)$  ام یک دنباله به صورت  $\frac{2\sqrt{n+d}}{n^2+2}$  باشد جمله‌ی نخستین این دنباله کدام است؟

1)  $\frac{\sqrt{n}}{12}$       2)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$

$a_{3n-2} = \frac{2\sqrt{n+d}}{n^2+2}$

3)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$       4)  $\frac{\sqrt{2}}{12}$

$3n-2=1 \Rightarrow 3n=3 \Rightarrow n=1$

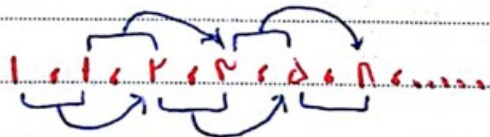
$n=1 \Rightarrow a_1 \Rightarrow \frac{2\sqrt{1+d}}{1^2+2} = \frac{2\sqrt{1}}{12} \Rightarrow$

$\frac{2\sqrt{1}}{12} \Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2}$

گاج: جمله‌ی نهم دنباله  $1, 1, 2, 3, 5, 8, \dots$  کدام است؟

1) 21      2) 34

3) 25      4) 55



$\Rightarrow T_n = T_{n-1} + T_{n-2}$

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55

سراسری ۹۵: در یک دنباله اعداد  $a_1 = 1$  برای  $n > 2$  داریم  $a_n = 2a_{n-1} + 1$   
 جمله هفتم این دنباله کدام است؟

1) ۱۲۷

۲) ۱۵۹

$n=2 \Rightarrow a_2 = 2a_1 + 1$

۳) ۲۳۷

✓ ۴) ۲۵۵

$n=3 \Rightarrow a_3 = 2a_2 + 1$

هر جمله از حاصل ضرب جمله قبلی در عدد ۲ و ۱ علاوه می شود.  
 یک سافت می شود.

۱، ۳، ۷، ۱۵، ۳۱، ۶۳، ۱۲۷، ۲۵۵

مبتکران: با فرض  $a_n = \frac{kn+v}{pn-d}$  و  $b_n = \frac{kn+d}{n-r}$  از ای کدام  $K$  تساوی  $a_k = b_k$  برقرار است؟

۱) ۸

۲) ۹

$a_k = \frac{kn+v}{kn-d}$

$b_k = \frac{kn+d}{k-r}$

۳) ۱۰

✓ ۴) ۱۱

$a_k = b_k \Rightarrow \frac{kn+v}{kn-d} = \frac{kn+d}{k-r} \Rightarrow$

$(kn-d)(kn+d) = (k-r)(kn+v) \Rightarrow$

$kn^2 - 2d = kn^2 + vk - nk - r^2 \Rightarrow$

$-2d + r^2 = vk - nk - r^2 \Rightarrow$

$-11 = -k \Rightarrow k = 11$

@Riazi\_Mahmoodi

مبتکران: جمله  $(2n-1)$  ام یک دنباله بر حسب  $n$  برابر است با  $\frac{kn^r+1}{pn+1}$  جمله عمومی  $a_n$  کدام است؟

✓ ۱)  $\frac{n^r + 2n + 2}{n+2}$

۲)  $\frac{n^r - 1}{n-2}$

$a_{2n-1} = \frac{kn^r+1}{pn+1} \Rightarrow$

$(2n-1)^r + 2(2n-1) + 2 \Rightarrow$

$(2n-1) + 2$

۳)  $\frac{kn^r - 1}{pn-1}$

۴)  $\frac{n^r - 2n + 2}{n-2}$

$a_n = \frac{n^r + 2n + 2}{n+2}$

تکلم در دنباله اعداد  $a_1 = 1$  و  $a_{n+1} = a_n + 2n + 1$  ، جمله بیست و دوم کدام

است ؟  $n=1 \Rightarrow a_2 = a_1 + 2(1) + 1 = 4$

۱) ۴۸۴      ۲) ۵۱۷       $1 + 2 + 1 = 4$

۳) ۵۲۹      ۴) ۵۷۴       $n=2 \Rightarrow a_3 = a_2 + 2(2) + 1 = 4 + 4 + 1 = 9$

۱ ، ۴ ، ۹ ، ...  $\Rightarrow$  الگوی مربعی

$a_{22} = (22)^2 = 529$

نشر الگو: جمله بیستم دنباله  $a_n = (-1)^n \times \frac{n-1}{4n+4}$  برابر  $\frac{-1}{4}$  است ؟

۱) جمله بیستم      ۲) جمله بیستم       $(-1)^n \times \frac{n-1}{4n+4} = \frac{-1}{4} \Rightarrow$

۳) جمله بیستم      ۴) جمله بیستم

$(-1)^n = -1$  فرض است

$\times \frac{n-1}{4n+4} = \frac{-1}{4} \Rightarrow$

@Riazi\_Mahmoodi

$\frac{-n+1}{4n+4} = \frac{-1}{4} \Rightarrow -4n-4 = -4n+4$

$\Rightarrow 2n = 10 \Rightarrow n = 5$

نشر الگو: دو دنباله کدام است  $a_n = \frac{n-2}{4n-5}$  و  $b_n = \frac{4n-4}{12n}$  جمله مشترک

- ۱)  $\frac{1}{5}$
- ۲)  $\frac{1}{4}$
- ۳)  $\frac{1}{3}$
- ۴) صفر

$a_n = b_n \Rightarrow \frac{n-2}{4n-5} = \frac{4n-4}{12n} \Rightarrow$

$12n(n-1) = (4n-4)(4n-5) \Rightarrow$

$12n^2 - 12n = 16n^2 - 20n - 20n + 20 \Rightarrow$

$a_n = \frac{n-2}{4n-5} = \frac{0}{0} = 0 \Leftrightarrow 16n = 20 \Rightarrow n = 2$

Arman

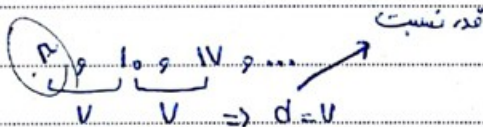
دنبالای حسابی: هرگاه یک سری اعداد دنبال هم بیایند به طوری که فاصله‌ی بین جملات مقدار ثابتی باشند به آن دنباله‌ی حسابی گفته می‌شود و به آن مقدار ثابت قدرنسبت می‌گویند. جملات عمومی دنباله‌ی حسابی از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

جملات عمومی  $a_n$       قدرنسبت  $d$       جمله اول  $a_1$

توجه: جملات عمومی یک دنباله‌ی حسابی یک دنباله‌ی قطعی است یعنی جملات عمومی آن به صورت  $a_n = an + b$  است که در آن ضریب  $n$  قدرنسبت دنباله و جمله اول مجموع ضرایب یعنی  $a+b$  است.

مثال: در دنباله زیر جملات بیست و یکم را بدست آورید.



$$a_{21} = (a_1) + 20d$$

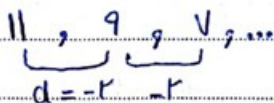
$$\Rightarrow 2 + (20 \times 7) =$$

$$2 + 140 = 142$$

$$a + b = 2 \Rightarrow 7 + b = 2$$

$$\Rightarrow b = -5 \quad \bullet \quad a_n = 7n - 5$$

مثال: در دنباله‌ی زیر جملات چهل و هشتم را بدست آورید.



$$a_{48} = a_1 + 47d$$

$$\Rightarrow 11 + (47 \times -2) =$$

$$11 - 94 = -83$$

$$a + b = 11 \Rightarrow -2 + b = 11$$

$$\Rightarrow b = 13$$

$$a_n = -2n + 13$$



مثال: اگر جمله یک دنباله حسابی به صورت زیر باشد جمله دوازدهم را بدست آورید.

$$x, y, V, z, P, t, K, 4U, \dots$$

$$d = \frac{a_8 - a_7}{8 - 7} = \frac{4U - V}{8 - 7} = \frac{4U - V}{1} = 4U - V$$

$$d = \frac{a_{12} - a_8}{12 - 8} \quad * \quad \frac{12}{1} = \frac{a_{12} - 4U}{4}$$

$$a_{12} \stackrel{?}{=} 4U = 48 \Rightarrow a_{12} = 48 + 4U \Rightarrow a_{12} = 112$$

نکته: اگر  $a_n, a_m$  دو جمله از جمله یک دنباله حسابی باشند، آنکاه داریم:

$$d = \frac{a_m - a_n}{m - n}$$

@Riazi\_Mahmoodi

مثال: در دنباله حسابی زیر جمله بیست و سوم را بدست آورید.

$$d = \frac{a_7 - a_2}{7 - 2} = \frac{27 - 9}{5} = \frac{18}{5} = 4$$

$$d = \frac{a_m - a_7}{m - 7} \Rightarrow 4 = \frac{a_{23} - 27}{23 - 7} \Rightarrow a_{23} \stackrel{?}{=} 27 = 119 \Rightarrow a_{23} = 119 + 27$$

$$\Rightarrow a_{23} = 146$$

مثال: در دنباله حسابی جمله هفتم و یازدهم به ترتیب ۱۳ و ۴۹ می باشد، جمله شانزدهم را بدست آورید.

$$d = \frac{a_7 - a_{11}}{7 - 11} = \frac{13 - 49}{-4} = \frac{-36}{-4} = 9$$

$$d = \frac{a_{16} - a_{11}}{16 - 11} \Rightarrow \frac{a_{16} - 49}{5} = 9 \Rightarrow a_{16} - 49 = 45 \Rightarrow a_{16} = 94$$



مثال: بین ۷ و ۴۷ چهار واسطه‌ای حسابی قرار دهید.

$$7, 9, 11, 13, 15, 17, 19, 21, 23, 25, 27, 29, 31, 33, 35, 37, 39, 41, 43, 45, 47$$

$$d = \frac{a_4 - a_1}{4-1} = \frac{47-7}{3} = \frac{40}{3} = 13\frac{1}{3}$$

مثال: بین ۳ و ۴۴ پنج واسطه‌ای حسابی قرار دهید.

$$3, 9, 15, 21, 27, 33, 39, 44$$

$$d = \frac{a_6 - a_1}{6-1} = \frac{44-3}{5} = \frac{41}{5} = 8\frac{1}{5}$$

مثال: بین ۱۳ و ۴۷ یک واسطه‌ای حسابی قرار دهید.

$$13, 30, 47 \quad d = \frac{a_2 - a_1}{2-1} = \frac{47-13}{1} = \frac{34}{1} = 34$$

نکته: اگر  $x, y, z$  سه جمله‌ای متوالی از یک دنباله حسابی باشند،  $x$  و  $y$  واسطه‌ای حسابی گفته می‌شوند و داریم:

$$y = \frac{x+z}{2}$$

$$\frac{13+47}{2} = \frac{40}{2} = 30$$

قلمچی: اعداد  $2p+4$ ،  $2p+4$  و  $5p-1$  سه جمله‌ای متوالی یک دنباله حسابی هستند.

فرد نسبت این دنباله کدام است.

$$2p+4 = \frac{5p-1+2p+4}{2} \Rightarrow 4p+8 = 7p+2 \Rightarrow 4p-7p = 2-8 \Rightarrow -3p = -6 \Rightarrow p=2$$

$$1) 4 \quad 2) 5 \quad 3) 4 \quad 4) 3$$

$$4p-7p = 2-8 \Rightarrow -3p = -6 \Rightarrow p=2$$

میانگین

$$15, 22, 29 \Rightarrow d=7$$



1 قلم بی دینامی دنباله‌ای حسابی  $t_8 - t_9 = 14$  است. مقدار  $t_8 - t_1$  کدام است؟

3) 1) n      2) 14       $t_8 - t_9 = 14 \Rightarrow t_1 + 7d - (t_1 + 8d) = 14$   
 4) 3) -n      4) صفر       $\Rightarrow t_1 + 7d - t_1 - 8d = 14$   
 5)  $\Rightarrow -d = 14 \Rightarrow d = \frac{14}{-1} = -14$

7)  $t_8 - t_1 = t_1 + 7d - t_1 = 7d \Rightarrow 7 \times (-14) = -98$

9) قلم بی: دنباله‌ای چند از دنباله‌ای حسابی اول و 2، 3، 4، 5، 6، 7، 8، 9، 10 برابر 100 است.

11) 1) هفتم      2) ششم       $2K - 1 = \frac{-2 + 7}{1} \Rightarrow 2K - 1 = 2 \Rightarrow$   
 12) 3) نهم      4) دهم       $2K = 3 \Rightarrow K = \frac{3}{2}$   
 13)  $\frac{-2}{1}, \frac{2}{2}, \frac{7}{3}, \dots$

15)  $a_n = 100 \Rightarrow a_1 + (n-1)d = 100$

@Riazi\_Mahmoodi

16)  $\Rightarrow -2 + (n-1)d = 100 \Rightarrow$

17)  $-2 + dn - d = 100 \Rightarrow dn = 102 \Rightarrow \frac{102}{d} = n$

19) نکته: تفاضل جمله‌های دهم از جمله‌های دوازدهم یک دنباله‌ای حسابی  $d$  و مجموع دو جمله دهم و دوازدهم 100 است. جمله بیست و نهم این دنباله کدام است؟

22) 1) 25      2) 24       $a_{12} - a_8 = d \Rightarrow a_1 + 11d - (a_1 + 7d) = d \Rightarrow$   
 23) 3) 27, 5      4) 21, 5       $a_1 + 11d - a_1 - 7d = d \Rightarrow 4d = d \Rightarrow d = \frac{d}{3}$

25)  $a_1 + a_{12} = 2d \Rightarrow a_1 + 9d + a_1 + 11d = 2d$        $a_{12} = a_1 + 11d \Rightarrow \frac{-2d}{3} + (10 \times \frac{d}{3})$   
 26)  $2a_1 + 10d = 2d \Rightarrow 2a_1 + (10 \times \frac{d}{3}) = 2d$        $\Rightarrow \frac{-2d}{3} + d = 0 \Rightarrow \frac{-2d + 3d}{3} = \frac{d}{3} \Rightarrow$   
 27)  $2a_1 + d = 2d \Rightarrow a_1 = \frac{-d}{2}$       27, 5

Arman

۱ نکته: در یک دنباله حسابی، مجموع چهار جمله اول، مجموع پنج جمله بعدی آن  
۲ می یابند، جمله یازدهم این دنباله کدام است؟

$$1) 4, d \quad 2) 1 \quad a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = 12$$

$$3) 1, d \quad 4) 9 \quad a_1 + a_1 + d + a_1 + 2d + a_1 + 3d = 12$$

$$\Rightarrow 2a_1 + 4d = 12$$

$$a_3 + a_4 + a_5 + a_6 + a_7 = 20$$

$$\Rightarrow a_1 + 2d + a_1 + 3d + a_1 + 4d + a_1 + 5d + a_1 + 6d = 20$$

$$\Rightarrow 5a_1 + 20d = 20$$

$$\Rightarrow 5(a_1 + 4d) = 20 \Rightarrow a_1 + 4d = 4$$

$$\begin{cases} 2a_1 + 4d = 12 \\ a_1 + 4d = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2a_1 + 4d = 12 \\ -a_1 - 4d = -4 \end{cases} \Rightarrow 2a_1 = 8 \Rightarrow a_1 = 4$$

$$a_{11} = a_1 + 10d \Rightarrow a_{11} = 4 + (10 \times \frac{1}{4}) = 4 + 2.5 = 6.5$$

$$a_1 + 4d = 4 \Rightarrow 4 + 4d = 4 \Rightarrow 4d = 0 \Rightarrow d = \frac{0}{4} = 0$$

تلم چی: اگر دریل دنبالی حسابی  $z_{1n} = 40$  و  $z_{10} - z_{11} = 2r_0$  باشد، جملاتی  
 ۱۲۵ کدام است؟

①  $z_{1n} = 40 \Rightarrow z_1 + 27d = 40$  ۱)

$z_{10} - z_{11} = 2r_0 \Rightarrow (z_{10} - z_{11})(z_{10} + z_{11}) = 2r_0 \Rightarrow$

$(z_1 + 27d - z_1 + 28d)(z_1 + 27d + z_1 + 28d) = 2r_0 \Rightarrow$

$rd(2z_1 + 55d) = 2r_0 \Rightarrow nd(z_1 + 27d) = 2r_0$  ②

$nd \times 40 = 2r_0 \Rightarrow d = \frac{2r_0}{n \times 40} = \frac{1}{n}$

$z_1 + 27d = 40 \Rightarrow z_1 + (27 \times \frac{1}{n}) = 40 \Rightarrow z_1 = 40 - \frac{27}{n} = \frac{40n - 27}{n} = \frac{9n}{n}$

$z_{10} = z_1 + 27d = \frac{9n}{n} + (27 \times \frac{1}{n}) = \frac{9n}{n} + \frac{27}{n} = \frac{127}{n} = 4r_0$

تلم چی: دریل دنبالی حسابی، جملاتی اول  $14$ ، جملاتی  $14$  و  $15$  و تعداد جملاتی  
 ۹۱ است، این دنباله چند جملاتی مثبت دارد؟

- ۱) ۲۴      ۲) ۲۲      ۳) ۲۵      ۴) ۲۷

$a_1 = -14$  و  $a_{91} = 20$  و  $d = \frac{a_{91} - a_1}{91 - 1} \Rightarrow \frac{20 - (-14)}{90} = \frac{34}{9} = \frac{4}{10} = 0.4$

$-14, -13.6, \dots, 20$        $a_n > 0 \Rightarrow a_1 + (n-1)d > 0$

$-14 + 0.4(n-1) > 0 \Rightarrow 0.4(n-1) > 14 \Rightarrow 0.4n > 14.4$

$n > \frac{14.4}{0.4} \Rightarrow n > 36 \Rightarrow n > 36$       تعداد جملات =  $91 - 36 + 1 = 56$

قلمچی: اگر در یک دنباله حسابی با جمله اول عمومی  $t_n$  داشته باشیم  $t_1 = 144$  و  $t_2 = 14$ ، اندازه اولین جمله مثبتی این دنباله کدام است.

$$1) - 8$$

$$2) - 4$$

$$3) - 2$$

$$4) - 1$$

@Riazi\_Mahmoodi

راه حل درست:  $d = \frac{t_1 - t_2}{1 - 2} \Rightarrow t_1 = 14 + 144 \Rightarrow t_1 = 182$

$$tn < 0 \Rightarrow t_1 + (n-1)(-8) < 0 \Rightarrow n > \frac{190}{8}$$

$$\Rightarrow 182 - 8n + 8 < 0 \Rightarrow n > \frac{190}{8} \Rightarrow 182 - 8n + 8 < 0 \Rightarrow n > 23.75$$

$$\Rightarrow -8n + 190 < 0 \Rightarrow n > 23.75 \Rightarrow$$

$$t_{24} = t_1 + 23d = 182 + (23 \times -8) = 182 - 184 = -2$$

تایید: در دنباله‌ی حسابی ...  
 نام جمله صفر است؟

۱)  $a_2$

۲)  $a_1$

۳)  $a_4$

۴)  $a_2$  ✓

$208, 204, \dots$   
 $d = -4$

$a_n = 0 \Rightarrow a_1 + (n-1)d \Rightarrow$

$208 + (n-1)(-4) \Rightarrow$

$208 - 4n + 4 = 0 \Rightarrow$

$-4n = -212 \Rightarrow n = \frac{-212}{-4} = 53$

تایید: کدام یک از دنباله‌های زیر، دنباله‌ی حسابی است؟

دوجه یک

۱)  $a_n = n + 1$  ✓

۲)  $a_n = n^2$

۳)  $a_n = \frac{1}{n}$

تایید: اگر در یک دنباله‌ی حسابی جمله‌ی عمومی به صورت  $a_n = \frac{v(n+1)}{p}$  باشد، قدر نسبت کدام است؟

۱)  $\frac{v}{p}$  ✓

۲)  $v$

۳)  $\frac{v}{p}d$

۴)  $d$

$a_1 = \frac{v(1)+1}{p} = \frac{v}{p} = v$

$a_2 = \frac{v(2)+1}{p} = \frac{1+d}{p}$

$d = \frac{a_2 - a_1}{1} \Rightarrow \frac{1+d}{p} - v = \frac{v}{p}d$

تایید: جمله‌ی هشتم یک دنباله‌ی حسابی غیر ثابت دو برابر جمله‌ی سیزدهم آن است. جمله‌ی دو آن جمله‌ی برابر جمله‌ی دهم آن است؟

۱)  $d$  برابر

۲)  $\frac{1}{2}d$  برابر

۳)  $\frac{1}{3}d$  برابر

۴)  $\frac{1}{4}d$  برابر ✓

$a_8 = 2a_{13} \Rightarrow a_1 + 7d = 2(a_1 + 12d)$

$a_1 + 7d = 2a_1 + 24d \Rightarrow -17d = a_1$

$\frac{a_2}{a_{13}} \Rightarrow \frac{a_1 + d}{a_1 + 12d} \Rightarrow \frac{-17d + d}{-17d + 12d}$

$\frac{-17d}{-5d} = 2$

Arman

1.  $a_1 + a_9 = -2$        $a_2 + a_8 = 2$        $a_3 + a_7 = 2$        $a_4 + a_6 = 2$        $a_5 + a_5 = 2$        $a_6 + a_4 = 2$        $a_7 + a_3 = 2$        $a_8 + a_2 = 2$        $a_9 + a_1 = -2$

2. حاصل  $a_1 + a_9 = -2$  است

3. 1)  $-\frac{d}{4}$       2)  $-\frac{5d}{4}$        $a_4 + a_4 = 2 \Rightarrow a_1 + 3d + a_1 + 3d = 2$   
 $\Rightarrow 2a_1 + 6d = 2$

4.  $\Rightarrow 2a_1 + 6d = 2$

5. 3)  $-\frac{d}{4}$       4)  $-\frac{5d}{4}$        $a_1 + a_9 = -2 \Rightarrow a_1 + 8d + a_1 + 0d = -2$   
 $\Rightarrow 2a_1 + 8d = -2$

6.  $\Rightarrow 2a_1 + 8d = -2$

$$a_{13} + a_{13} \Rightarrow a_1 + 12d + a_1 + 12d = 2a_1 + 24d$$

$$\begin{cases} 2a_1 + 6d = 2 \\ 2a_1 + 8d = -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2a_1 + 6d = 2 \\ -2a_1 - 12d = 2 \end{cases} \Rightarrow -4d = 2 \Rightarrow d = -\frac{1}{2}$$

$$2a_1 + 6d = 2 \Rightarrow 2a_1 + \frac{-6d}{2} = 2 \Rightarrow 2a_1 = 2 + \frac{6d}{2} \Rightarrow 2a_1 = \frac{4 + 6d}{2}$$

$$2a_1 = \frac{4 + 6d}{2}$$

$$2a_1 + 24d = \frac{4 + 6d}{2} + 24 \times \frac{-d}{2} = \frac{4 + 6d - 24d}{2} = \frac{4 - 18d}{2} = \frac{-14d}{2}$$

17.  $a_1 = 2$        $a_9 = 19 \Rightarrow d = \frac{a_9 - a_1}{9 - 1} = \frac{19 - 2}{8} = \frac{17}{8} = 2.125$

18.  $a_n = 2d \Rightarrow a_1 + (n-1)d = 2d \Rightarrow 2 + (n-1) \left(\frac{17}{8}\right) = 2 \times \frac{17}{8}$

19. 1)  $r | 12$       2)  $r | 12$

20. 3)  $r | 12$       4)  $r | 12$

@Riazi\_Mahmoodi

$$a_1 = 2 \quad a_9 = 19 \Rightarrow d = \frac{a_9 - a_1}{9 - 1} = \frac{19 - 2}{8} = \frac{17}{8} = 2.125$$

$$a_n = 2d \Rightarrow a_1 + (n-1)d = 2d \Rightarrow 2 + (n-1) \left(\frac{17}{8}\right) = 2 \times \frac{17}{8}$$

$$\Rightarrow 2 + \frac{17n}{8} - \frac{17}{8} = \frac{34}{8} \Rightarrow \frac{17n}{8} = \frac{34}{8} \Rightarrow n = \frac{34}{17} = 2$$



نتیج بین دو عدد  $\sqrt{17} - 5$  و  $5 + \sqrt{17}$  چند عدد می توانیم قرار داد که اعداد حاصل تشکیل دنباله ای حسابی با قدر نسبت ایدهند؟

$$\begin{array}{l} 1) 5 \quad \sqrt{2} \quad 9 \quad \sqrt{17} - 5 \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad 5 + \sqrt{17} \\ 2) 10 \quad 4) 11 \quad a_1 \quad a_n \end{array}$$

$$d = 1 \Rightarrow d = \frac{a_n - a_1}{n - 1} \Rightarrow 1 = \frac{5 + \sqrt{17} - \sqrt{17} - 5}{n - 1}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{1} = \frac{10}{n - 1} \Rightarrow n - 1 = 10 \Rightarrow n = 11 \quad \text{تقریب جمله}$$

$$\text{تعداد جملات بین این دو عدد} = 11 - 1 = 9$$

نتیج مجموع جملات اول و سوم یک دنباله ای حسابی 8 و حاصل ضرب جملات دوم و چهارم 40 است قدر نسبت دنباله قدر است؟

$$1) 2 \quad \sqrt{2} \quad 2 \quad a_1 + a_3 = 8 \Rightarrow a_1 + a_1 + 2d = 8$$

$$2) 2 \quad 4) 5 \Rightarrow 2a_1 + 2d = 8 \Rightarrow 2(a_1 + d) = 8 \Rightarrow$$

$$a_1 + d = 4$$

$$d = \frac{a_3 - a_1}{3 - 1} \Rightarrow$$

$$a_2 \times a_4 = 40 \Rightarrow 2 \times a_4 = 40$$

$$a_4 = 20$$

$$\frac{10 - 2}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

@Riazi\_Mahmoodi

نایب: در یک دنباله حسابی معکوس با جملات صحیح حاصل پنج جمله متوالی برابر ۵۰- و حاصل جمع ششین پنج جمله برابر ۲۰ است. قدر نسبت دنباله کدام است؟

$$\text{جملات: } a_1 - 2d, a_1 - d, a_1, a_1 + d, a_1 + 2d$$

$$\text{حاصل ششیم: } a_1 - 2d + a_1 - d + a_1 + a_1 + d + a_1 + 2d = 5a_1 = 20 \Rightarrow a_1 = 4 \Rightarrow$$

$$4 - 2d, 4 - d, 4, 4 + d, 4 + 2d \Rightarrow$$

$$\text{حاصل ششیم: } (4 - 2d)(4 - d)(4)(4 + d)(4 + 2d) = -240 \Rightarrow 4r - 4d^2 - 14d + d^4 = -240$$

$$14 - 4d^2$$

$$14 - 4d^2$$

$$(14 - 4d^2)(14 - d^2) = -240 \Rightarrow 4(4 - d^2)(14 - d^2) = -240$$

$$\Rightarrow (4 - d^2)(14 - d^2) = -60 \Rightarrow (4 - d^2)(14 - d^2) = 60$$

$$\Rightarrow d^4 - 20d^2 + 96 = 0 \Rightarrow (d^2 - 11)(d^2 - 9) = 0 \Rightarrow \begin{cases} d^2 - 11 = 0 \Rightarrow d = \sqrt{11} \\ d^2 - 11 = 0 \Rightarrow d = -\sqrt{11} \\ d^2 - 9 = 0 \Rightarrow d = 3 \\ d^2 - 9 = 0 \Rightarrow d = -3 \end{cases}$$

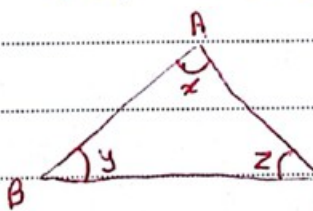
نایب: اگر زاویه‌های یک مثلث متشابه دنباله حسابی بدهند. یک زاویه‌ای این مثلث مضروب برابر است با:

$$1) 30^\circ$$

$$2) 90^\circ$$

$$\checkmark 3) 40^\circ$$

$$4) 75^\circ$$



$$\Rightarrow x < y < z$$

$$\Rightarrow y = \frac{x+z}{2}$$

$$\Rightarrow 2y = x+z$$

$$x + y + z = 180$$

$$x + z + y = 180$$

$$\Rightarrow 2y + y = 180$$

$$\Rightarrow y = 60$$

نام: در یک دنباله حسابی  $a_7 + a_8 + a_{11} = 24$  می باشد، آنک حاصل  $a_2 + a_{10}$  کدام است؟

$$\begin{aligned} & 1) 18 \quad 2) 24 \quad a_1 + 4d + a_1 + 7d + a_1 + 11d = 24 \\ & \sqrt{3) 24 \quad 4) 27} \Rightarrow 3a_1 + 22d = 24 \Rightarrow 3(a_1 + 7d) = 24 \\ & \Rightarrow a_1 + 7d = 8 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & a_1 + 15d + a_1 + 12d = a_2 + a_{10} \\ & \Rightarrow 2a_1 + 27d \Rightarrow 2(a_1 + 7d) = 2 \times 8 = 16 \end{aligned}$$

نام: در یک دنباله حسابی  $a_1 + a_3 + a_5 = 12$  می باشد،  $a_7 + a_9 = 8$  باشد، کدام است.

$$1) 7 \quad 2) 4 \quad \sqrt{3) 5} \quad 4) 2$$

$$d = \frac{a_n - a_1}{n-1} = \frac{a_1 + 7d - a_1}{7} = \frac{7d}{7} \Rightarrow d = 1$$

$$a_1 = a_1 + (1-1)d = a_1 + 0 = 1 \quad a_7 = 1 + (7-1)d = 7$$

$$a_9 = 1 + 8d = 9$$

@Riazi\_Mahmoodi

Arman

دنباله هندسی: هرگاه یک سری اعداد دنبال هم بیایند به طوری که هر جمله از حاصل ضرب جمله قبل در مقدار ثابتی باشد یا آن دنباله هندسی گفته می شود و با آن مقدار ثابت قدرنسبت می نویسیم.

جمله عمومی دنباله های هندسی از رابطه زیر بدست می آید:

$$a_n = a_1 \cdot q^{(n-1)}$$

شماره جمله  $\rightarrow$   
جمله اول  $\rightarrow$   
جمله  $n$  ام  $\rightarrow$

مثال: در دنباله زیر، جمله یازدهم را با بدست آورید.

$$3, 6, 12, 24, \dots$$

$\Rightarrow q = 2$

$$a_{11} = a_1 \cdot q^{10} = 3(2)^{10} = 3 \times 1024 = 3072$$

مثال: در دنباله زیر جمله هفتم را بدست آورید.

$$7, 21, 63, \dots$$

$\Rightarrow q = 3$

مثال: در دنباله هندسی صعودی، جمله‌های نهم، بیستم آورید.

$$g = \frac{a_m}{a_n} \quad (m-n)$$

نشان دهید: در دنباله هندسی صعودی،  $a_1, a_2, a_3, \dots$

$$x, d, y, z, r, \dots \quad a_1, a_2, a_3, \dots$$

$$g^{(4-2)} = \frac{r_0 d}{d} = 11 \Rightarrow g^2 = 11$$

$$g = \pm \sqrt{11} \Rightarrow g = \sqrt{11} \Rightarrow g^{(9-4)} = \frac{a_9}{a_4} \Rightarrow \sqrt{11}^5 = \frac{a_9}{r_0 d} \Rightarrow \frac{r_0 d}{1} = \frac{a_9}{\sqrt{11}^5}$$

$$a_9 = r_0 d \times \sqrt{11}^5 = 1092 \sqrt{11}$$

@Riazi\_Mahmoodi

مثال: بین ۷ و ۲۲۴ چهار واسطه هندسی قرار دهید.

$$7, 14, 28, 56, 112, 224$$

$$g^{(4-1)} = \frac{a_4}{a_1} \Rightarrow g^3 = \frac{224}{7} = g^3 = 32 \Rightarrow g = 2$$

مثال: بین ۸ و ۴۳۸ سه واسطه هندسی قرار دهید.

$$8, 16, 32, 64, 128, 256, 512, 1024, 2048, 4096, 8192, 16384, 32768, 65536, 131072, 262144, 524288, 1048576, 2097152, 4194304, 8388608, 16777216, 33554432, 67108864, 134217728, 268435456, 536870912, 1073741824, 2147483648, 4294967296, 8589934592, 17179869184, 34359738368, 68719476736, 137438953472, 274877906944, 549755813888, 1099511627776, 2199023255552, 4398046511104, 8796093022208, 17592186044416, 35184372088832, 70368744177664, 140737488355328, 281474976710656, 562949953421312, 1125899906842624, 2251799813685248, 4503599627370496, 9007199254740992, 18014398509481984, 36028797018963968, 72057594037927936, 144115188075855872, 288230376151711744, 576460752303423488, 1152921504606846976, 2305843009213693952, 4611686018427387904, 9223372036854775808, 18446744073709551616, 36893488147419103232, 73786976294838206464, 147573952589676412928, 295147905179352825856, 590295810358705651712, 1180591620717411303424, 2361183241434822606848, 4722366482869645213696, 9444732965739290427392, 18889465931478580854784, 37778931862957161709568, 75557863725914323419136, 151115727451828646838272, 302231454903657293676544, 604462909807314587353088, 1208925819614629174706176, 2417851639229258349412352, 4835703278458516698824704, 9671406556917033397649408, 19342813113834066795298816, 38685626227668133590597632, 77371252455336267181195264, 154742504910672534362390528, 309485009821345068724781056, 618970019642690137449562112, 1237940039285380274899124224, 2475880078570760549798248448, 4951760157141521099596496896, 9903520314283042199192993792, 19807040628566084398385987584, 39614081257132168796771975168, 79228162514264337593543950336, 158456325028528675187087900672, 316912650057057350374175801344, 633825300114114700748351602688, 1267650600228229401496703205376, 2535301200456458802993406410752, 5070602400912917605986812821504, 10141204801825835211973625643008, 20282409603651670423947251286016, 40564819207303340847894502572032, 81129638414606681695789005144064, 162259276829213363391578010288128, 324518553658426726783156020576256, 649037107316853453566312041152512, 1298074214633706907132624082305024, 2596148429267413814265248164610048, 5192296858534827628530496329220096, 10384593717069655257060992658440192, 20769187434139310514121985316880384, 41538374868278621028243970633760768, 83076749736557242056487941267521536, 166153499473114484112975882535043072, 332306998946228968225951765070086144, 664613997892457936451903530140172288, 1329227995784915872903807060280344576, 2658455991569831745807614120560689152, 5316911983139663491615228241121378304, 10633823966279326983230456482242756608, 21267647932558653966460912964485513216, 42535295865117307932921825928971026432, 85070591730234615865843651857942052864, 170141183460469231731687303715884105728, 340282366920938463463374607431768211456, 680564733841876926926749214863536422912, 1361129467683753853853498429727072845824, 2722258935367507707706996859454145691648, 5444517870735015415413993718908291383296, 10889035741470030830827987437816582766592, 21778071482940061661655974875633165533184, 43556142965880123323311949751266331066368, 87112285931760246646623899502532662132736, 174224571863520493293247799005065324265472, 348449143727040986586495598010130648530944, 696898287454081973172991196020261297061888, 1393796574908163946345982392040522594123776, 2787593149816327892691964784081045188247552, 5575186299632655785383929568162090376495104, 11150372599265311570767859136324180752990208, 22300745198530623141535718272648361505980416, 44601490397061246283071436545296723011960832, 89202980794122492566142873090593446023921664, 178405961588244985132285746181186892047843328, 356811923176489970264571492362373784095686656, 713623846352979940529142984724747568191373312, 1427247692705959881058285969449495136382746624, 2854495385411919762116571938898990272765493248, 5708990770823839524233143877797980545530986496, 11417981541647679048466287755595961091061972992, 22835963083295358096932575511191922182123945984, 45671926166590716193865151022383844364247891968, 91343852333181432387730302044767688728495783936, 182687704666362864775460604089535377456991567872, 365375409332725729550921208179070754913983135744, 730750818665451459101842416358141509827966271488, 1461501637330902918203684832716283019655932542976, 2923003274661805836407369665432566039311865085952, 5846006549323611672814739330865132078623730171904, 11692013098647223345629478661730264157247460343808, 23384026197294446691258957323460528314494920687616, 46768052394588893382517914646921056628989841375232, 93536104789177786765035829293842113257979682750464, 187072209578355573530071658587684226515959365500928, 374144419156711147060143317175368453031918731001856, 748288838313422294120286634350736906063837462003712, 1496577676626844588240573268701473812127674924007424, 2993155353253689176481146537402947624255349848014848, 5986310706507378352962293074805895248510699696029696, 11972621413014756705924586149611790497021399392059392, 23945242826029513411849172299223580994042798784118784, 47890485652059026823698344598447161988085597568237568, 95780971304118053647396689196894323976171195136475136, 191561942608236107294793378393788647952342390272950272, 383123885216472214589586756787577295904684780545900544, 766247770432944429179173513575154591809369561091801088, 1532495540865888858358347027150309183618739122183602176, 3064991081731777716716694054300618367237478244367204352, 6129982163463555433433388108601236734474956488734408704, 122599643269271108668667762172024734689499129774688173888, 245199286538542217337335524344049469378998259549376347776, 490398573077084434674671048688098938757996519098752695552, 980797146154168869349342097376197877515993038197505391104, 1961594292308337738698684194752395755031986076395010782208, 3923188584616675477397368389504791510063972152790021564416, 7846377169233350954794736779009583020127944305580043128832, 15692754338466701909589473558019166040255888611160086257664, 31385508676933403819178947116038332080511777222320172515328, 62771017353866807638357894232076664161023554444640345030656, 125542034707733615276715788464153328322047108889280690061312, 251084069415467230553431576928306656644094217778561380122624, 502168138830934461106863153856613313288188435557122760245248, 1004336277661868922213726307713226626576376871114245520490496, 2008672555323737844427452615426453253152753742228491040980992, 4017345110647475688854905230852906506305507484456982081961984, 8034690221294951377709810461705813012611014968913964163923968, 16069380442589902755419620923411626025222029877827928327877952, 32138760885179805510839241846823252050444059755655856655755904, 64277521770359611021678483693646504100888119511311713311511808, 128555043540719222043356967387293008201776239022623426623023616, 257110087081438444086713934774586016403552478045246853246047232, 514220174162876888173427869549172032807104956090493706492094464, 1028440348325753776346855739098344065614209912180987412984189128, 2056880696651507552693711478196688131228419824361974825968378256, 4113761393303015105387422956393376262456839648723949651936756512, 8227522786606030210774845912786752524913679297447899303873513024, 16455045573212060421549691825573505049827358594895798607747026048, 32910091146424120843099383651147010099654717189791597215494052096, 65820182292848241686198767302294020199309434379583194430988104192, 131640364585696483372397534604588040398618868759166388861976208384, 263280729171392966744795069209176080797237737518332777723952416768, 526561458342785933489590138418352161594475475036665555447904833536, 1053122916685571866979180276836704323188950950073331110895809667072, 2106245833371143733958360553673408646377901900146662221791619334144, 4212491666742287467916721107346817292755803800293324443583238668288, 8424983333484574935833442214693634585511607600586648887166477336576, 16849966666969149871666884429387269171023215201173297774332954673152, 33699933333938299743333768858774538342046430402346595548665909346304, 67399866667876599486667537717549076684092860804693191097331818692608, 134799733335753198973335075435098153368185721609386382194663637385216, 269599466671506397946670150870196306736371443218772764389327274770432, 539198933343012795893340301740392613472742886437545528778654549540864, 1078397866686025591786680603480785226945485772875091057557309099081728, 2156795733372051183573361206961570453890971545750182115114618198163456, 4313591466744102367146722413923140907781943091500364230229236396326912, 8627182933488204734293444827846281815563886183000728460458472792653824, 17254365866976409468586889655692563631127772366001456920916945585307648, 34508731733952818937173779311385127262255544732002913841833891170615296, 69017463467905637874347558622770254524511089464005827683667782341230592, 138034926935811275748695117245540509049022178928011655367335564682461184, 276069853871622551497390234491081018098044357856023310734671129364922368, 552139707743245102994780468982162036196088715712046621469342258729844736, 1104279415486490205989560937964324072392177431424093242938684517459689472, 2208558830972980411979121875928648144784354862848186485877369034919378944, 4417117661945960823958243751857296289568709725696372971754738069838757888, 8834235323891921647916487503714592579137419451392745943509476139677515776, 17668470647783843295832975007429185158274838902785491887018952279355031552, 35336941295567686591665950014858370316549677805570983774037904558710063104, 70673882591135373183331900029716740633099355611141967548075809117420126208, 141347765182270746366663800059433481266198711222283935096151618234840252416, 282695530364541492733327600118866962532397422444567870192303236469680504832, 565391060729082985466655200237733925064794844889135740384606472939361009664, 1130782121458165970933310400475467850129589689778271480769212945878722019328, 2261564242916331941866620800950935700259179379556542961538425891757444038656, 4523128485832663883733241601901871400518358759113085923076851783514888077312, 9046256971665327767466483203803742801036717518226171846153703567029776154624, 18092513943330655534932966407607485602073435036452343692307407134059552309248, 36185027886661311069865932815214971204146870072904687384614814268119104618496, 72370055773322622139731865630429942408293740145809374769229628536238209236992, 144740111546645244279463731260859884816587480291618749538459257072476418473984, 289480223093290488558927462521719769633174960583237499076918514144952836947968, 578960446186580977117854925043439539266349921166474998153837028289905673895936, 1157920892373161954235709850086879078532699842332949996307674056579811347791872, 2315841784746323908471419700173758157065399684665899992615348113159622695583744, 4631683569492647816942839400347516314130799369331799985230696226319245391167488, 9263367138985295633885678800695032628261598738663599970461392452638490782334976, 18526734277970591267771357601390065256523197477327199940922784905276981564669952, 37053468555941182535542715202780130513046394954654399881845569810553963129339904, 74106937111882365071085430405560261026092789909308799763691139621107926258679808, 148213874223764730142170860811120522052185579818617599527382279242215852517359616, 296427748447529460284341721622241044104371159637235199046764558484431705034719232, 592855496895058920568683443244482088208742319274470398093529116968863410069438464, 1185710993$$

مثال: بین ۹ و ۴ یک واسطه هندسی قرار دهید  
 آن را  $x, y, z$  نامید:

نکته: سه جمله اول متوالی از یک دنباله هندسی باشند، با  $y$  واسطه هندسی  
 گفته می شود و داریم:

$$y^2 = x \cdot z$$

$$x, (x), 9 \quad x^2 = 4 \times 9 = 36 \Rightarrow x = \pm 6$$

نکته: اگر  $a, 2b, a-4, a-2, a+4$  جمله های یک دنباله هندسی باشند،  
 آنگاه  $a+b$  کدام است؟

۱) ۵

۲) ۶

$$(a-2)^2 = (a+4)(a-4)$$

۳) ۱۴

۴) ۲۲

$$a^2 + 4 - 4a = a^2 - 16 \Rightarrow$$

$$-4a = -16 \Rightarrow a = 4$$

جمله های دنباله:  $10+4, 10-2, 10-4, 2b-10 \Rightarrow 14, 8, 6, 2b-10$

$$g = \frac{1}{r} \Rightarrow 4 \times \frac{1}{r} = 2 \Rightarrow 2b-10 = 2 \Rightarrow b = 4$$

نکته: اگر  $A, 2p+1, 2p-1, 13p-4$  دنباله هندسی تشکیل دهند  
 آنگاه  $A$  کدام است؟

۱)  $\sqrt{5}$

۲) ۵

$$(2p-1)^2 = (13p-4)(2p+1)$$

۳) ۲۵

۴)  $\frac{5}{2}$

$$\Rightarrow 4p^2 = 26p^2 + 13p - 8p - 4$$

$$\Rightarrow p^2 - 2p + 4 = 0 \Rightarrow (p-2)^2 = 0 \Rightarrow p = 2$$

جمله های دنباله:  $25, 10, 5, A = \frac{5}{2}$

$$p = 2$$

نکته: اعداد  $2^a$ ,  $2^b$ ,  $2^{\sqrt{2}}$  سه جمله متوالی از دنباله هندسی اند. واسطه‌ای حسابی بین  $a$  و  $b$  کدام است؟

- ✓ ۱)  $2/d$       ۲)  $2$   
 ۳)  $1/d$       ۴)  $\sqrt{2}$

$$(2^{\sqrt{2}})^2 = 2^a \times 2^b \Rightarrow 2^{2\sqrt{2}} = 2^{a+b}$$

$$\Rightarrow 2^d = 2^{a+b} \Rightarrow a+b = d$$

$$a, x, b \Rightarrow x = \frac{a+b}{2} = \frac{d}{2} = 2/d$$

نکته: اگر جمله  $n$ ام، ششم، دوازدهم یک دنباله حسابی به ترتیب سه جمله متوالی از یک دنباله هندسی باشند، قدرنسبت دنباله هندسی کدام است

حسابی:  $a_n = a_1 + 2d$

۱)  $\frac{2}{3}$       ۲)  $\frac{2}{5}$

$a_4 = a_1 + 3d$

۳)  $2$       ۴)  $\frac{2}{7}$

$a_{12} = a_1 + 11d$

هندسی:  $a_1 + 2d$ ,  $a_1 + 3d$ ,  $a_1 + 11d$

واسطه حسابی  
 $(a_1 + 3d)^2 = (a_1 + 2d)(a_1 + 11d) \Rightarrow a_1^2 + 6ad + 9d^2 = a_1^2 + 13ad + 22d^2$

$\Rightarrow -7ad + 13d^2 = 0$

$\Rightarrow -7d(a_1 + 2d) = 0 \Rightarrow$

$-7d = 0 \Rightarrow d = 0 \times$

$a_1 + 2d = 0 \Rightarrow a_1 = -2d$

$g = \frac{a^r}{a^i} \Rightarrow g = \frac{2d}{d} = 2$

\* راه حل تشریحی:  $a_3, a_4, a_{12}$   
 $\frac{a_4}{a_3} = \frac{a_{12}}{a_4} \Rightarrow g = \frac{4}{2} = 2$

قلمچی: در یک دنباله حسابی، عملیات جمع، تفریق، ضرب، تقسیم می‌توانند سایر عملیات متوالی از یک دنباله هندسی باشند، چندمین جمله این دنباله عددی، صفر است.

۱) ۹                      ۲) ۱۰  
 ۳) ۱۱                      ۴) ۱۲

حسابی  $\left\{ \begin{array}{l} a_4 = a_1 + 3d \\ a_7 = a_1 + 6d \\ a_9 = a_1 + 8d \end{array} \right. \Rightarrow$  هندسی  $\Rightarrow a_1 + d, a_1 + 4d, a_1 + 8d$

$$(a_1 + 4d)^2 = (a_1 + 3d)(a_1 + 8d) \Rightarrow a_1^2 + 8d^2 + 12a_1d = a_1^2 + 10a_1d + 4d^2$$

$$\Rightarrow 2d^2 + 2a_1d = 0 \Rightarrow 2d(10d + a_1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} d = 0 \times \\ 10d + a_1 = 0 \Rightarrow a_{11} = 0 \end{cases}$$

قلمچی: جمله عمومی یک دنباله هندسی به صورت  $t_n = \frac{r^{n-1}}{r}$  است. مجموع جمله اول، قدرنسبت این دنباله کدام است؟

۱)  $\frac{7}{9}$                       ۲)  $\frac{7}{2}$   
 ۳)  $\frac{1}{2}$                       ۴)  $\frac{1}{4}$

$t_1 = \frac{r^{1-1}}{r} = \frac{r}{r}$   
 $t_2 = \frac{r^{2-1}}{r} = \frac{1}{r} \Rightarrow g = g' = \frac{1}{\frac{r}{r}} = \frac{1}{r}$

$$t_1 + g = \frac{r}{r} + \frac{1}{r} = \frac{r+r}{r} = \frac{7}{4}$$

قلمچی: جمله بیستم از دنباله حسابی ۳، ۰، ۳، ... با جمله پنجم از دنباله هندسی ۲، ۶، ۱۸، ... برابر است.

- ۱) چهارم                      ۲) پنجم                      ۳) هفتم                      ۴) هشتم

دنباله حسابی  $= a_{20} = a_1 + 19d \Rightarrow -2 + (19 \times 3) = -2 + 57 = 55$   
 دنباله هندسی  $= a_n = 55 \Rightarrow a_1 \cdot 3^{n-1} = 55 \Rightarrow 2 \cdot 3^{n-1} = 55$   
 $\Rightarrow 3^{n-1} = 27 \Rightarrow 3^{n-1} = 3^3 \Rightarrow n-1 = 3 \Rightarrow n = 4$



