

# به نام خداوند بخشنده مهربان

ریاضیات پیشرفته سال دهم

جزوه شماره ۱ : مثلثات

گردآورنده و مدرس : علی سیفی

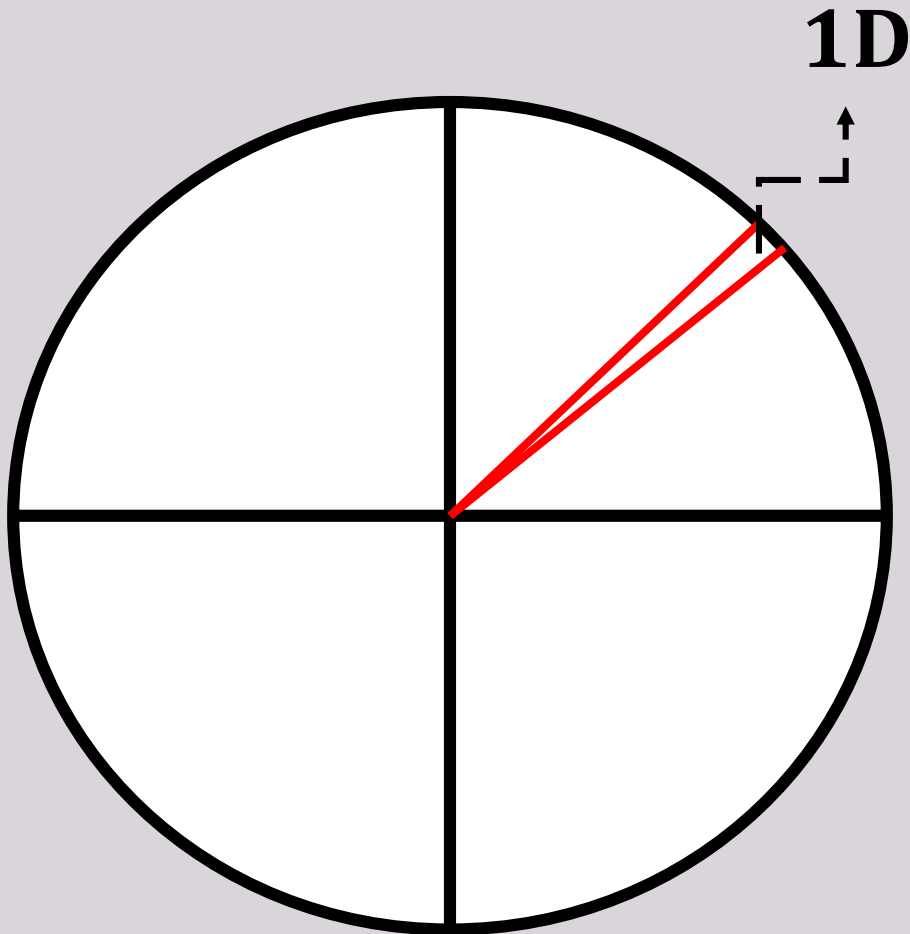


# درسنامه ۱ : مفاهیم اولیه مثلثات

درجه

رادیان

واحد های اندازه گیری زاویه



۱- درجه : زاویه مرکزی است که  $\frac{1}{360}$  محیط دایره را می بیند.

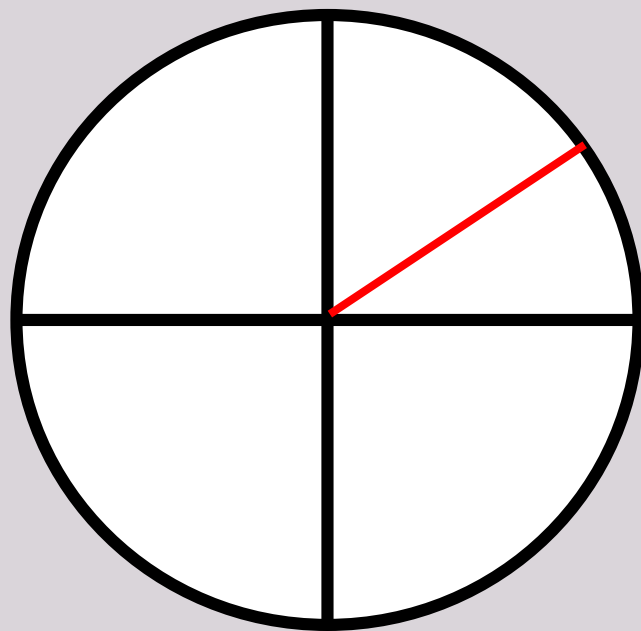
۲- رادیان ( R )

$$\pi = 3/14R$$

$$\pi R \approx 180 D$$

$$2\pi R \approx 360 D$$

## نتیجه : رابطه بین درجه و رادیان



$$\frac{D}{360} = \frac{R}{2\pi}$$



$$\frac{D}{180} = \frac{R}{\pi}$$

سوال ۱: هر یک از زاویه های زیر را بر حسب رادیان بنویسید.

$30^\circ$

$$\frac{D}{180} = \frac{R}{\pi}$$

$$\frac{30}{180} = \frac{R}{\pi}$$

$$R = \frac{\pi}{6}$$

$45^\circ$

$$\frac{D}{180} = \frac{R}{\pi}$$

$$\frac{45}{180} = \frac{R}{\pi}$$

$$R = \frac{\pi}{4}$$

$60^\circ$

$$\frac{D}{180} = \frac{R}{\pi}$$

$$\frac{60}{180} = \frac{R}{\pi}$$

$$R = \frac{\pi}{3}$$

$90^\circ$

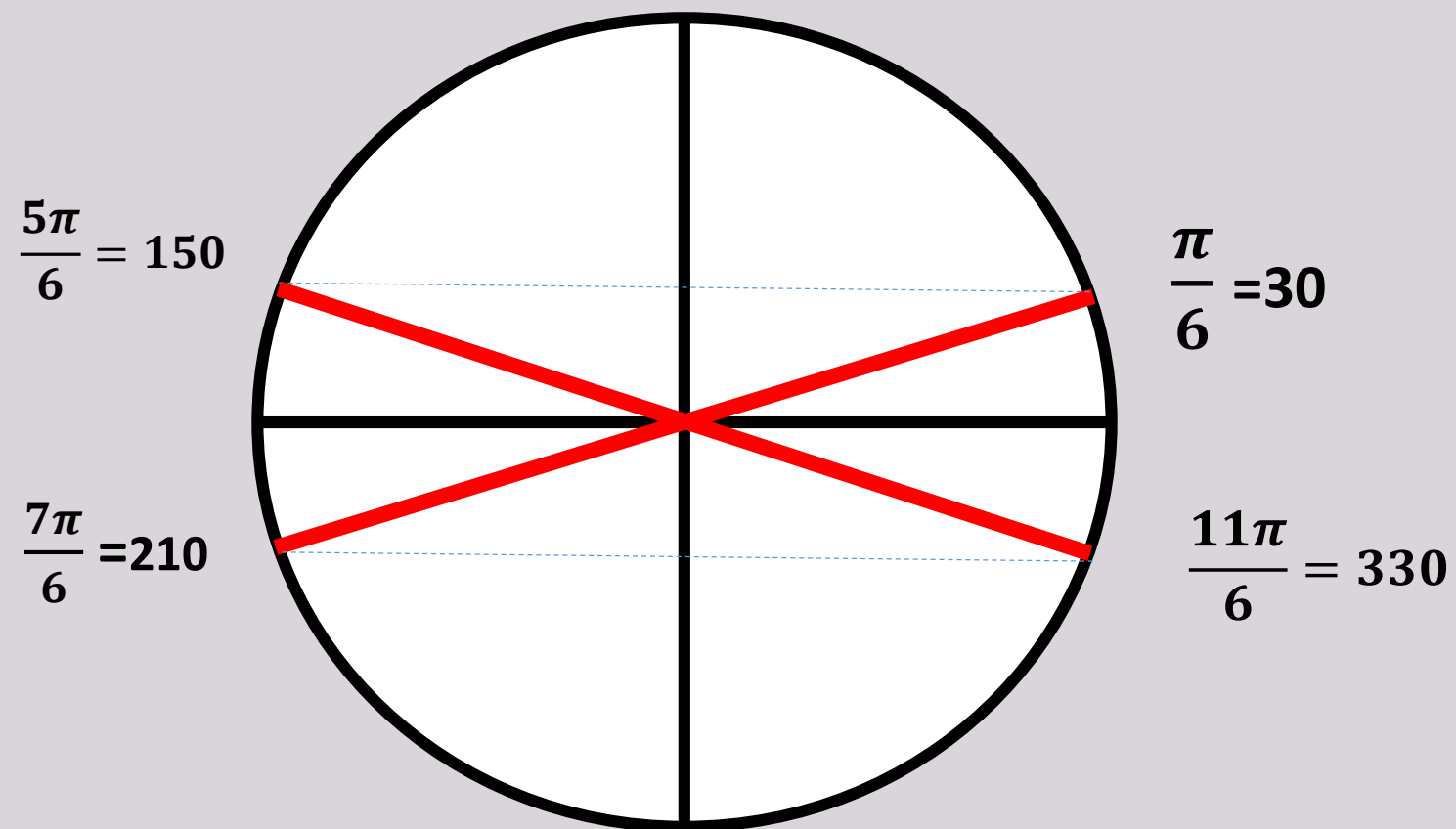
$$\frac{D}{180} = \frac{R}{\pi}$$

$$\frac{90}{180} = \frac{R}{\pi}$$

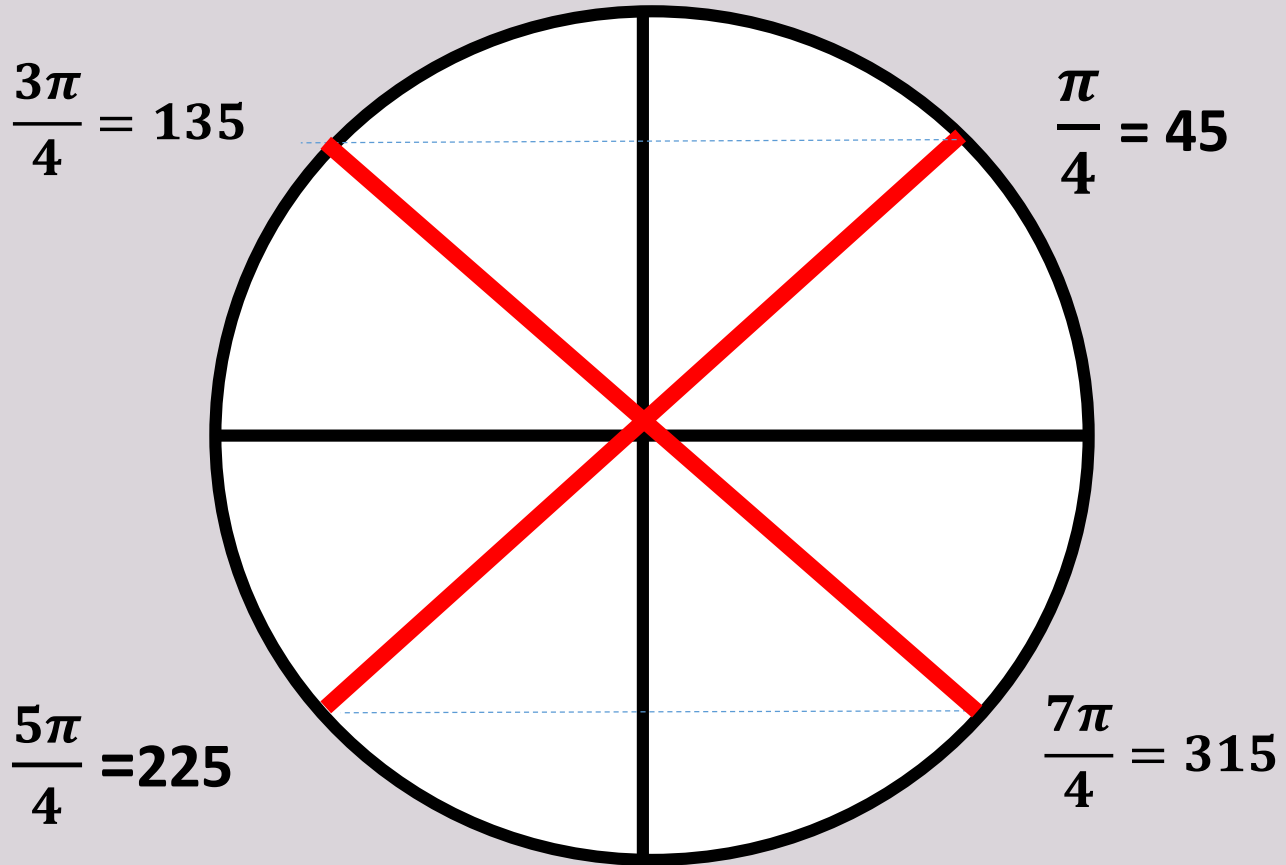
$$R = \frac{\pi}{2}$$

# زاویه های معروف بر روی دایره

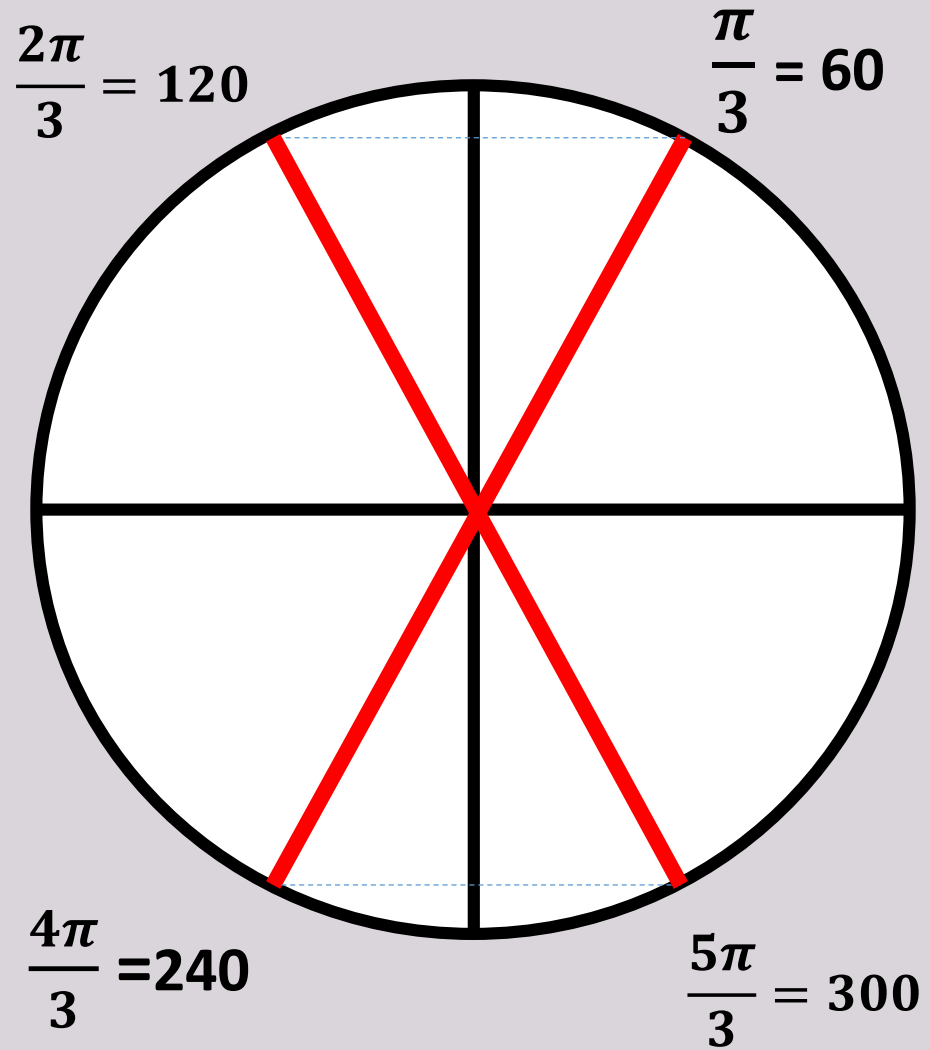
جنس ۳۰ درجه یا  $\frac{\pi}{6}$



جنس ۴۵ درجه یا  $\frac{\pi}{4}$



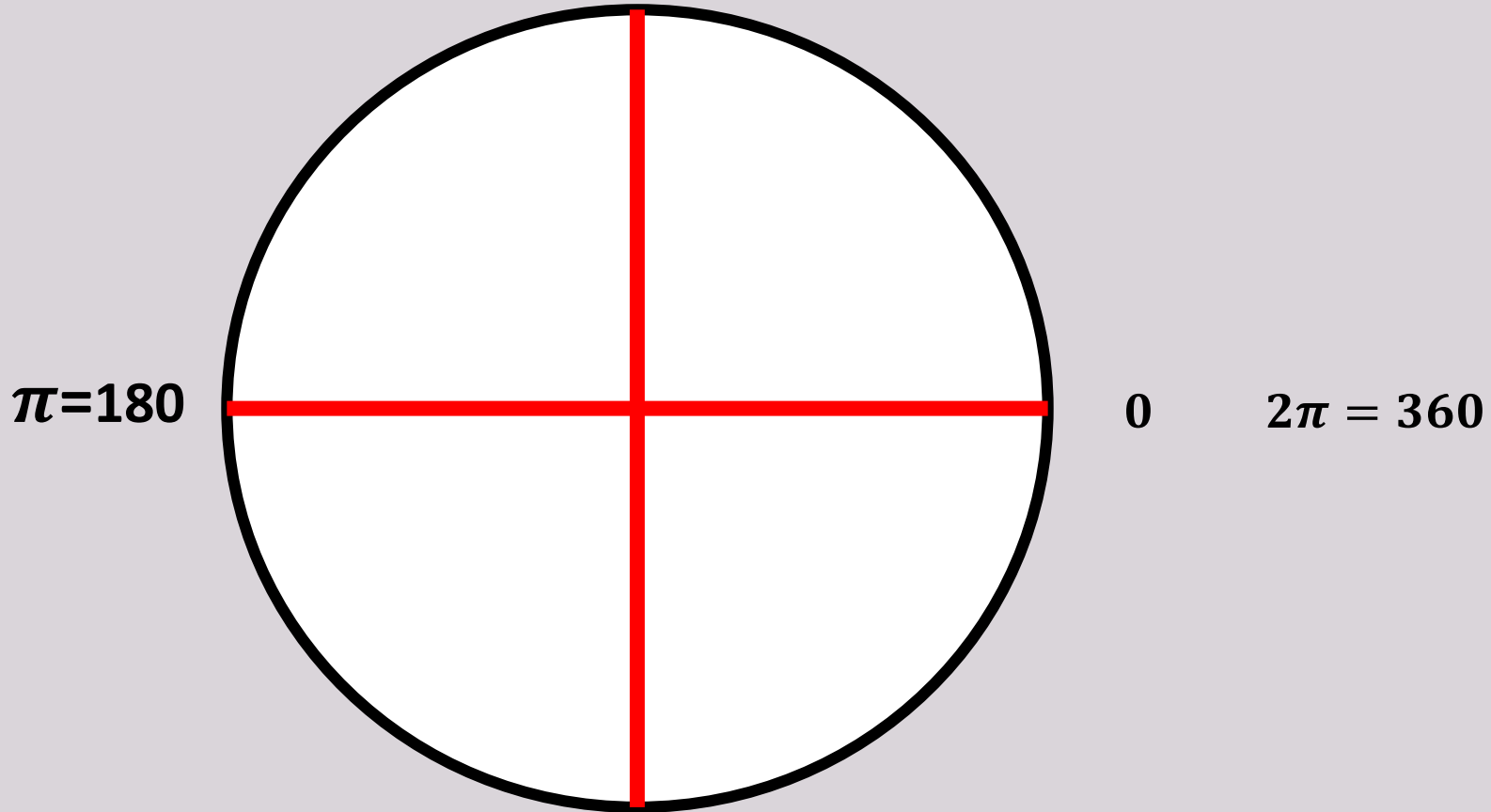
$\frac{\pi}{3}$  جنس ۶۰ درجہ یا



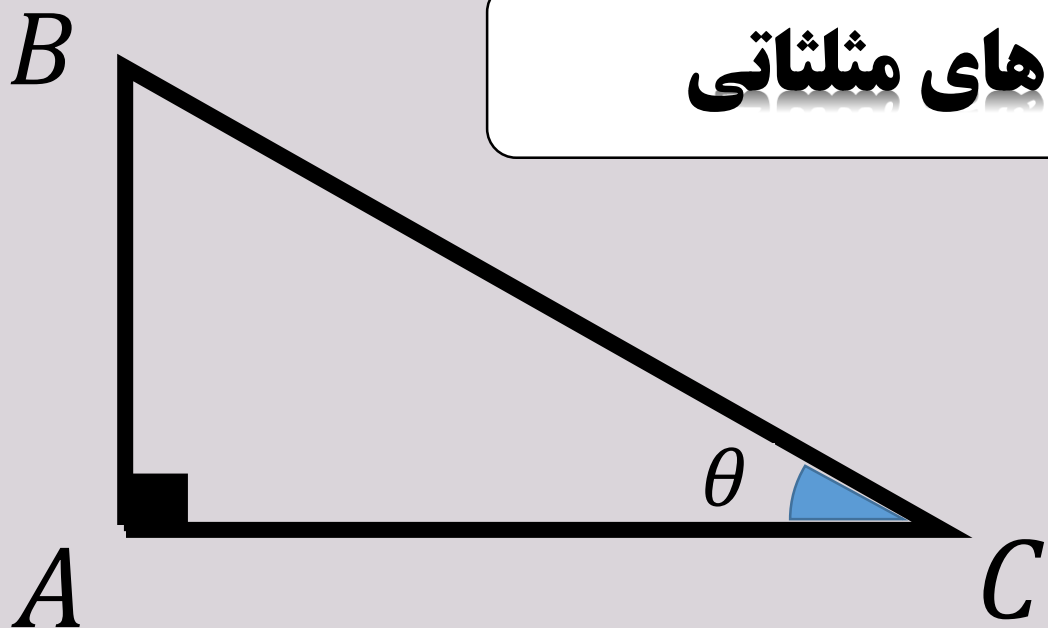


$\frac{\pi}{2}$  جنس ۹۰ درجہ یا

$$\frac{\pi}{2} = 90$$



## درسنامه ۲: نسبت های مثلثاتی



$$\sin \theta = \frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{وتر}} = \frac{AB}{BC}$$

$$\cos \theta = \frac{\text{ضلع مجاور}}{\text{وتر}} = \frac{AC}{BC}$$

$$\tan \theta = \frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{ضلع مجاور}} = \frac{AB}{AC}$$

$$\cot \theta = \frac{\text{ضلع مجاور}}{\text{ضلع مقابل}} = \frac{AC}{AB}$$

نسبت های مثلثاتی فقط و فقط و فقط در مثلث  
های قائم الزاویه کار می کنند.

نکته

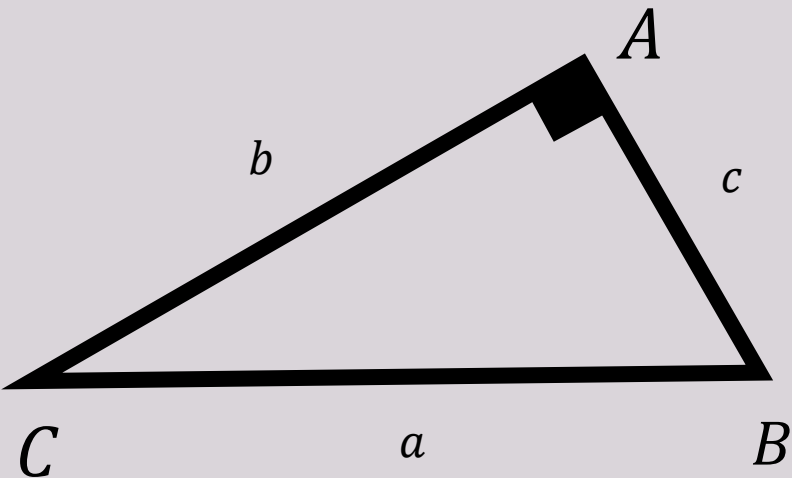


کار نسبت های مثلثاتی ارتباط بین زاویه و طول  
اضلاع است.

نکته



مسئله ۲: با توجه به شکل مقابل  $a + c = 18$  و  $\cos B = \frac{5}{13}$  مقدار  $\tan C$  کدام است؟



- (۱)  $\frac{5}{12}$     (۲)  $\sqrt{\frac{12}{5}}$     (۳)  $\frac{13}{5}$     (۴)  $\frac{5}{13}$

هدف:  $\tan C = \frac{c}{b}$

$\tan C = \frac{5}{12}$

$\cos B = \frac{c}{a}$

$\cos B = \frac{5}{13}$

$\frac{c}{a} = \frac{5}{13}$

$c = \frac{5}{13}a$

$a = 13$

$c = 5$

$a + c = 18$

$a + \frac{5}{13}a = 18$

$\frac{13a + 5a}{13} = 18$

$a = 13$

اعداد معروف فیثاغورسی

۱۳ و ۱۲ و ۵

$b = 12$

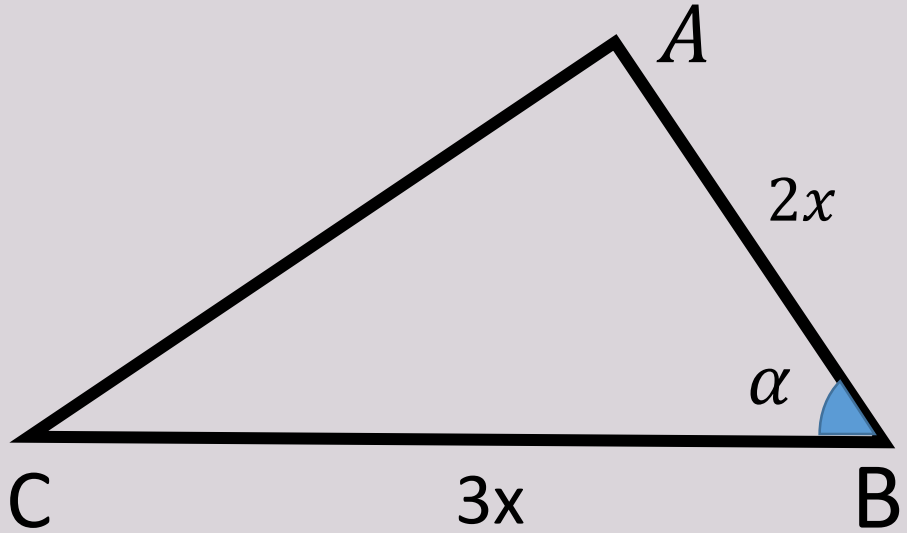
# معاروف ترين اعداد فيثاغورسي



3k , 4k , 5k

5k , 12k , 13k





**مسئله ۳** : با توجه به شکل مقابل حاصل  $\sqrt{\sin \alpha}$  چقدر است ؟

$$\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{3}} \quad (۲)$$

$$\frac{\sqrt[4]{3}}{3} \quad (۱)$$

$$\checkmark \frac{\sqrt[4]{5}}{\sqrt{3}} \quad (۴)$$

$$\frac{\sqrt[4]{3}}{\sqrt[4]{5}} \quad (۳)$$

$$\sin \alpha = \frac{x\sqrt{5}}{3x}$$

$$\sqrt{\sin \alpha} = \sqrt{\frac{\sqrt{5}}{3}}$$

$$\sqrt{\sin \alpha} = \frac{\sqrt[4]{5}}{\sqrt{3}}$$

هدف:  $\sin \alpha = \frac{AC}{BC}$

فیثاغورس

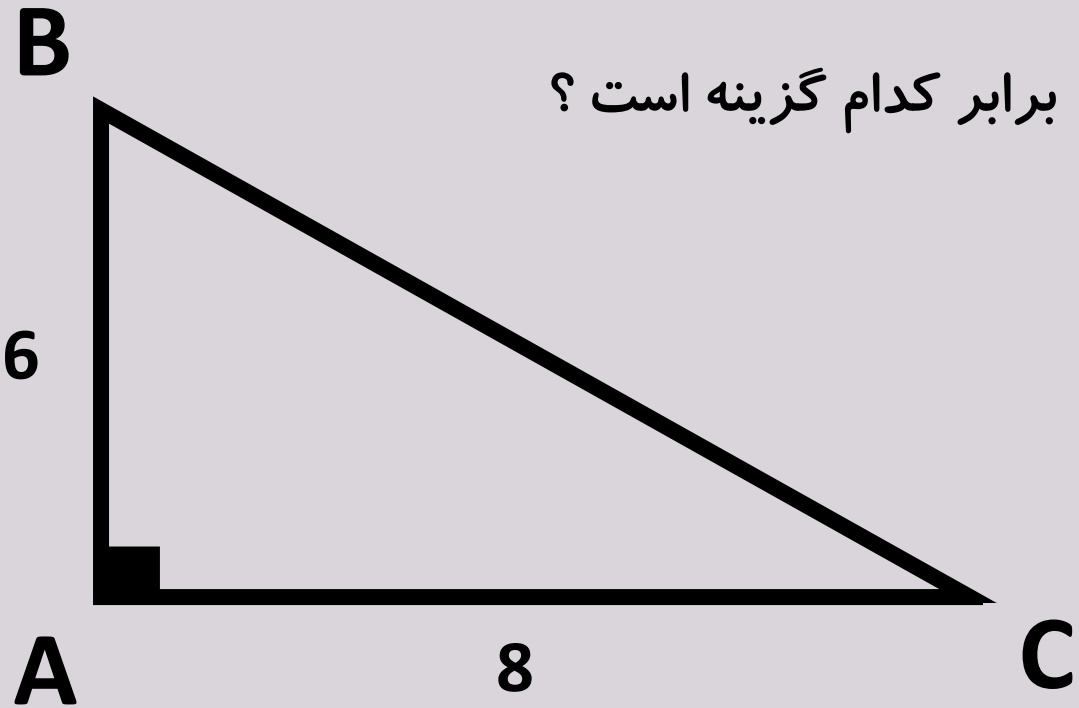
$$BC^2 = AC^2 + AB^2$$

$$AC^2 = BC^2 - AB^2$$

$$AC^2 = (3x)^2 - (2x)^2 = 9x^2 - 4x^2 = 5x^2$$

$$AC^2 = 5x^2$$

$$AC = \sqrt{5}x$$



$$\frac{\tan C - \cot C}{\cos B - \sin B}$$

مسئله ۴ : در شکل مقابل حاصل

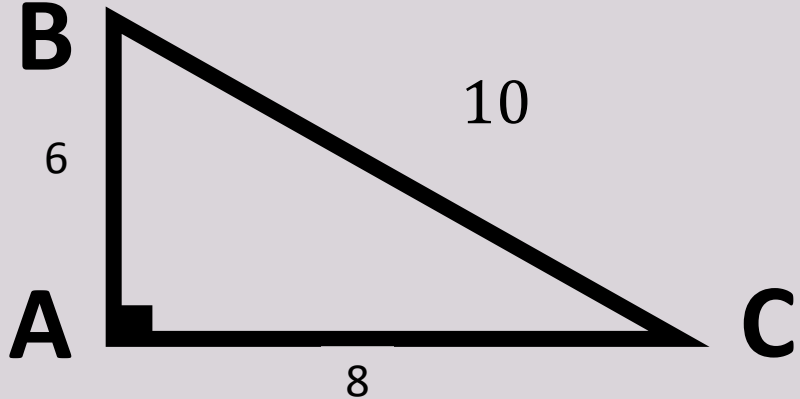
$$\frac{12}{35} \quad (۲)$$

$$\frac{35}{12} \quad (۱)$$

$$\frac{-7}{60} \quad (۴)$$

$$\frac{7}{60} \quad (۳)$$





$$\frac{\tan C - \cot C}{\cos B - \sin B}$$

اهداف :  $\tan C = \frac{AB}{AC}$  و  $\cot C = \frac{AC}{AB}$  و  $\cos B = \frac{AB}{BC}$  و  $\sin B = \frac{AC}{BC}$

طبق اعداد فیثاغورسی

$$BC = 10$$

$$\tan C = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$$

$$\cot C = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$$

$$\cos B = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$$

$$\sin B = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$$

جایگذاری

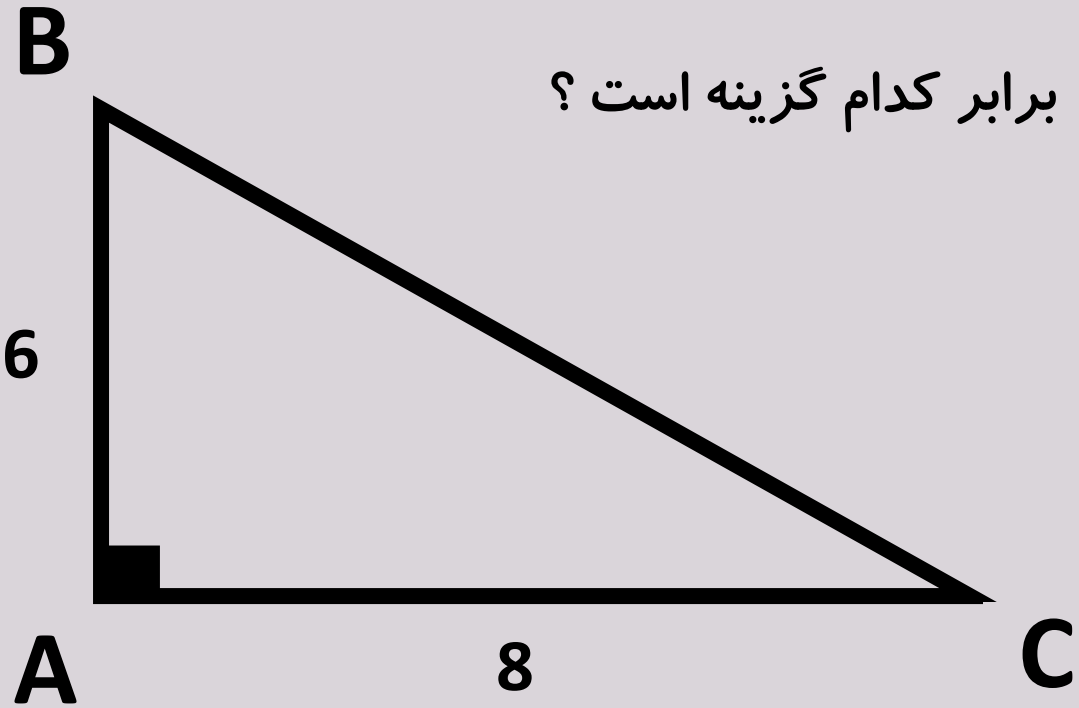
$$\frac{\frac{3}{4} - \frac{4}{3}}{\frac{3}{5} - \frac{4}{5}}$$

$$\frac{\frac{9 - 16}{12}}{-\frac{1}{5}}$$

$$\frac{-\frac{7}{12}}{-\frac{1}{5}}$$

$$\frac{35}{12}$$





$$\frac{\tan C - \cot C}{\cos B - \sin B}$$

مسئله ۴ : در شکل مقابل حاصل

$$\frac{12}{35} \quad (۲)$$

$$\checkmark \frac{35}{12} \quad (۱)$$

$$\frac{-7}{60} \quad (۴)$$

$$\frac{7}{60} \quad (۳)$$

# از نسبت های مثلثاتی می توان چند نتیجه گرفت

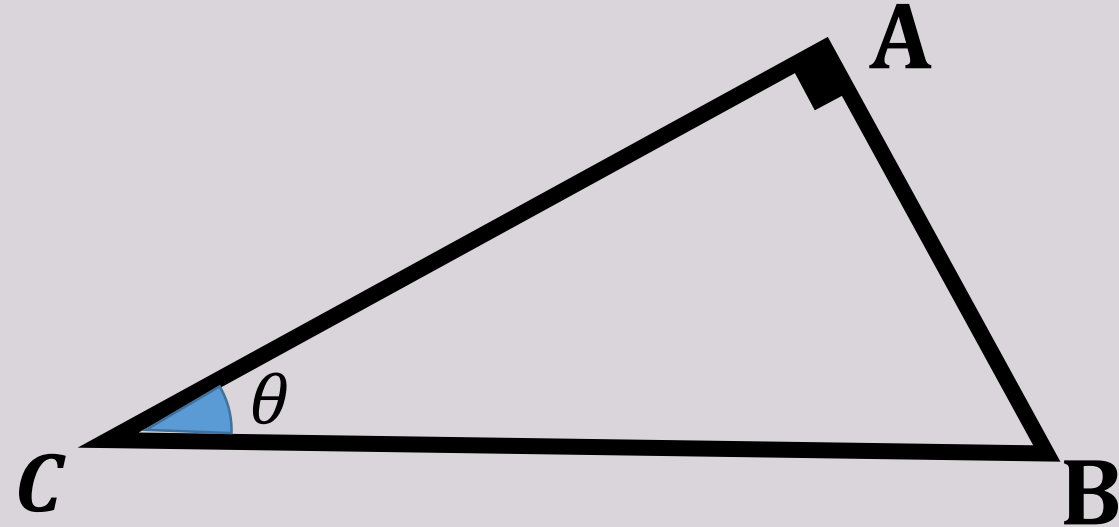


1

$$\tan \theta = \frac{1}{\cot \theta}$$

$$\cot \theta = \frac{1}{\tan \theta}$$

$$\tan \theta \cdot \cot \theta = 1$$



2

$$\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$$

اثبات

$$\tan \theta = \frac{AB}{AC} = \frac{\frac{AB}{BC}}{\frac{AC}{BC}} = \frac{AB}{AC} = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$$

3

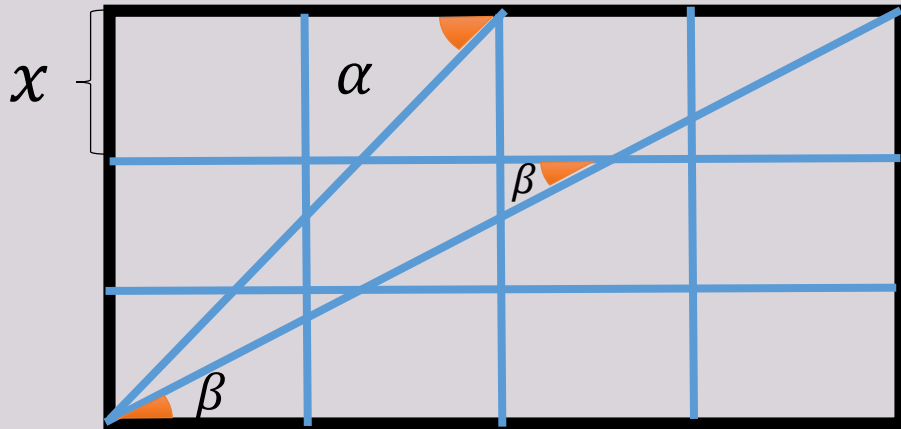
$$\cot \theta = \frac{\cos \theta}{\sin \theta}$$

اثبات

$$\cot \theta = \frac{AC}{AB} = \frac{\frac{AC}{BC}}{\frac{AB}{BC}} = \frac{AC}{AB} = \frac{\cos \theta}{\sin \theta}$$

## مسئله ۵

در شکل مقابل مربع های کوچک برابرند. حاصل  $25 \cos \beta \cdot \sin \beta + 2 \tan \alpha$  کدام است؟



۱۵ (۲)

۱۲ (۱)

۳۱ (۴)

۲۷ (۳)

$$\tan \alpha = \frac{3x}{2x}$$

$$\tan \alpha = \frac{3}{2}$$

$$2 \tan \alpha = 2 \left( \frac{3}{2} \right) = 3$$

$$\sin \beta = \frac{3x}{5x} = \frac{3}{5}$$

$$\cos \beta = \frac{4x}{5x} = \frac{4}{5}$$

$$\cos \beta \cdot \sin \beta = \left( \frac{4}{5} \right) \cdot \left( \frac{3}{5} \right) = \frac{12}{25}$$

$$25 \cos \beta \cdot \sin \beta = 25 \left( \frac{12}{25} \right) = 12$$

$$25 \cos \beta \cdot \sin \beta + 2 \tan \alpha = 12 + 3 = 15$$

# درسنامه ۳ : نسبت های مثلثاتی زاویه های (۰ و ۳۰ و ۴۵ و ۶۰ و ۹۰ درجه)

زاویه →	0	30	45	60	90
$\sin \theta$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos \theta$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\tan \theta$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	ت ن
$\cot \theta$	ت ن	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0

$$E = mc^2$$

$$m\vec{a} = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i$$

$$a^2 + b^2 = c^2$$

$$S = \pi R^2$$

$$\pi = 3.1415926$$

5458792600

82706687146

???



79

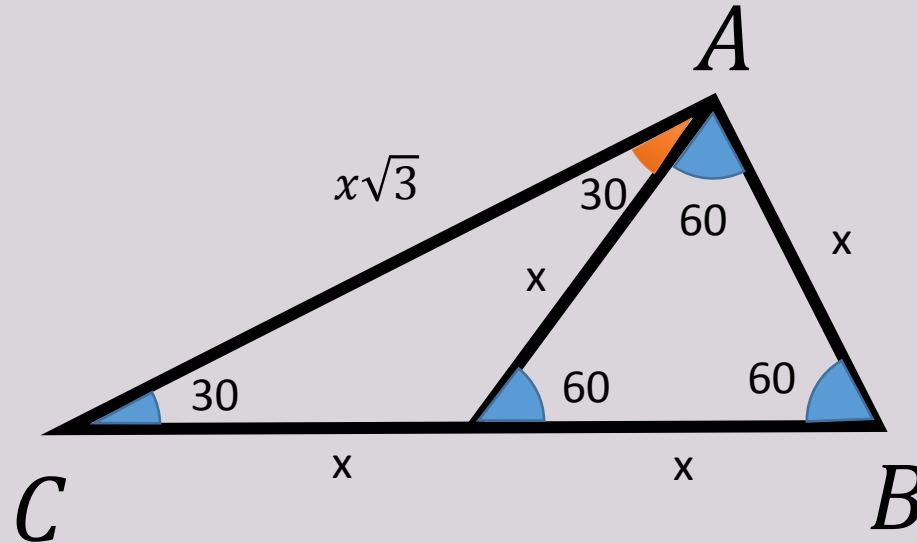
# اثبات نسبت های مثلثاتی زاویه های ۳۰ و ۶۰ درجه

$$\sin 30 = \frac{x}{2x} = \frac{1}{2}$$

$$\cos 30 = \frac{x\sqrt{3}}{2x} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\tan 30 = \frac{x}{x\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\cot 30 = \frac{x\sqrt{3}}{x} = \sqrt{3}$$



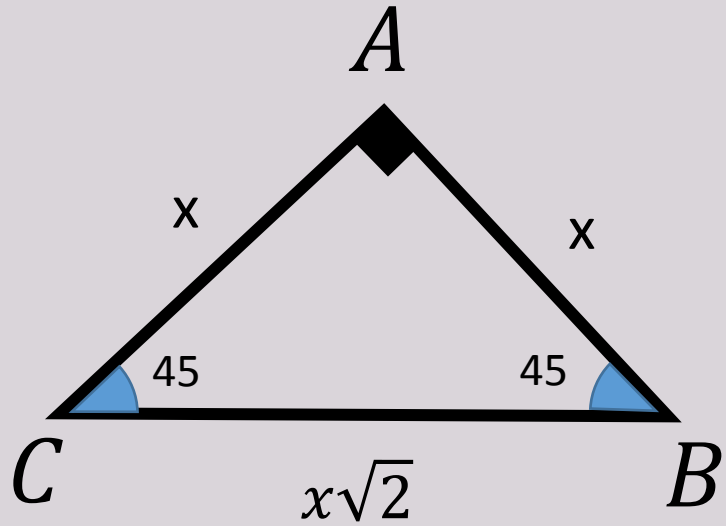
$$\sin 60 = \frac{x\sqrt{3}}{2x} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\cos 60 = \frac{x}{2x} = \frac{1}{2}$$

$$\tan 60 = \frac{x\sqrt{3}}{x} = \sqrt{3}$$

$$\cot 60 = \frac{x}{x\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

# اثبات نسبت های مثلثاتی زاویه های ۴۵ درجه



$$\sin 45 = \frac{x}{x\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\tan 45 = 1$$

$$\cos 45 = \frac{x}{x\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\cot 45 = 1$$

$$x \cdot \cos 60 = \frac{\sqrt{3} \tan 60 - 4 \sin 30}{2\sqrt{2} \cos 45 + \cot 45}$$

کدام است؟

مسئله ۶: مقدار  $x$  در تساوی

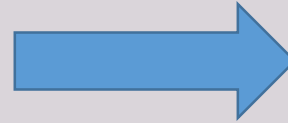
$$\frac{3}{2} \quad (۴)$$

$$3 \quad (۳)$$

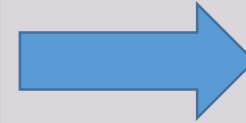
$$\frac{2}{3} \quad (۲)$$

$$\frac{1}{3} \quad (۱)$$

$$x \cdot \left(\frac{1}{2}\right) = \frac{\sqrt{3} (\sqrt{3}) - 4 \left(\frac{1}{2}\right)}{2\sqrt{2} \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) + 1}$$



$$\frac{x}{2} = \frac{3 - 2}{2 + 1}$$



$$\frac{x}{2} = \frac{1}{3}$$

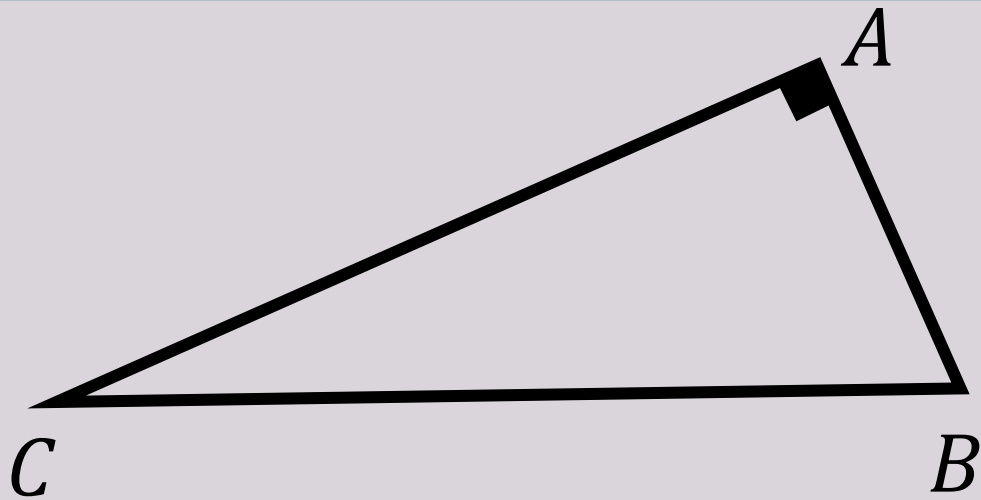


$$x = \frac{2}{3}$$

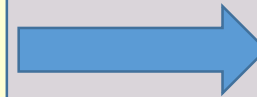




# روابط بین نسبت های مثلثاتی زاویه های متمم



$$\text{if } B + C = 90$$



$$\begin{aligned} \sin B &= \cos C \\ \sin C &= \cos B \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tan B &= \cot C \\ \tan C &= \cot B \end{aligned}$$

**اثبات**

$$\sin B = \frac{AC}{BC}$$

$$\cos C = \frac{AC}{BC}$$

$$\sin B = \cos C$$

$$\tan B = \frac{AC}{AB}$$

$$\cot C = \frac{AC}{AB}$$

$$\tan B = \cot C$$

# مثال

$$\sin 30 = \cos 60$$

$$\sin 25 = \cos 65$$

$$\tan 30 = \cot 60$$

$$\tan 25 = \cot 65$$

$$\cos 10 = \sin 80$$

$$\cos 50 = \sin 40$$

$$\cot 10 = \tan 80$$

$$\cot 50 = \tan 40$$

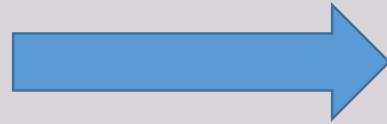
مسئله ۷ : حاصل عبارت  $P = \frac{5 \sin 2 \cdot \cot 83 \cdot \tan 76}{8 \cot 14 \cdot \cos 88 \cdot \tan 7}$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{5}{8}$       (۲)  $-\frac{5}{8}$       (۳)  $\frac{8}{5}$       (۴)  $-\frac{8}{5}$

$$\sin 2 = \cos 88$$

$$\tan 7 = \cot 83$$

$$\tan 76 = \cot 14$$



$$\frac{5 \sin 2 \cdot \cot 83 \cdot \tan 76}{8 \cot 14 \cdot \cos 88 \cdot \tan 7} = \frac{5}{8}$$

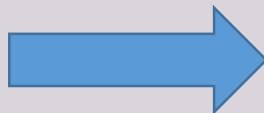
مسئله ۸: حاصل عبارت  $\cot 1 \times \cot 2 \times \cot 3 \times \dots \times \cot 89$  برابر کدام است؟

$$\cot 89 = \tan 1$$

$$\cot 88 = \tan 2$$



$$\cot 45 = \tan 45$$



$$\cot 1 \times \cot 2 \times \dots \times \cot 45 \times \tan 1 \times \tan 2 \times \dots \times \tan 45 = 1$$

۱ (۱)

۴۵ (۲)

۹۰ (۳)

صفر (۴)



مسئله ۹: اگر

$$\cot x = \frac{1}{2}$$

باشد حاصل

$$\frac{3 \cos x - 4 \sin x}{2 \sin x - 5 \cos x}$$

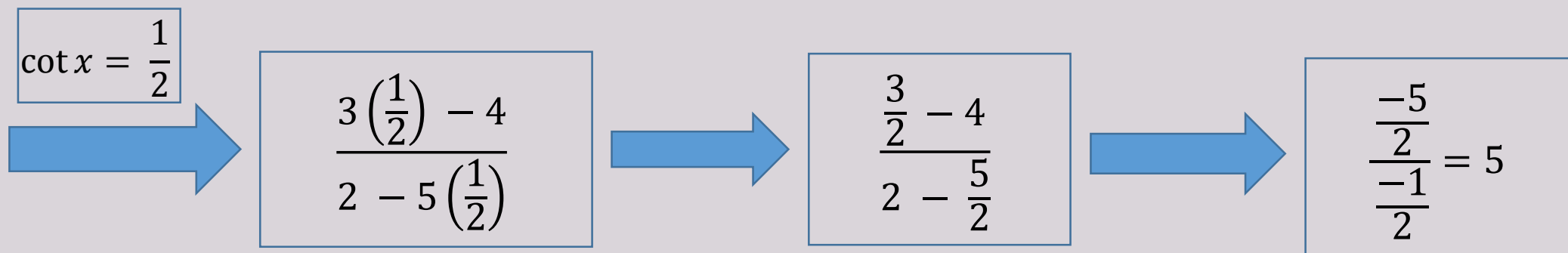
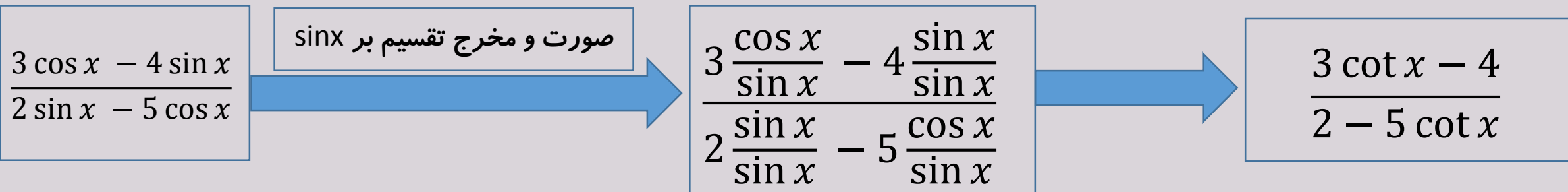
کدام است؟

۵ (۱)

-۵ (۲)

۴ (۳)

-۴ (۴)



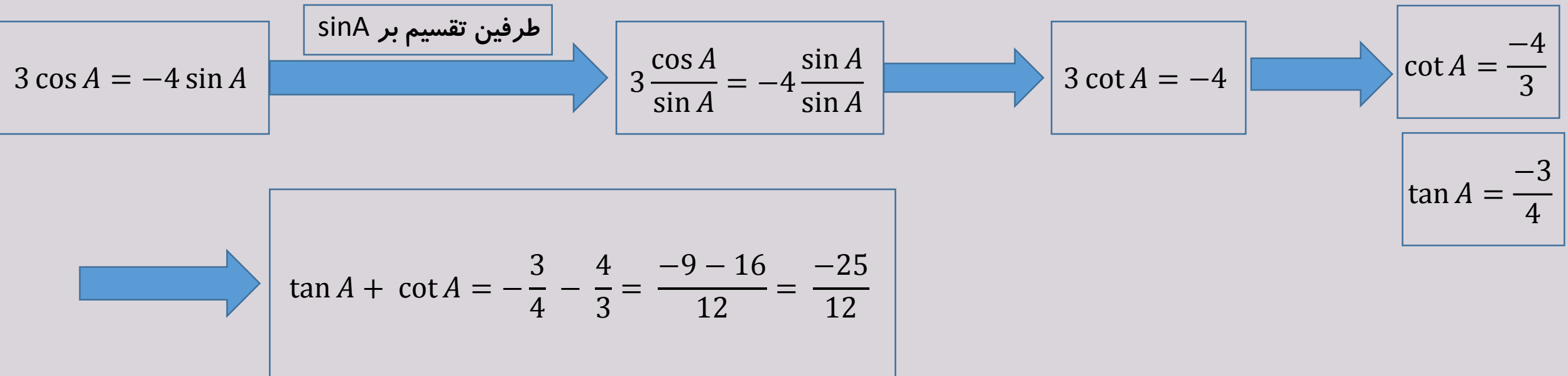
مسئله ۱۰: اگر داشته باشیم  $3 \cos A + 4 \sin A = 0$  در این صورت  $\tan A + \cot A$  کدام است؟

$$\frac{12}{25} \quad (۱)$$

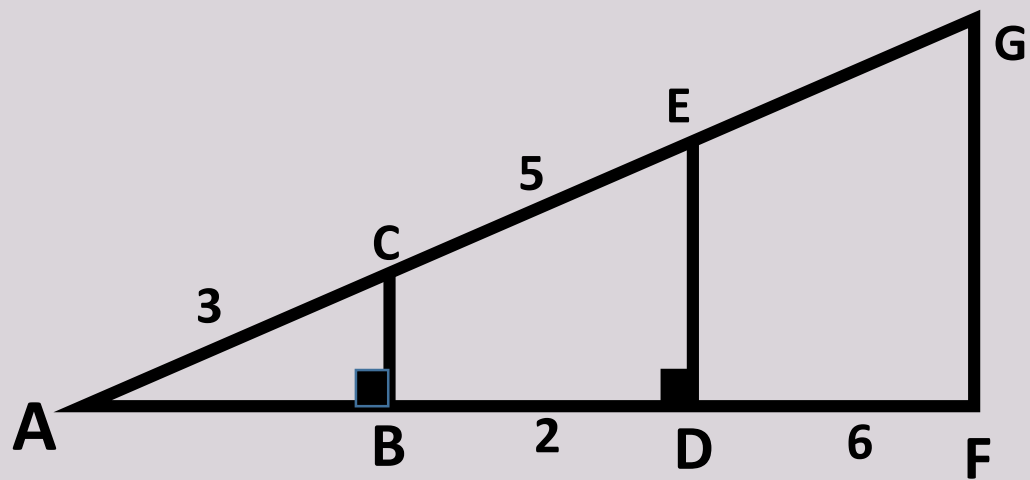
$$\frac{12}{-25} \quad (۲)$$

$$\frac{-25}{12} \quad (۳)$$

$$\frac{25}{12} \quad (۴)$$



مسئله ۱۱: با توجه به شکل مقابل  $\sin G$  کدام است؟



$$\sin G = \cos A$$

$$\frac{2}{5} \text{ (۴)}$$

$$\frac{3}{5} \text{ (۳)}$$

$$\frac{2}{3} \text{ (۲)}$$

$$\frac{5}{6} \text{ (۱)}$$

$$\cos A = \frac{AB}{AC} = \frac{AD}{AE}$$

$$\frac{x}{3} = \frac{x+2}{8}$$

$$8x = 3(x+2)$$

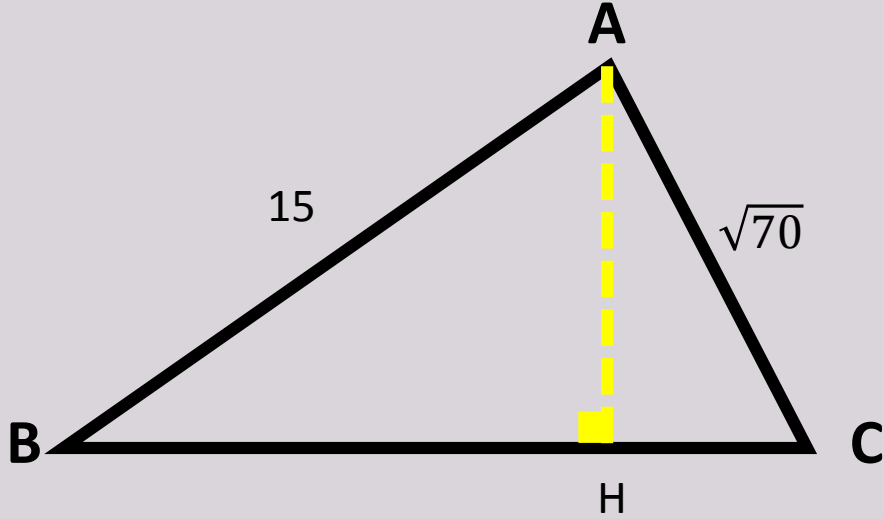
$$8x = 3x + 6$$

$$5x = 6$$

$$x = \frac{6}{5}$$

$$\cos A = \frac{6}{3 \cdot 5} = \frac{2}{5}$$

**مسئله ۱۲ :** در شکل مقابل اگر  $\sin B = \frac{\sqrt{7}}{5}$  باشد آنگاه  $\cot C$  کدام است ؟



- (۱) ۳
- (۲)  $3\sqrt{3}$
- (۳)  $\frac{1}{3}$
- (۴)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$

$$\sin B = \frac{AH}{AB}$$

$$\frac{AH}{15} = \frac{\sqrt{7}}{5}$$

$$AH = 3\sqrt{7}$$

$$\cot C = \frac{HC}{AH} = ?$$

مثلث در  $AHC$

قضیه فیثا غورس

$$AC^2 = AH^2 + HC^2$$

$$(\sqrt{70})^2 = (3\sqrt{7})^2 + HC^2$$

$$HC^2 = 70 - 63$$

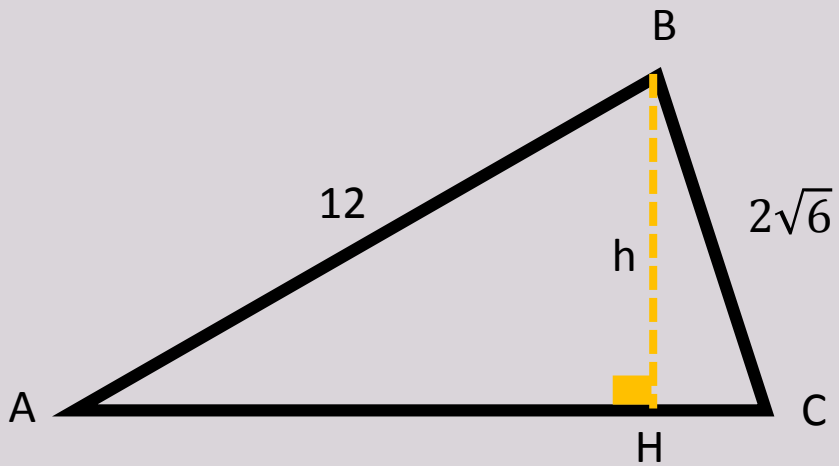
$$HC^2 = 7$$

$$HC = \sqrt{7}$$

$$\cot C = \frac{\sqrt{7}}{3\sqrt{7}} = \frac{1}{3}$$



مسئله ۱۳: زاویه B در مثلث مقابل چند درجه است؟



$$\theta + 35 \quad (۲)$$

$$\theta + 15 \quad (۱)$$

$$\theta + 60 \quad (۴)$$

$$\theta + 45 \quad (۳)$$

$$\sin \theta = \frac{\sqrt{3}}{6} = \frac{h}{12}$$

$$h = 2\sqrt{3}$$

در مثلث BHC

قضیه فیثاغورس

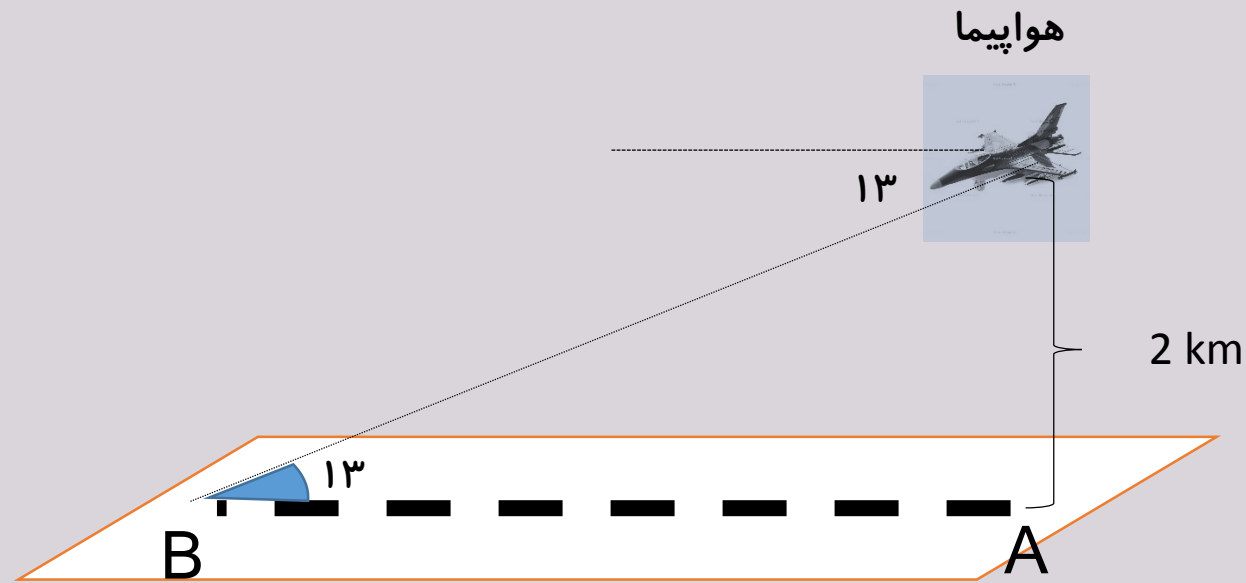
$$(2\sqrt{6})^2 = HC^2 + (2\sqrt{3})^2$$

$$HC^2 = 24 - 12 = 12$$

$$HC = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$$

$$\hat{C} = 45$$

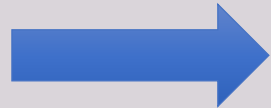
**مسئله ۱۴:** یک هواپیما در ارتفاع ۲ km از سطح زمین در حال فرود آمدن است. اگر زاویه هواپیما با افق ۱۳ درجه باشد هواپیما با چه فاصله ای تقریباً بر حسب کیلو متر از نقطه A فرود خواهد آمد؟ (tan 13 ~ 0/23)



$$۸/۲۸ \text{ (۲)} \quad ۸/۱۲ \text{ (۱)}$$

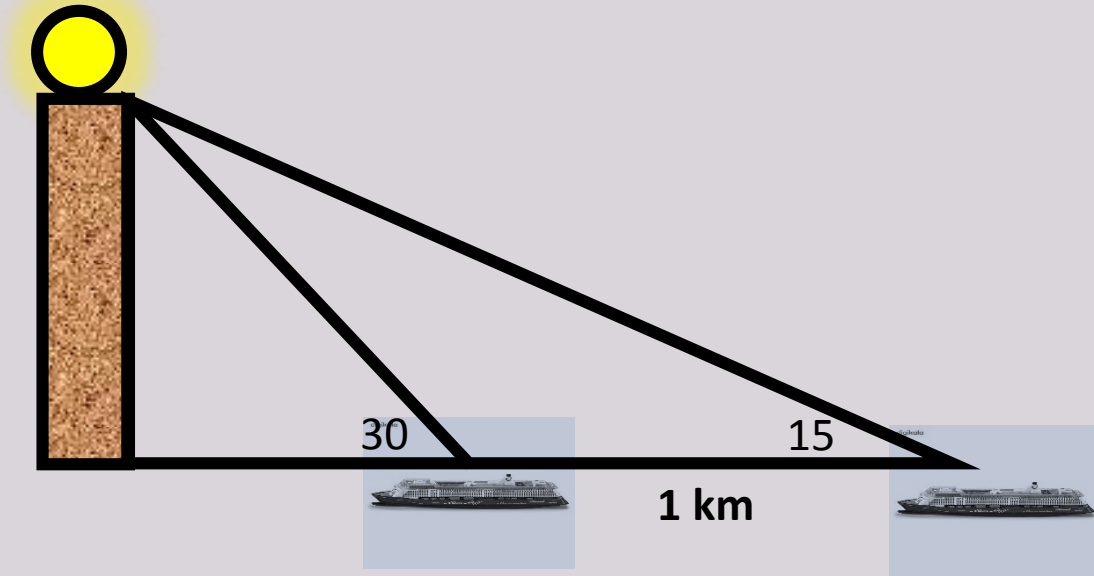
$$۸/۶۹ \text{ (۴)} \quad ۸/۵۴ \text{ (۳)}$$

$$\tan 13 = \frac{AC}{AB}$$



$$AB = \frac{AC}{\tan 13} = \frac{2}{\frac{23}{100}} = \frac{200}{23} = 8/69$$

**مسئله ۱۵:** دو کشتی مطابق شکل، نوری از برج مراقبت دریافت میکنند. اگر کشتی C نور را با زاویه ۱۵ درجه و کشتی B نور را با زاویه ۳۰ درجه دریافت کند نسبت به خط افق و فاصله دو کشتی 1 km باشد. فاصله کشتی C از محل انتشار نور چند کیلومتر است؟

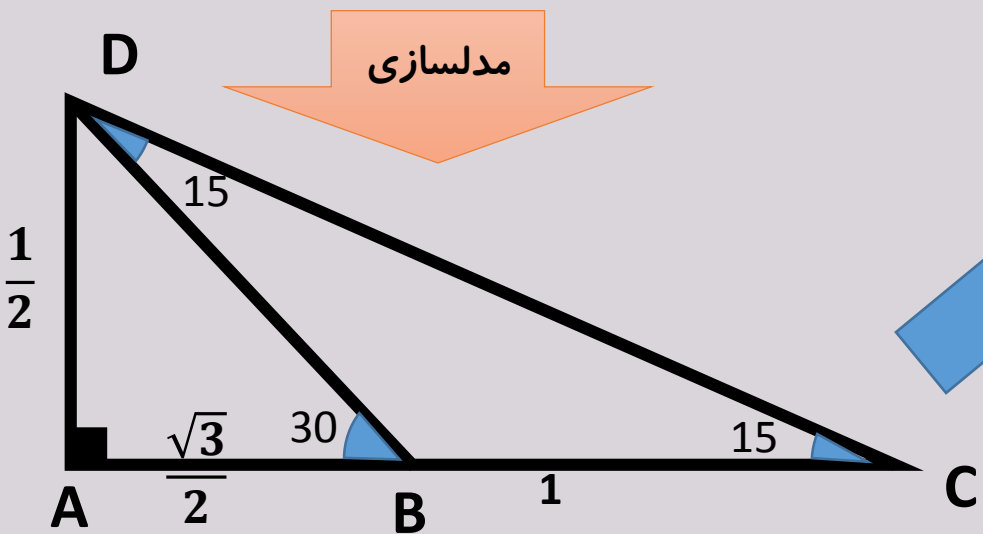
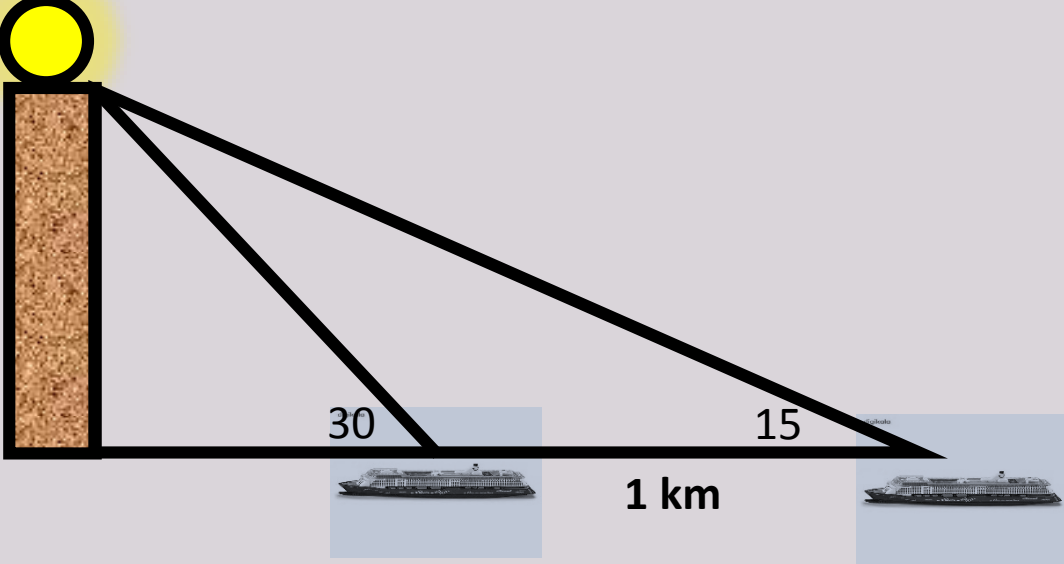


(1)  $2 + \sqrt{3}$

(2)  $\sqrt{2 + \sqrt{3}}$

(3)  $2 + 2\sqrt{3}$

(4)  $\sqrt{2 + 2\sqrt{3}}$

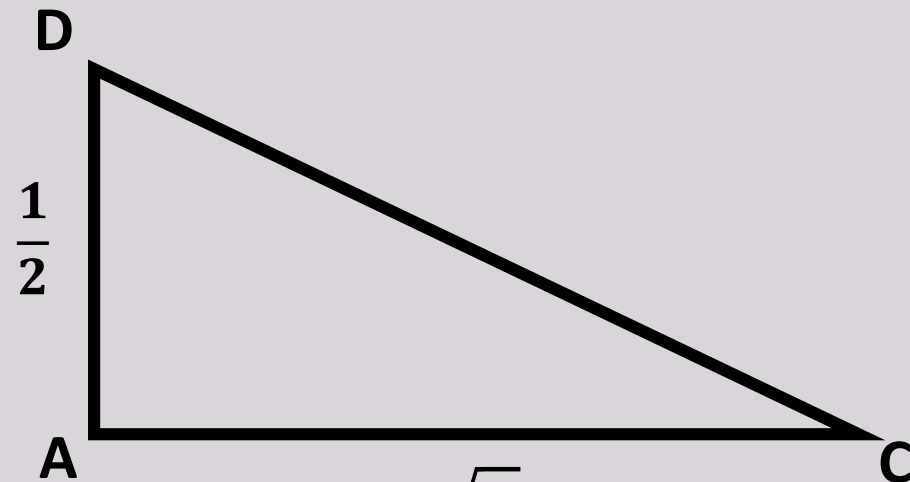


مدلسازی

ساده سازی شکل

$$\sin 30 = \frac{AD}{1} = \frac{1}{2}$$

$$\sin 60 = \frac{AB}{1} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$



$$CD^2 = \left(1 + \frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2$$

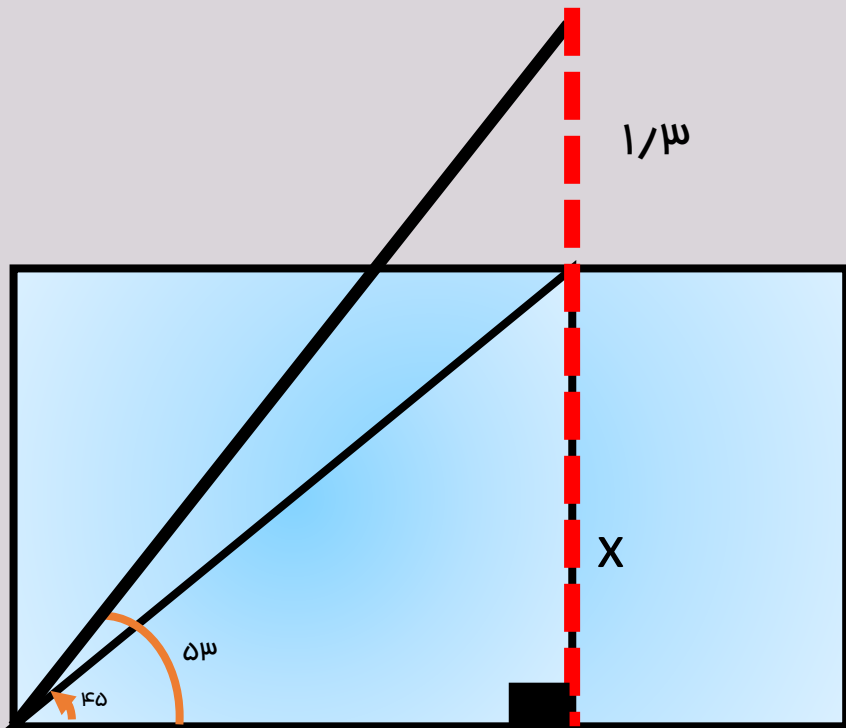
$$CD^2 = 1 + \sqrt{3} + \frac{3}{4} + \frac{1}{4}$$

$$CD^2 = 2 + \sqrt{3} \longrightarrow CD = \sqrt{2 + \sqrt{3}}$$

مسئله ۱۶: در داخل حوضچه یک شهر بازی میله ای به صورت عمودی قرار گرفته است . اگر طول قسمت بیرون آب

میله  $\frac{1}{3}$  متر باشد و قسمت انتهایی میله با نقطه ای در انتهای حوضچه زاویه  $53^\circ$  درجه و قسمت ابتدایی بیرون آب

زاویه  $45^\circ$  بسازد ، طول میله چند متر است ؟  $(\tan 53 \simeq \frac{3}{2})$



$$\tan 53 = \frac{1/3 + x}{x}$$

$$\frac{3}{2} = \frac{1/3 + x}{x}$$

(۱)  $\frac{2}{3}$

(۲)  $\frac{2}{2}$

(۳)  $\frac{2}{6}$

$$3x = 2/6 + 2x$$

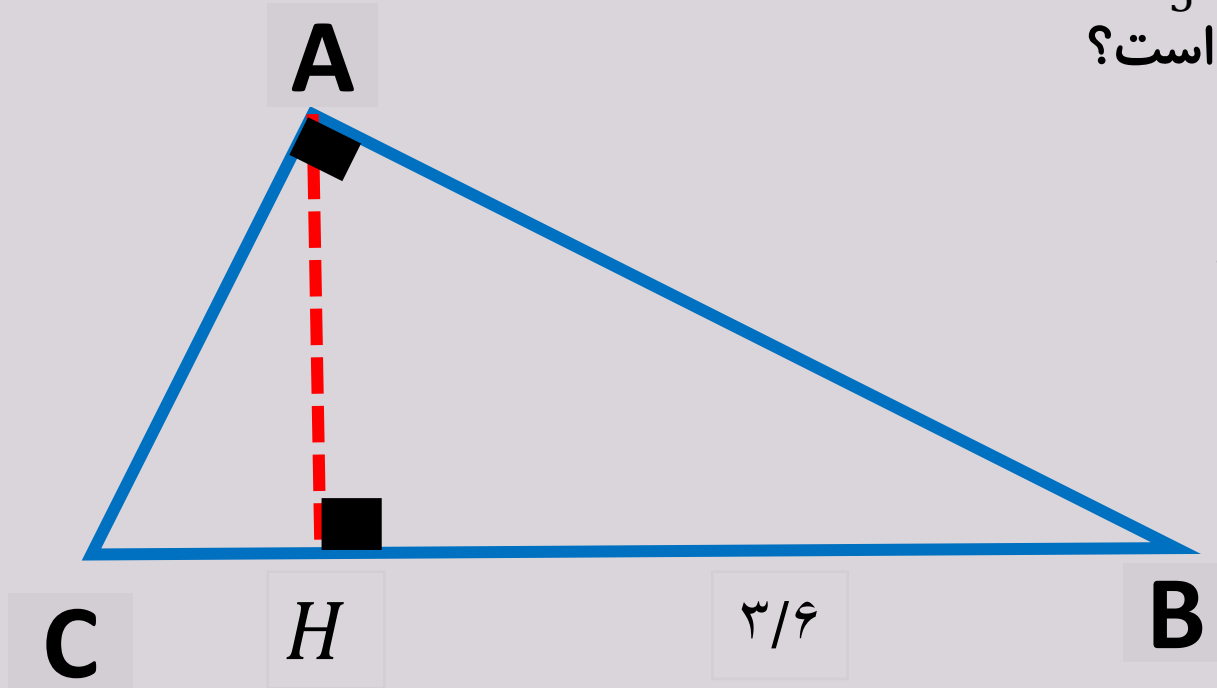
$$x = 2/6$$

(۴)  $\frac{3}{9}$

$$\text{طول میله} = \frac{2}{6} + \frac{1}{3} = \frac{3}{9}$$

**مسئله ۱۷:** در مثلث قائم الزاویه  $ABC$  ( $A = 90$ ) و  $\tan C = \frac{3}{5}$  و طول تصویر ضلع  $AB$  بر روی ضلع  $BC$  برابر  $\frac{3}{6}$  است. اندازه ارتفاع وارد بر وتر کدام است؟

۴ (۱)      ۲/۸ (۲)      ۳/۵ (۳)      ۴ (۶)



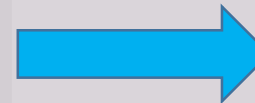
$$\tan C = \frac{AH}{CH} = \frac{3}{5}$$

از طرفی

$$\tan C = \cot B$$

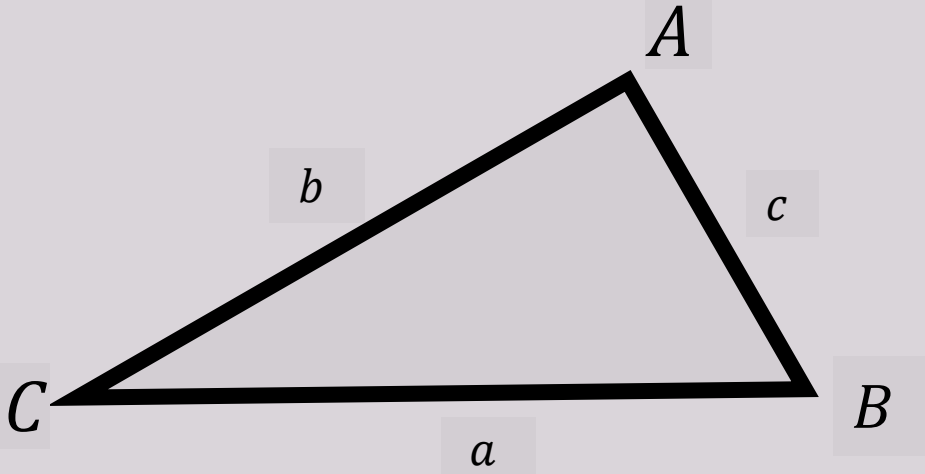
$$\cot B = \frac{3/6}{AH}$$

$$\frac{3/6}{AH} = \frac{3}{5}$$



$$AH = \frac{5}{3} \times \frac{3}{6} = 6$$

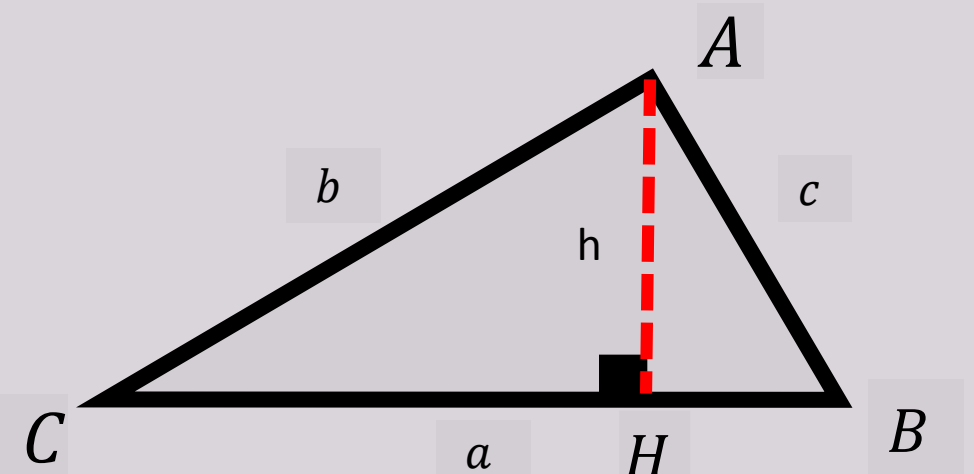
# درسنامه ۳ : تعیین مساحت مثلث به کمک نسبت های مثلثاتی



$$S = \frac{1}{2} a \cdot c \sin B$$

$$S = \frac{1}{2} b \cdot c \sin A$$

$$S = \frac{1}{2} a \cdot b \sin C$$



اثبات

$$\sin B = \frac{h}{c}$$

$$h = c \cdot \sin B$$

$$S = \frac{1}{2} h \cdot a$$

$$S = \frac{1}{2} c \cdot \sin B \cdot a = \frac{1}{2} ac \cdot \sin B$$

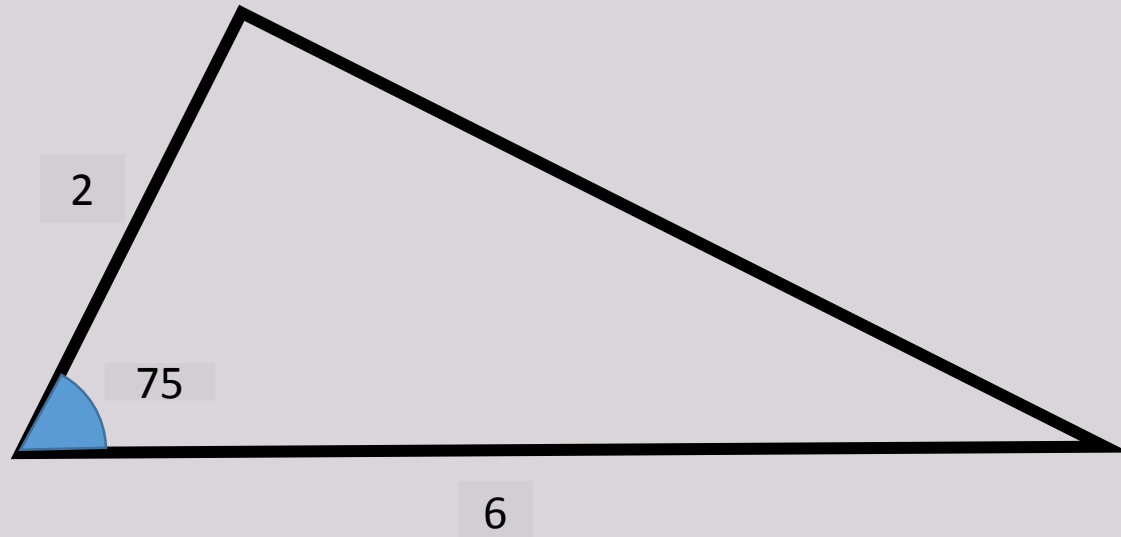


اگر در یک مثلث دلخواه طول دو ضلع و زاویه بین آن ها را داشته باشیم با استفاده از روابط اثبات شده می توان مساحت آن را به دست آورد.



$$(\cos 15 \approx 0.96)$$

مسئله ۱۸: مساحت مثلث مقابل چقدر است؟



$$2/88 \text{ (۲)}$$

$$5/76 \text{ (۱)}$$

$$10/52 \text{ (۴)}$$

$$11/52 \text{ (۳)}$$

$$S = \frac{1}{2} \times 2 \times 6 \times \sin 75$$

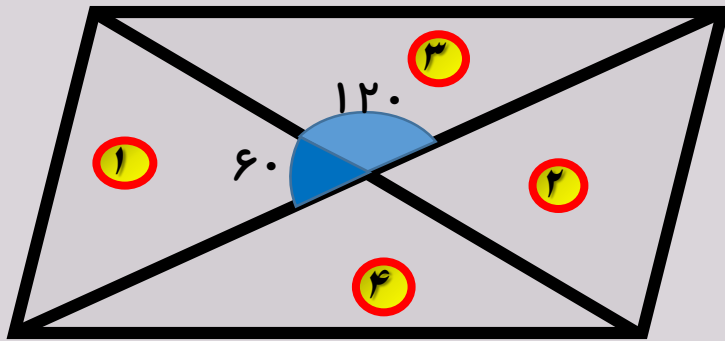
$$\sin 75 = \cos 15$$

$$S = \frac{1}{2} \times 2 \times 6 \times \cos 15$$

$$S = \frac{1}{2} \times 2 \times 6 \times \frac{96}{100}$$

$$S = 5/76$$

**مسئله ۱۹:** در متوازی الاضلاعی اندازه دو قطر ۱۲ و  $8\sqrt{3}$  واحد و زاویه ی بین دو قطر  $60^\circ$  درجه می باشد مساحت متوازی الاضلاع کدام است؟ (sin 60 = sin 120)



۷۲ (۴)      ۶۴ (۳)      ۵۴ (۲)      ۴۸ (۱)

$$\frac{1}{2} (6) (4\sqrt{3}) \sin 60 = \frac{1}{2} (6) (4\sqrt{3}) \frac{\sqrt{3}}{2} = 18$$

مساحت های مثلث ۱ و ۲ برابرند

$$2 \times 18 = 36$$

$$\frac{1}{2} (6) (4\sqrt{3}) \sin 120 = \frac{1}{2} (6) (4\sqrt{3}) \frac{\sqrt{3}}{2} = 18$$

مساحت های مثلث ۳ و ۴ برابرند

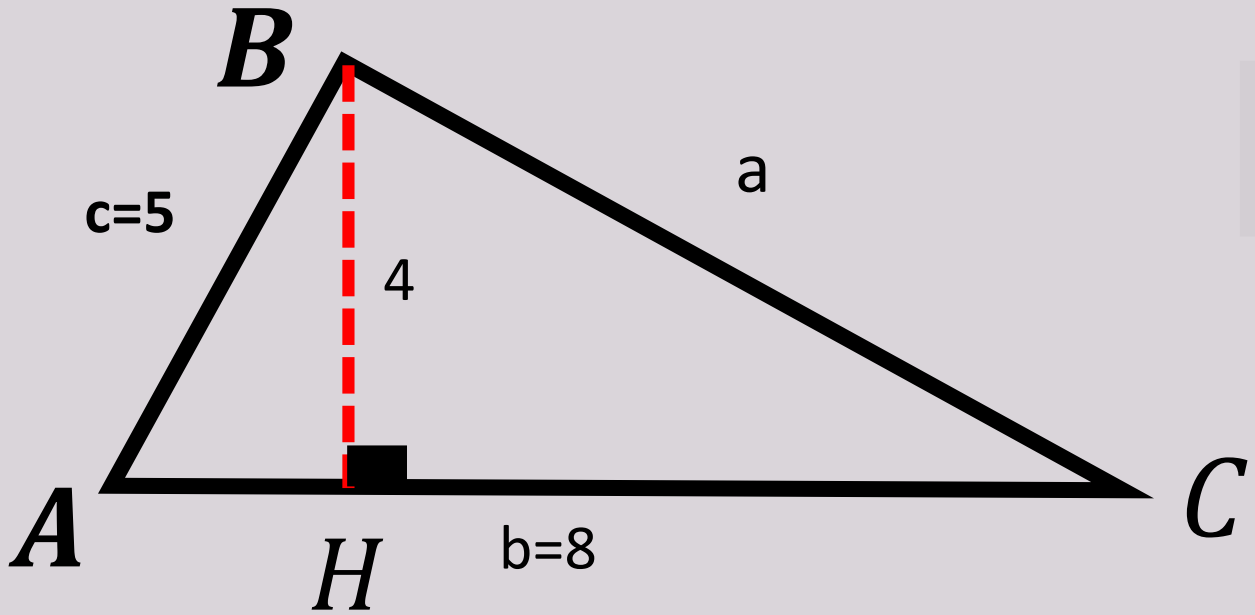
$$2 \times 18 = 36$$

$$36 + 36 = 72$$



اگر قطر های یک متوازی الاضلاع را رسم کنیم مساحت ۴ مثلث  
ایجاد شده با هم برابر هستند.

**مسئله ۲۰:** مساحت مثلث ABC برابر ۱۶ متر مربع است. اگر  $b=8$  و  $c=5$  باشد، اندازه ضلع متوسط  $a$  کدام است؟  $B$ ؟



$$S = 16$$

$$\sqrt{39} \quad (۱)$$

$$\sqrt{41} \quad (۲)$$

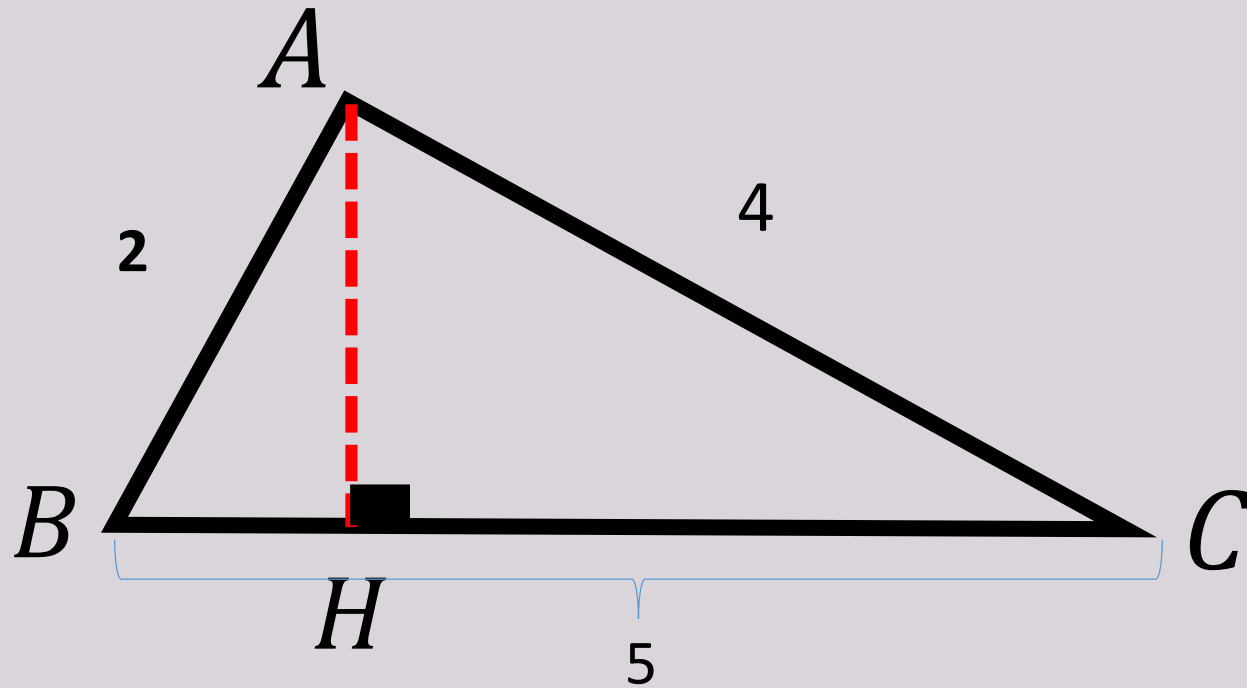
$$3\sqrt{5} \quad (۳)$$

$$S = \frac{1}{2} b \cdot c \cdot \sin A \quad \longrightarrow \quad 16 = \frac{1}{2} \times 5 \times 8 \times \sin A \quad \longrightarrow \quad \sin A = \frac{16}{20} = \frac{4}{5} \quad (۴)$$

$$\sin A = \frac{BH}{AB} \quad \longrightarrow \quad \frac{4}{5} = \frac{BH}{5} \quad \longrightarrow \quad BH = 4 \quad \longrightarrow \quad AH = 3 \quad \longrightarrow \quad HC = 5$$

$$\text{فیثاغورس} \quad \longrightarrow \quad a^2 = BH^2 + HC^2 \quad \longrightarrow \quad a^2 = 16 + 25 = 41 \quad \longrightarrow \quad a = \sqrt{41}$$

**مسئله ۲۱ :** در مثلث ABC با ابعاد ۲ و ۴ و ۵ ، ارتفاع وارد بر ضلع بزرگ تر دو مثلث ایجاد می کند . مساحت مثلث بزرگ تر چند برابر مساحت مثلث ABC است ؟



(۱) 0/7

(۲) 0/74

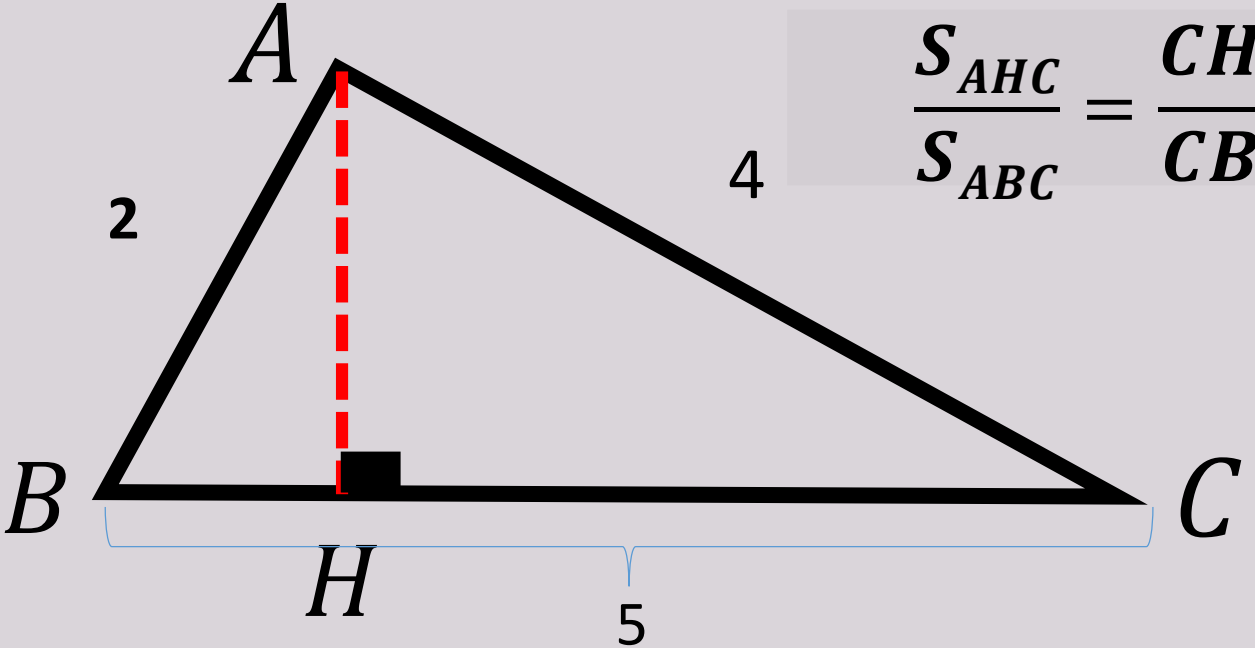
(۳) 0/86

(۴) 0/6

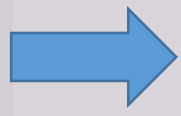
$$\frac{S_{AHC}}{S_{ABC}} = \frac{\frac{1}{2} AC \times CH \times \sin C}{\frac{1}{2} AC \times CB \times \sin C}$$



$$\frac{CH}{CB} = \frac{CH}{5}$$



$$\frac{S_{AHC}}{S_{ABC}} = \frac{CH}{CB} = \frac{CH}{5}$$

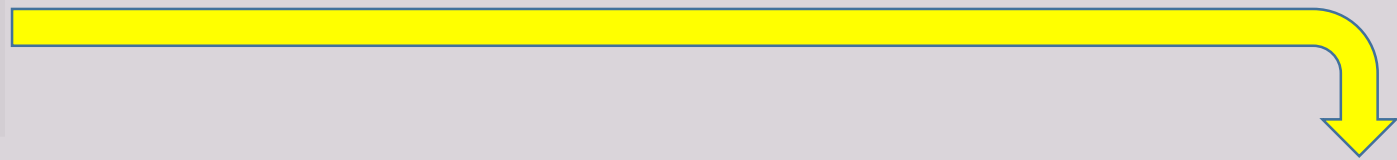


$$\frac{S_{AHC}}{S_{ABC}} = \frac{3/7}{5} = 0/74$$

فیثاغورس  
در ACH



$$16 = AH^2 + HC^2$$



فیثاغورس  
در ABH



$$AB^2 = BH^2 + AH^2$$



$$4 = (5 - HC)^2 + AH^2$$



$$4 = 25 - 10HC + \underbrace{HC^2 + AH^2}_{16}$$

$$4 = 25 - 10HC + 16$$



$$10HC = 25 + 16 - 4$$



$$HC = \frac{37}{10}$$

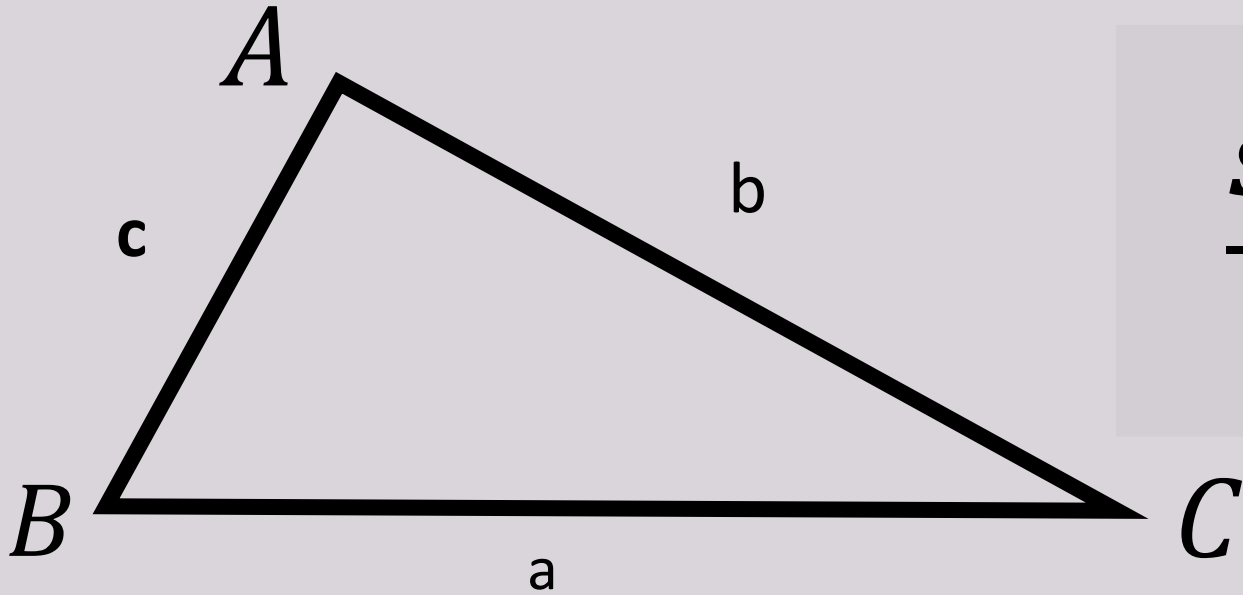


$$HC = 3/7$$

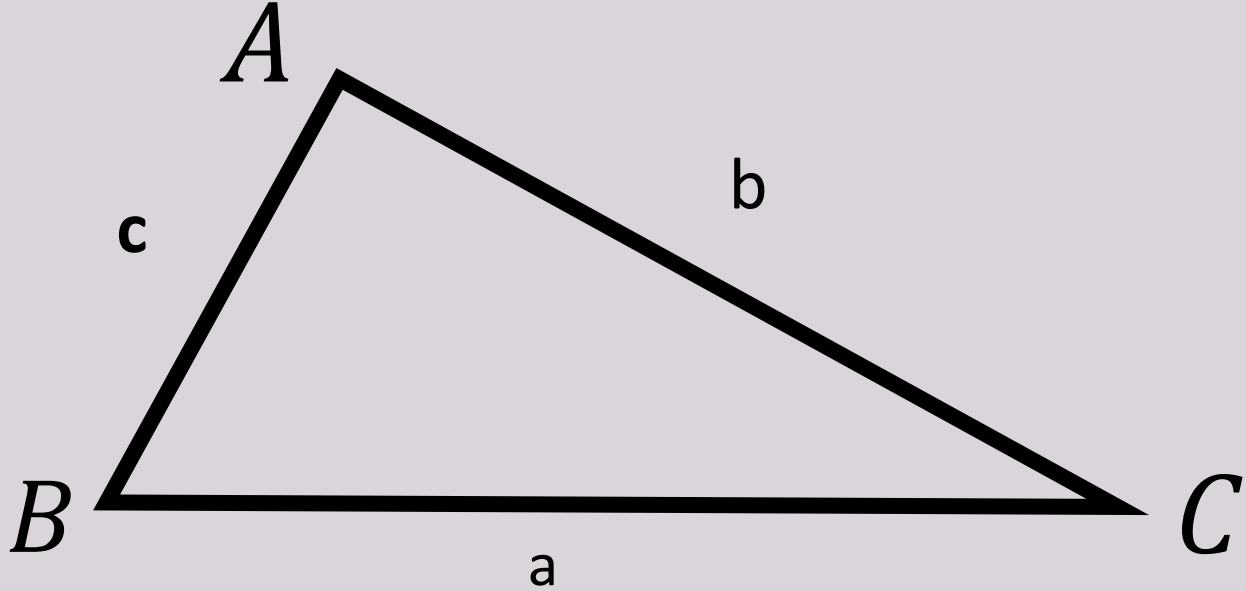


# قضیه سینوس ها

در هر مثلث دلخواه می توانیم ثابت کنیم رابطه زیر برقرار است



$$\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b} = \frac{\sin C}{c}$$



$$\frac{\sin B}{b} = \frac{\sin C}{c}$$

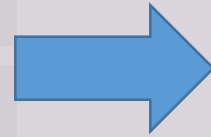


$$b \cdot \sin C = c \cdot \sin B$$

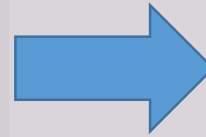


$$1 = \frac{c \cdot \sin B}{b \cdot \sin C}$$

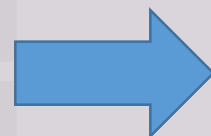
$$\left\{ \begin{array}{l} S = \frac{1}{2} a \cdot c \cdot \sin B \\ S = \frac{1}{2} a \cdot b \cdot \sin C \end{array} \right.$$



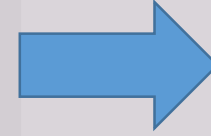
$$\frac{\cancel{S}}{\cancel{S}} = \frac{\frac{1}{\cancel{2}} \cancel{a} \cdot c \cdot \sin B}{\frac{1}{\cancel{2}} \cancel{a} \cdot b \cdot \sin C}$$



$$\left\{ \begin{array}{l} S = \frac{1}{2} a \cdot c \cdot \sin B \\ S = \frac{1}{2} b \cdot c \cdot \sin A \end{array} \right.$$



$$a \cdot \sin B = b \cdot \sin A$$



$$\frac{\sin B}{b} = \frac{\sin A}{a}$$



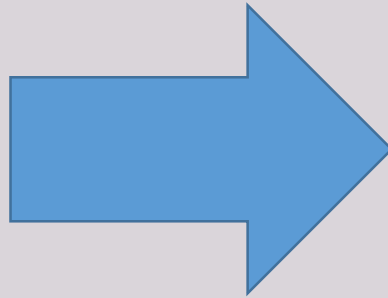




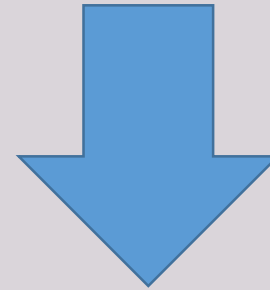
$$\frac{\sin B}{b} = \frac{\sin C}{c}$$



$$\frac{\sin B}{b} = \frac{\sin A}{a}$$

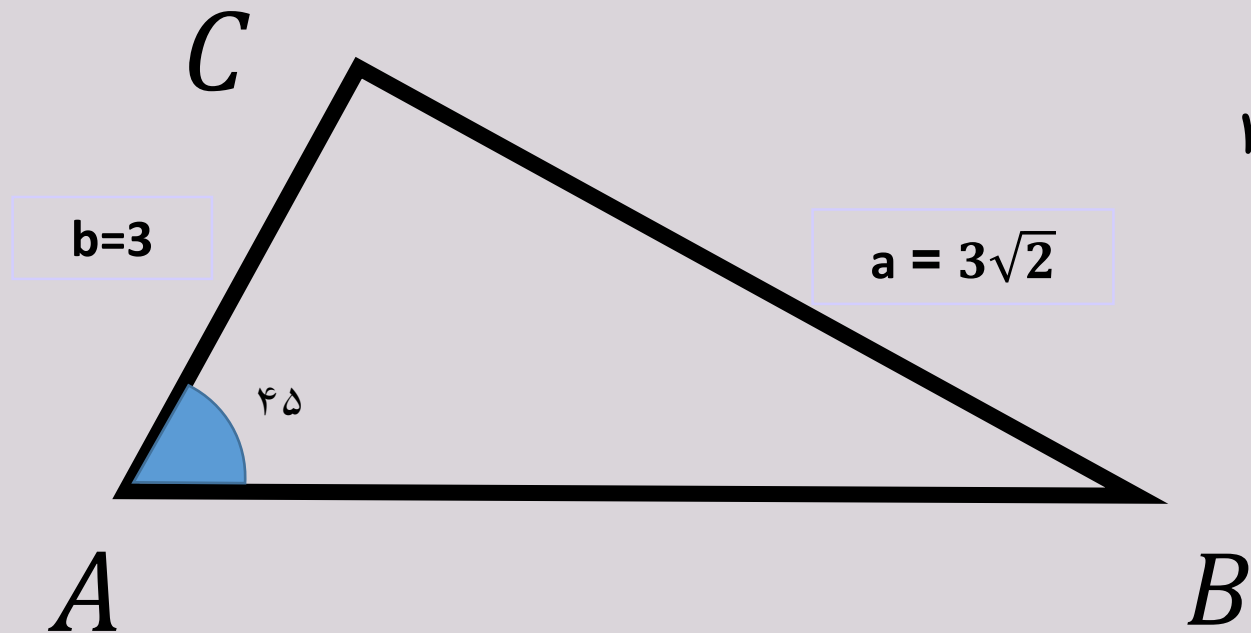


=



$$\frac{\sin C}{c} = \frac{\sin B}{b} = \frac{\sin A}{a}$$

مسئله ۲۲: در مثلث  $ABC$ ،  $BC = 3\sqrt{2}$ ،  $AC = 3$  و  $\hat{A} = 45$  می باشد، اندازه زاویه ی  $C$  چند درجه است؟

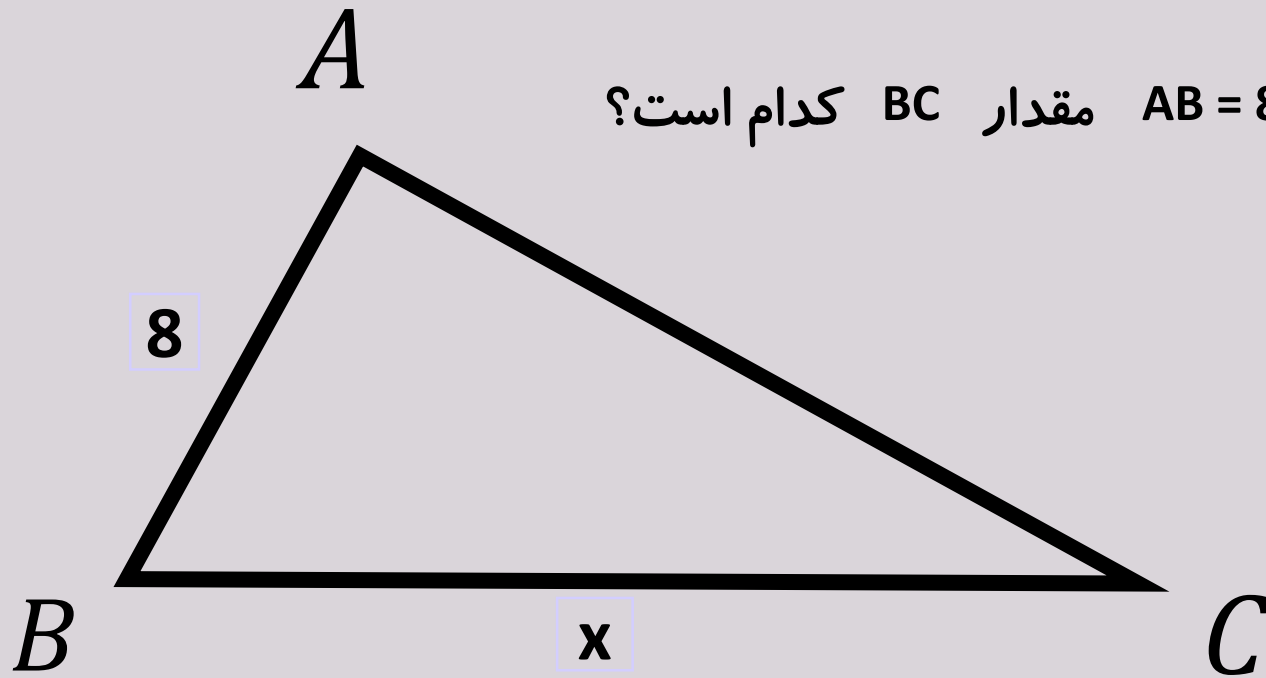


۱۰۵ (۴)      ۱۰۰ (۳)       $\sqrt{75}$  (۲)      ۶۰ (۱)

$$\frac{\sin \hat{A}}{a} = \frac{\sin \hat{B}}{b} \longrightarrow \frac{\sin 45}{3\sqrt{2}} = \frac{\sin \hat{B}}{3} \longrightarrow \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{\sqrt{2}} = \sin \hat{B} \longrightarrow \sin \hat{B} = \frac{1}{2}$$

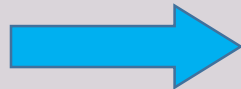
$$\longrightarrow \hat{B} = 30 \longrightarrow \hat{C} = 105$$

مسئله ۲۳: در مثلث ABC ،  $5 \sin \hat{A} = 3 \sin \hat{C}$  و  $AB = 8$  مقدار BC کدام است؟



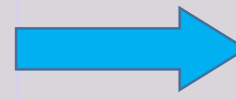
- (۱)  $\frac{6}{5}$     (۲) 5    (۳)  $\sqrt{\frac{24}{5}}$     (۴)  $\frac{12}{5}$

$$\frac{\sin \hat{A}}{x} = \frac{\sin \hat{C}}{8}$$



$$x = ?$$

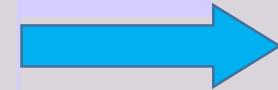
$$5 \sin \hat{A} = 3 \sin \hat{C}$$



$$\sin \hat{A} = \frac{3}{5} \sin \hat{C}$$

$$\frac{\frac{3}{5} \sin \hat{C}}{x} = \frac{\sin \hat{C}}{8}$$

جایگذاری



$$x = 8 \times \frac{3}{5}$$



$$x = \frac{24}{5}$$

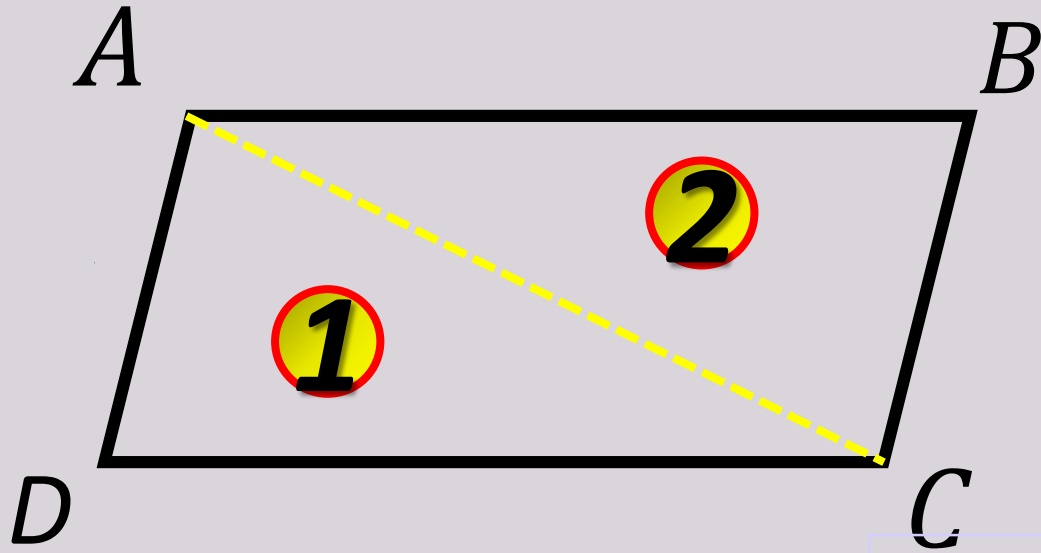
برای به دست آوردن مساحت متوازی الاضلاع به شرطی که طول دو ضلع و زاویه بین آن را داشته باشیم می توانیم از رابطه زیر استفاده کنیم

نکته



$$S = AD \times DC \times \sin \hat{D}$$

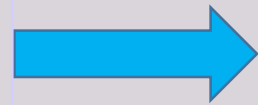
# اثبات



$$S_1 = S_2$$

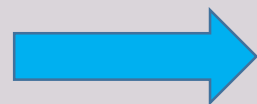
$$S = 2 S_1$$

متوازی الاضلاع



$$S = 2 \times \frac{1}{2} \times AD \times DC \times \sin \hat{D}$$

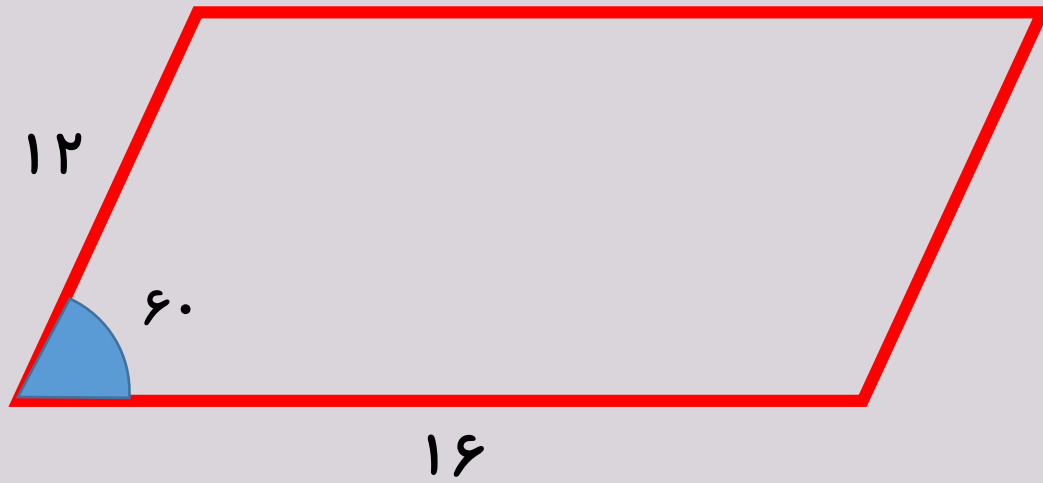
متوازی الاضلاع



$$S = AD \cdot DC \cdot \sin \hat{D}$$

متوازی الاضلاع

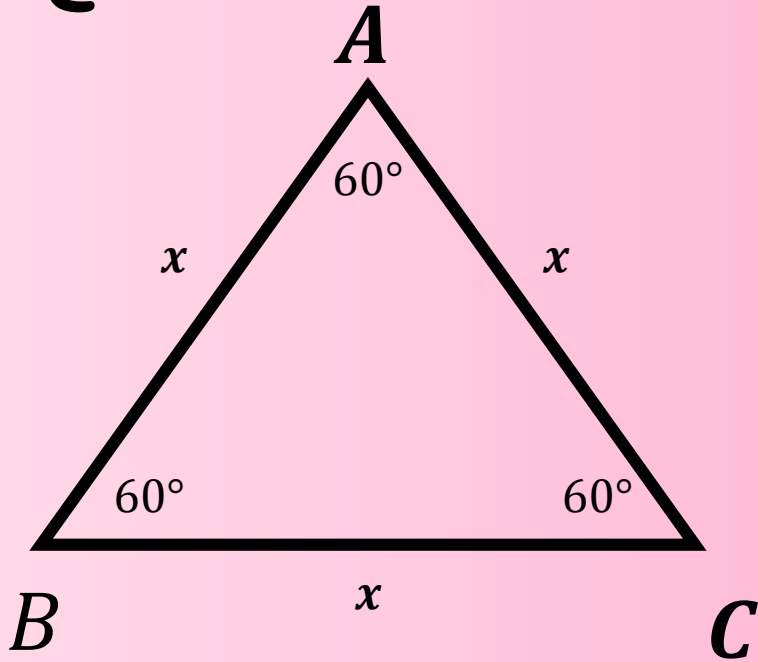
مسئله ۲۴ : مساحت متوازی الاضلاعی به اضلاع ۱۲ و ۱۶ و زاویه حاده ۶۰ کدام است؟



- (۱) 96
- (۲)  $96\sqrt{3}$
- (۳) 48
- (۴)  $48\sqrt{3}$

$$S = 12 \times 16 \times \sin 60 \longrightarrow S = 12 \times 16 \times \frac{\sqrt{3}}{2} \longrightarrow S = 96\sqrt{3}$$

روش جدید به دست آوردن مساحت مثلث متساوی الاضلاع



$$S = \frac{\sqrt{3}}{4} x^2$$

نکته



$$S = \frac{1}{2} AB \times BC \times \sin \hat{A}$$

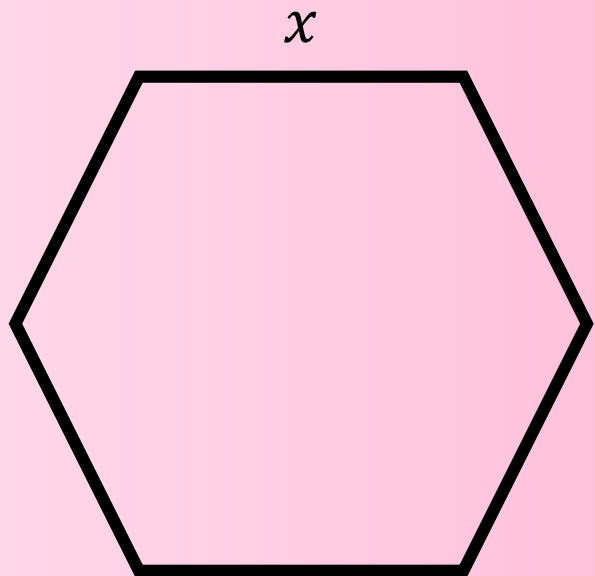
$$S = \frac{1}{2} x \times x \times \sin 60^\circ$$

$$S = \frac{1}{2} x^2 \times \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$S = \frac{\sqrt{3}}{4} x^2$$

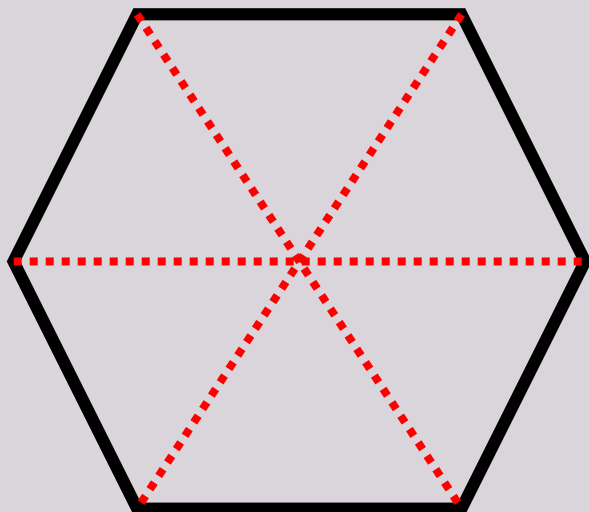
اثبات

مساحت هر ۶ ضلعی منتظم از رابطه زیر به دست می آید.



$$S = 6 \times \frac{\sqrt{3}}{4} x^2$$

a

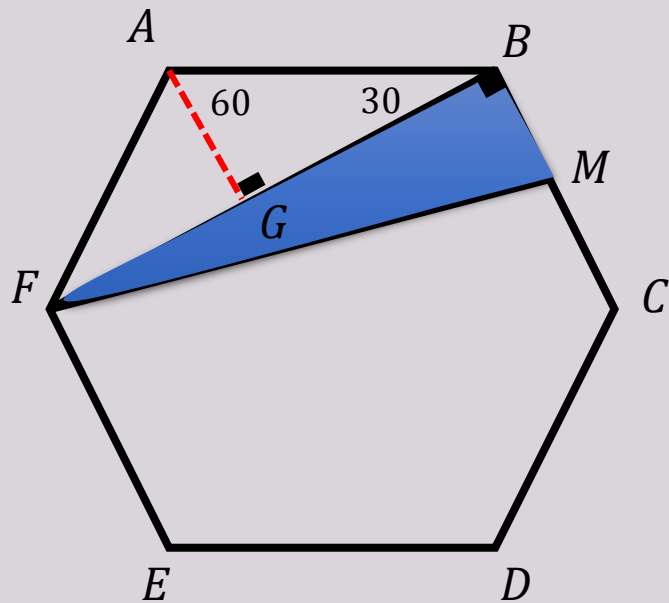


نکته





**مسئله ۲۵:** اگر طول اضلاع شش ضلعی منتظمی ۴ واحد باشد ، مساحت قسمت سفید رنگ چند واحد مربع است؟  
( M وسط ضلع BC است )



$$S_{\text{مثلث}} - S_{\text{شش ضلعی}} = S_{\text{سفید رنگ}}$$

$$20\sqrt{3} \quad (2) \quad 20 \quad (1)$$

$$23 \quad (4) \quad 23\sqrt{3} \quad (3)$$

$$S_{\text{شش ضلعی}} = 6 \times \frac{\sqrt{3}}{4} (4^2) = 24\sqrt{3}$$

حال باید BF را به دست آوریم تا بتوانیم مساحت مثلث را محاسبه کنیم

$$\cos 30^\circ = \frac{BG}{AB}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{BG}{4}$$

$$BG = 2\sqrt{3}$$

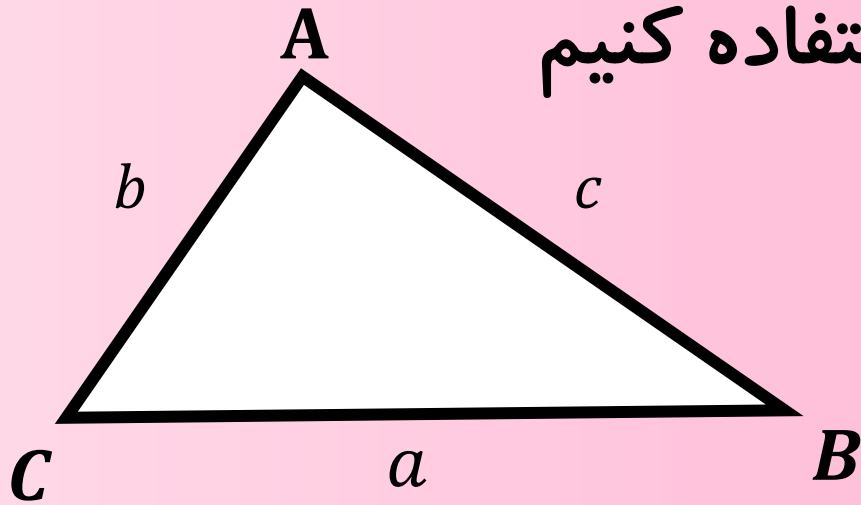
$$BF = 4\sqrt{3}$$

$$S_{\text{مثلث}} = \frac{1}{2} \times BF \times BM = \frac{1}{2} \times 4\sqrt{3} \times 2 = 4\sqrt{3}$$

$$S_{\text{سفید رنگ}} = 24\sqrt{3} - 4\sqrt{3} = 20\sqrt{3}$$



در هر مثلث دلخواه برای به دست آوردن طول یک ضلع می توانیم از نسبتی از طول دو ضلع دیگر استفاده کنیم

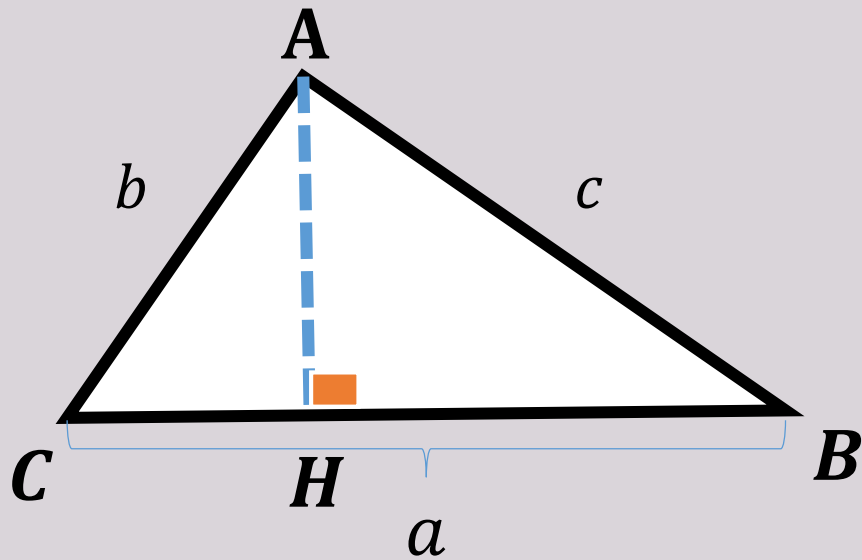


$$a = b \cdot \cos \hat{C} + c \cdot \cos \hat{B}$$

$$b = a \cdot \cos \hat{C} + c \cdot \cos \hat{A}$$

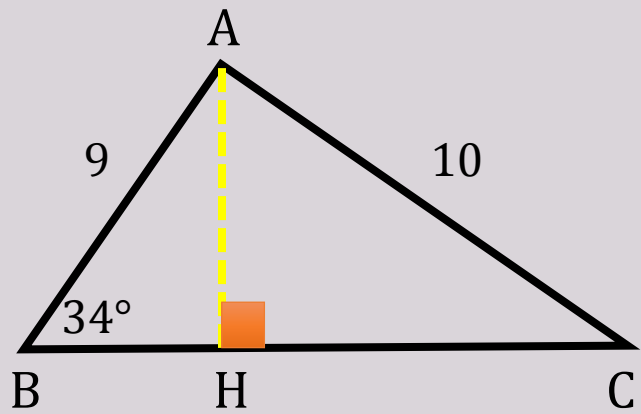
$$c = b \cdot \cos \hat{A} + a \cdot \cos \hat{B}$$

# اثبات



$$a = CH + BH \begin{cases} \cos \hat{C} = \frac{CH}{b} \rightarrow CH = b \cdot \cos \hat{C} \\ \cos B = \frac{BH}{c} \rightarrow BH = c \cdot \cos \hat{B} \end{cases}$$

➔  $a = b \cdot \cos \hat{C} + c \cdot \cos \hat{B}$



**مسئله ۲۶:** مثلی به شکل زیر مفروض است. اندازه ضلع BC کدام است ؟

$$\left( \cos 34^\circ \simeq \frac{2\sqrt{14}}{9}, \sin 34^\circ \simeq \frac{5}{9} \right) \quad \begin{array}{l} \sqrt{14} + 10\sqrt{3} \quad (2) \\ 2\sqrt{14} + 10\sqrt{3} \quad (4) \end{array} \quad \begin{array}{l} 2\sqrt{14} + 5\sqrt{3} \quad (1) \\ \sqrt{14} + 5\sqrt{3} \quad (3) \end{array}$$

$$BC = AC \cdot \cos \hat{C} + AB \cdot \cos \hat{B} \implies BC = 10 \times \cos \hat{C} + 9 \times \frac{2\sqrt{14}}{9} \implies \cos \hat{C} = ?$$

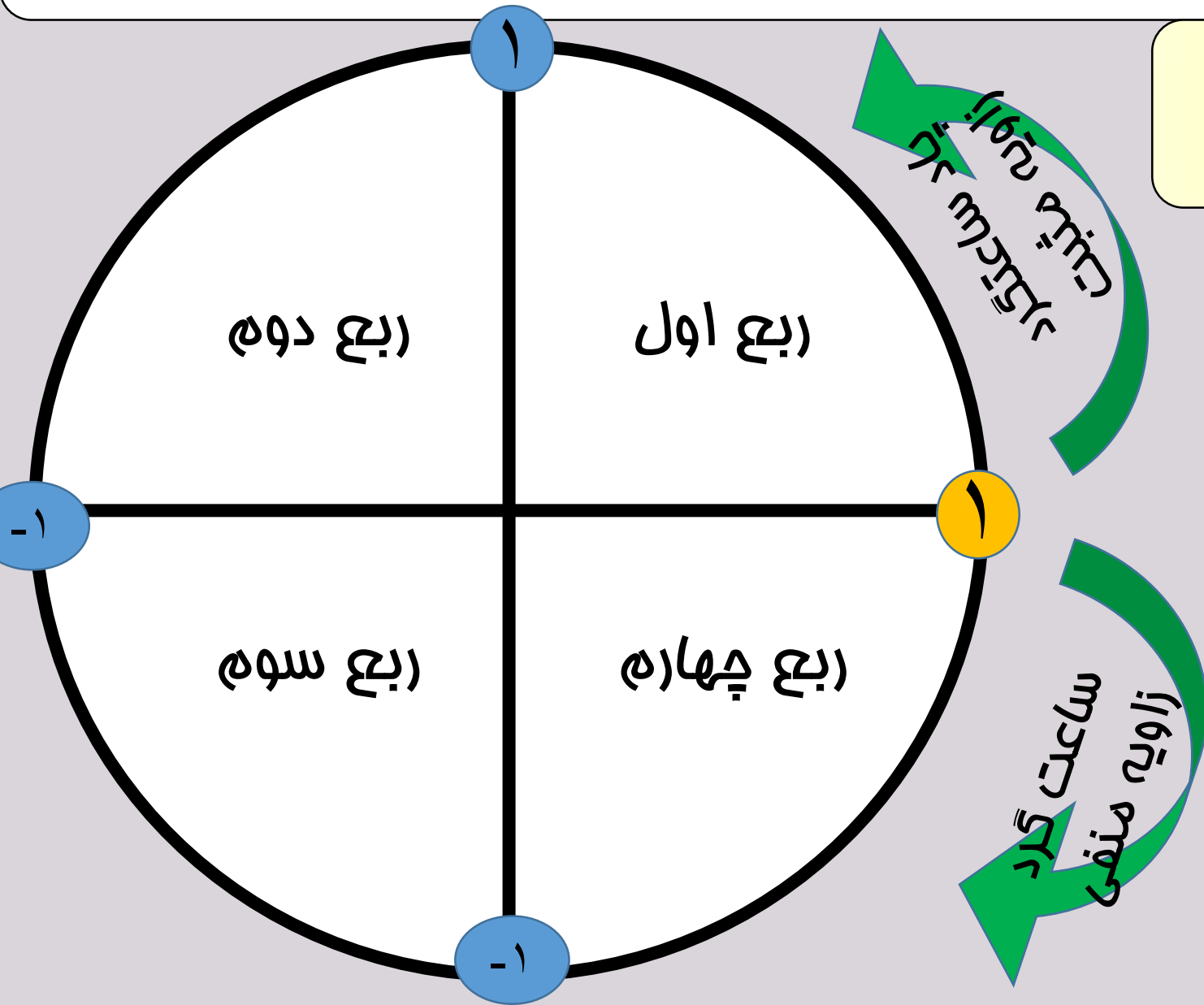
استفاده از قضیه سینوس ها  $\implies \frac{\sin \hat{B}}{b} = \frac{\sin \hat{C}}{c} \implies \frac{\sin 34^\circ}{10} = \frac{\sin \hat{C}}{9} \implies \frac{5}{10} = \frac{\sin \hat{C}}{9} \implies \sin \hat{C} = \frac{5}{10} \times 9$

$$\implies \sin \hat{C} = \frac{5}{10} \implies \sin \hat{C} = \frac{1}{2} \implies C = 30^\circ \implies BC = 10 \times \cos 30 + 9 \times \frac{2\sqrt{14}}{9}$$

$$\implies BC = 10 \times \frac{\sqrt{3}}{2} + 9 \times \frac{2\sqrt{14}}{9} \implies BC = 5\sqrt{3} + 2\sqrt{14}$$

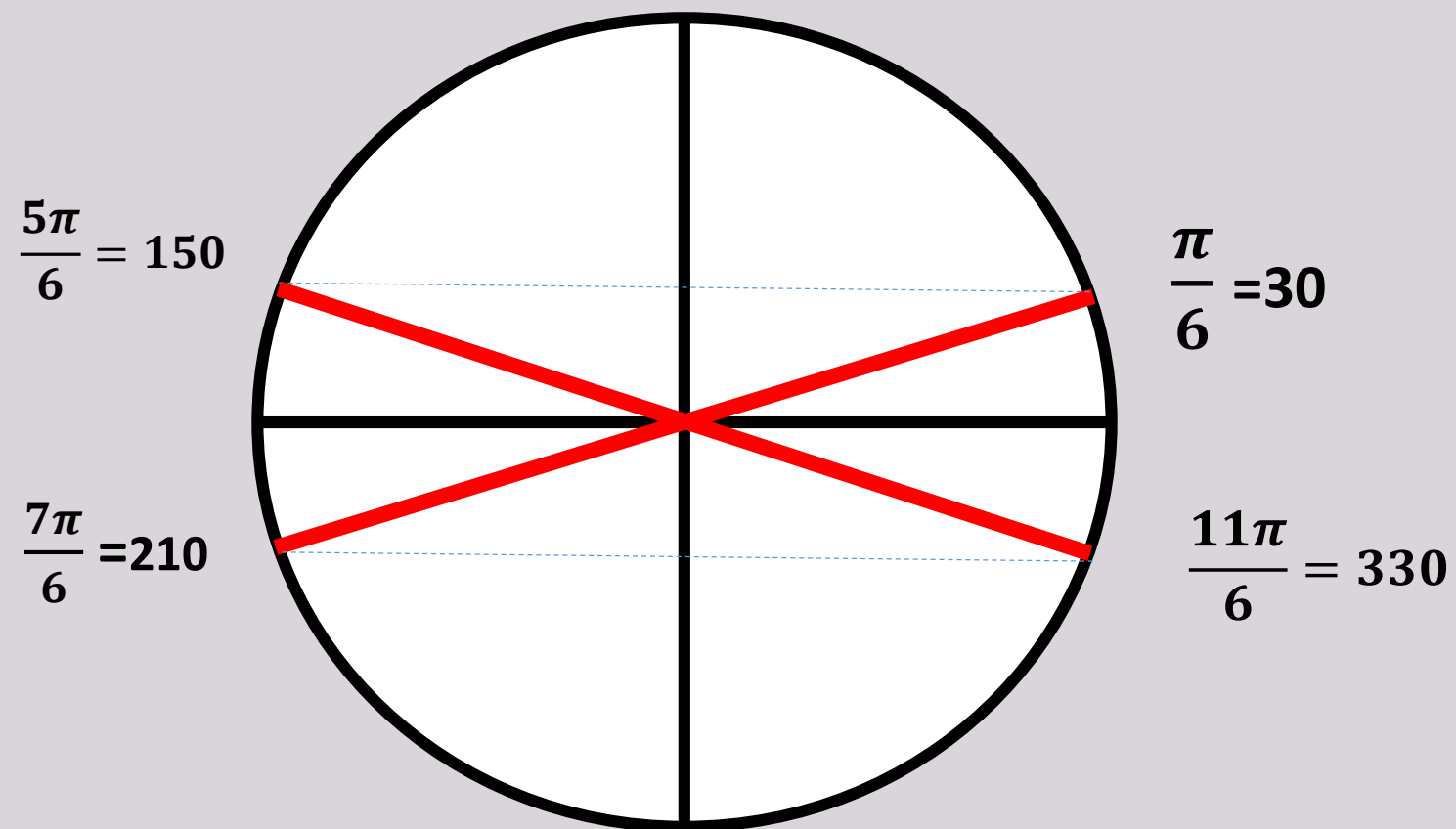
# درسنامه ۴ : دایره مثلثاتی ( دایره معجزه گر )

دایره مثلثاتی ( دایره معجزه گر ) :  
به دایره ای به شعاع ۱ گفته می شود.

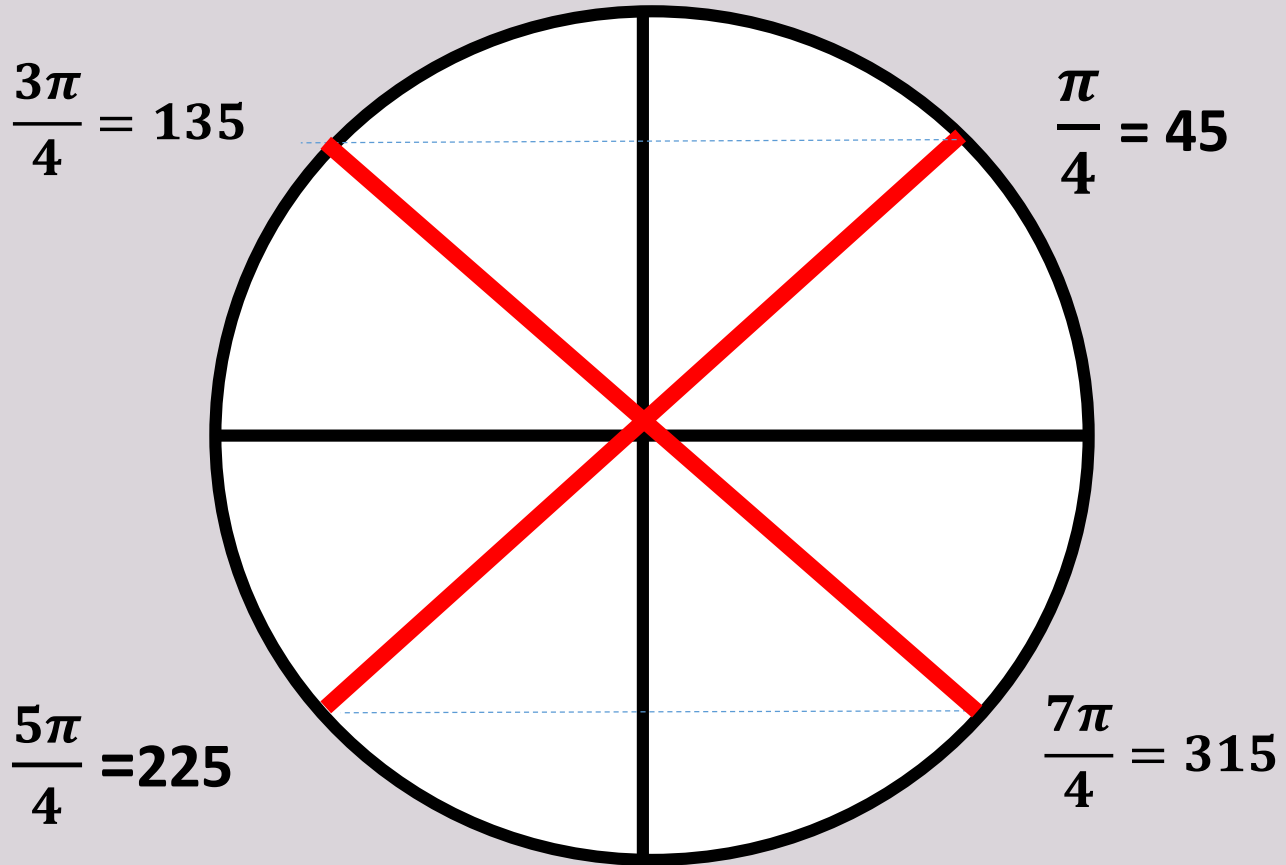


# زاویه های معروف بر روی دایره

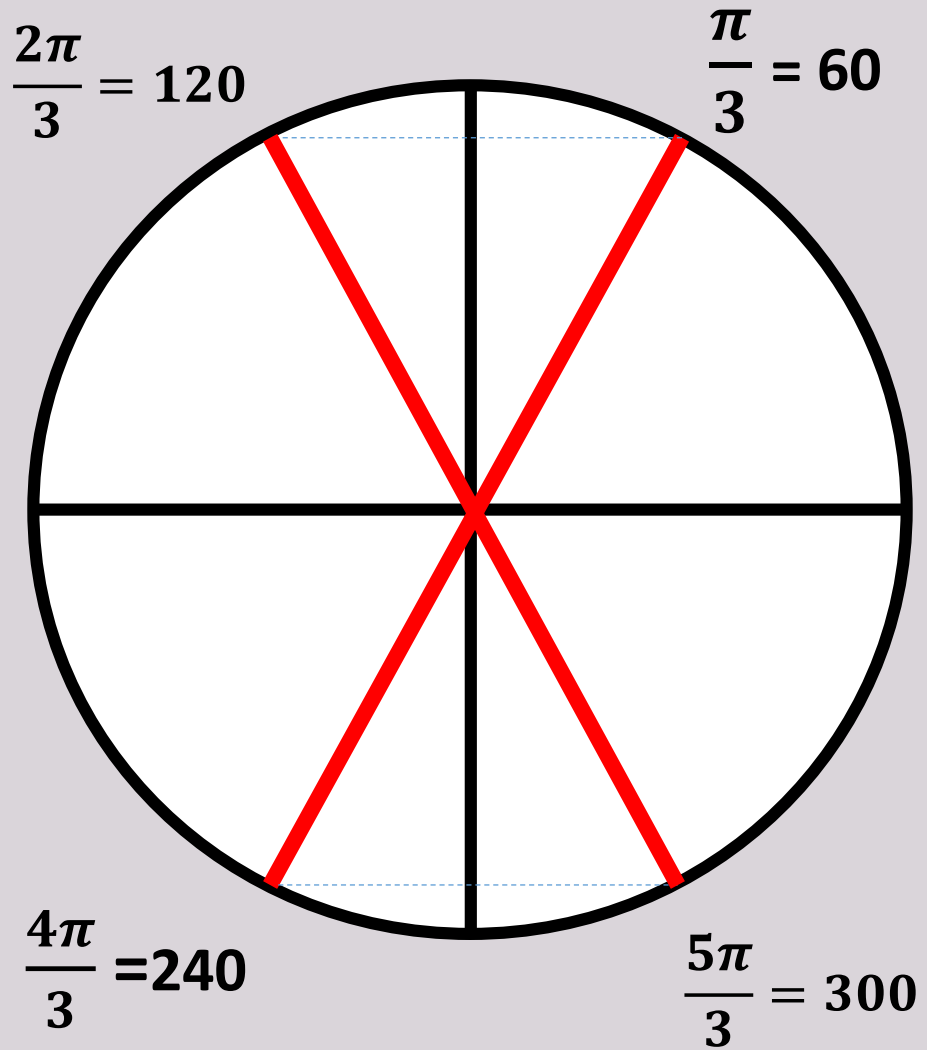
جنس ۳۰ درجه یا  $\frac{\pi}{6}$



جنس ۴۵ درجه یا  $\frac{\pi}{4}$



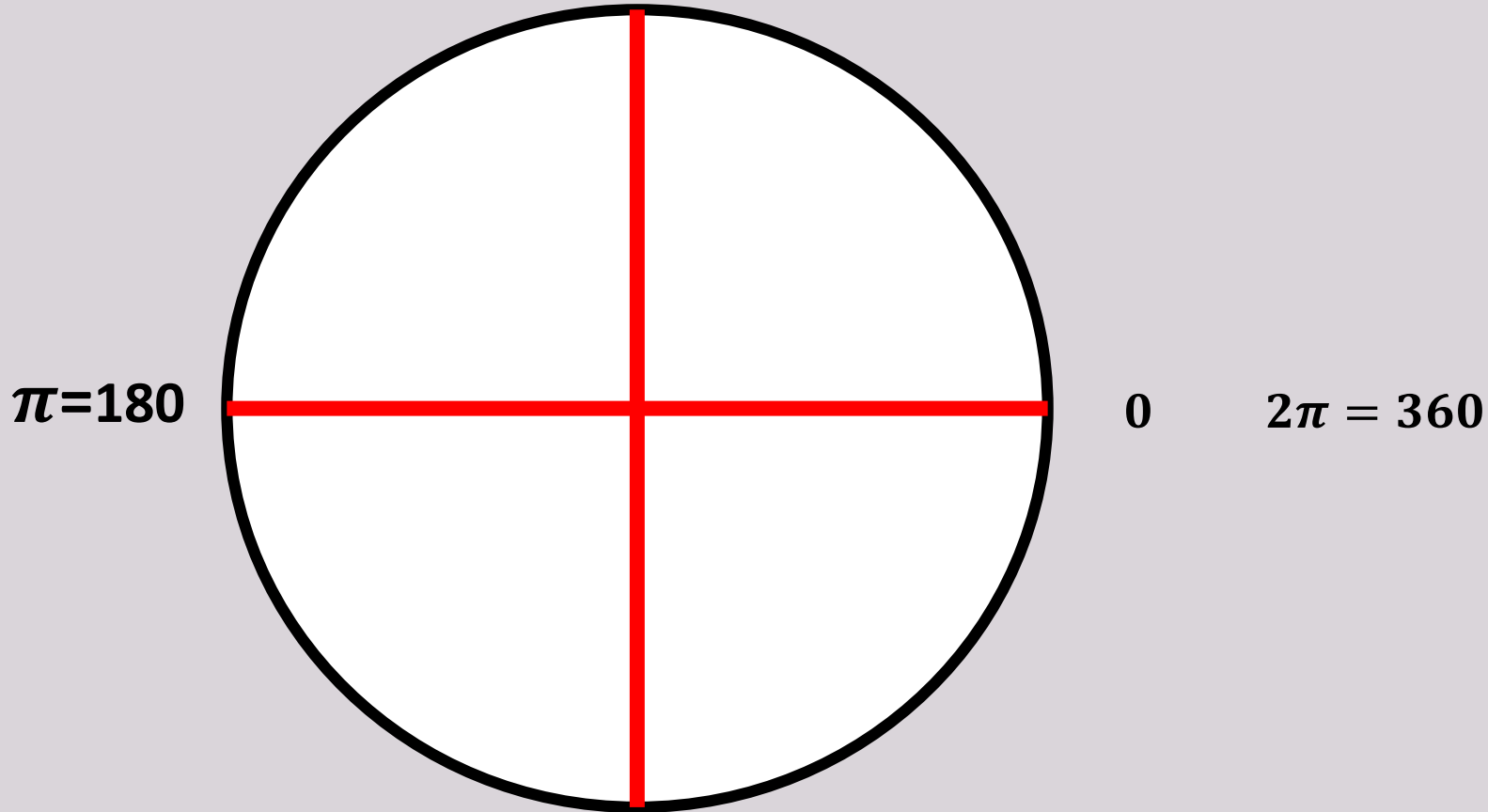
$\frac{\pi}{3}$  جنس ۶۰ درجہ یا





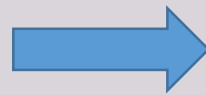
$\frac{\pi}{2}$  جنس ۹۰ درجہ یا

$$\frac{\pi}{2} = 90$$

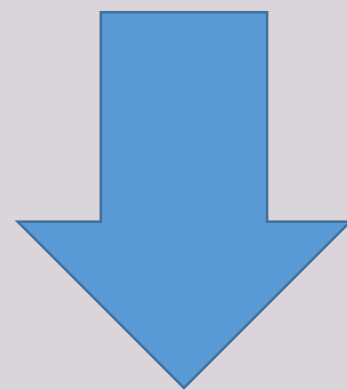


مسئله ۲۷: هر یک از زاویه های زیر را در دایره مثلثاتی نمایش دهید .

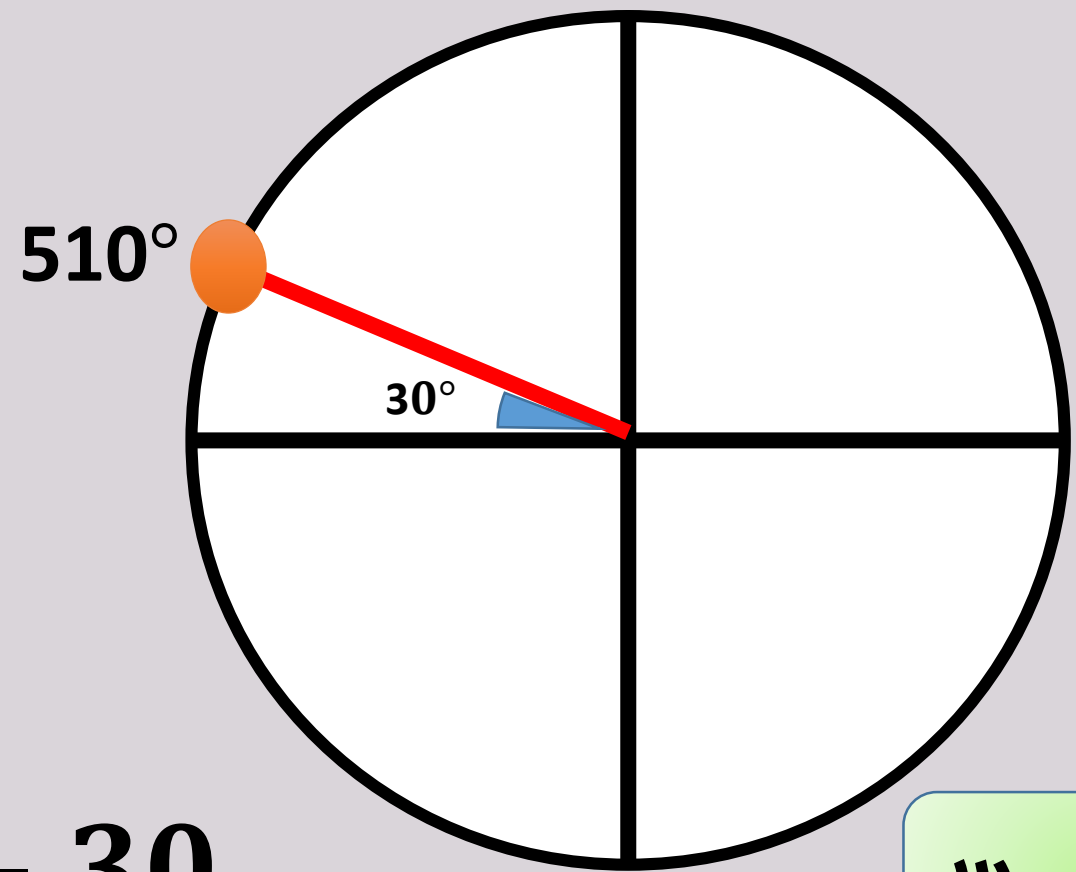
1)  $510^\circ$



$$\begin{array}{r} 510^\circ \\ 360 \\ \hline 150 \end{array} \quad \begin{array}{r} 360 \\ 1 \\ \hline \end{array}$$



$$510^\circ \approx 150^\circ \approx 180 - 30$$



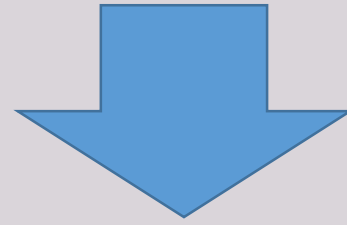
چندس ۳۰

مسئله ۲۷: هر یک از زاویه های زیر را در دایره مثلثاتی نمایش دهید.

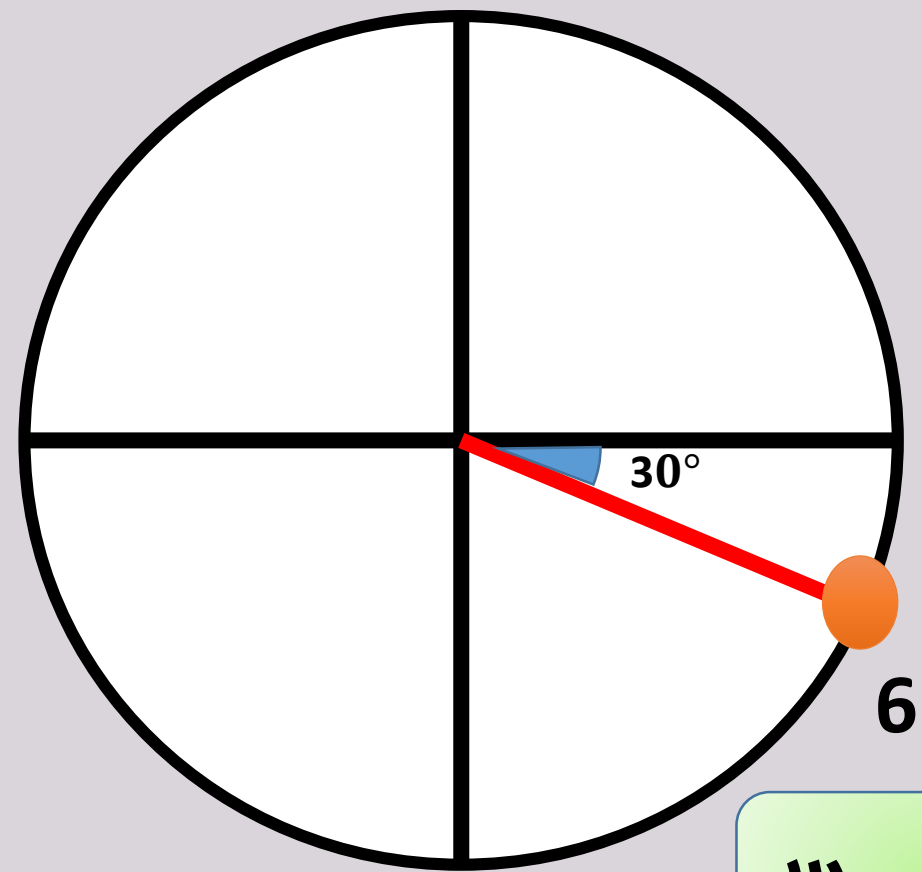
2)  $690^\circ$



$$\begin{array}{r|l} 690^\circ & 360 \\ \hline 360 & 1 \\ \hline 330 & \end{array}$$



$$690^\circ \approx 330^\circ \approx -30^\circ$$



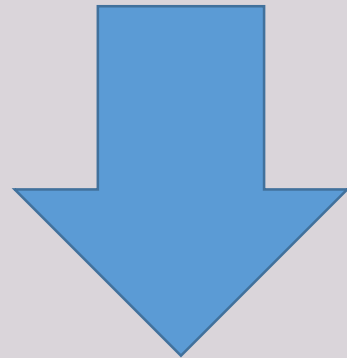
جنس ۳۰

مسئله ۲۷ : هر یک از زاویه های زیر را در دایره مثلثاتی نمایش دهید .

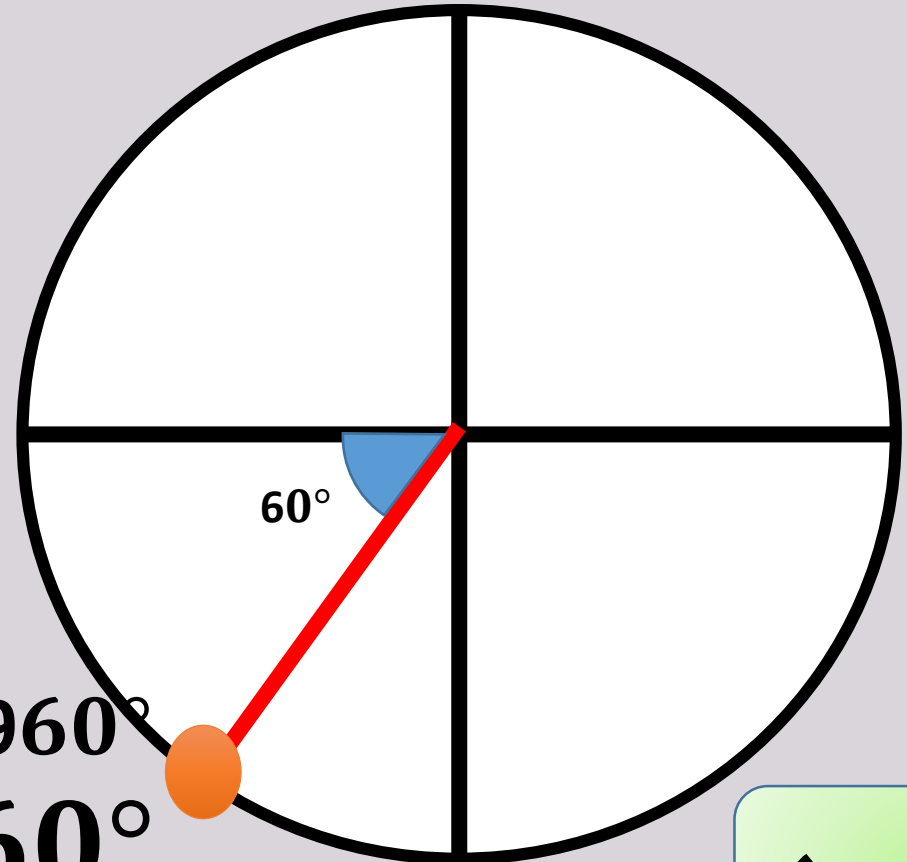
3)  $960^\circ$



$$\begin{array}{r} 960^\circ \\ 720 \\ \hline 240 \end{array} \quad \begin{array}{r} 360 \\ \hline 2 \end{array}$$



$$960^\circ \approx 240^\circ \approx 180^\circ + 60^\circ$$



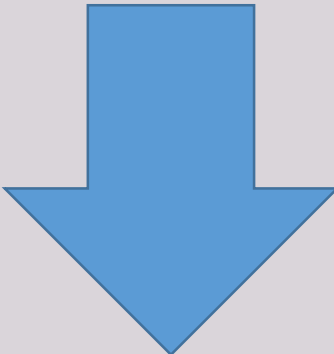
چندس ۶۰

مسئله ۲۷: هر یک از زاویه های زیر را در دایره مثلثاتی نمایش دهید.

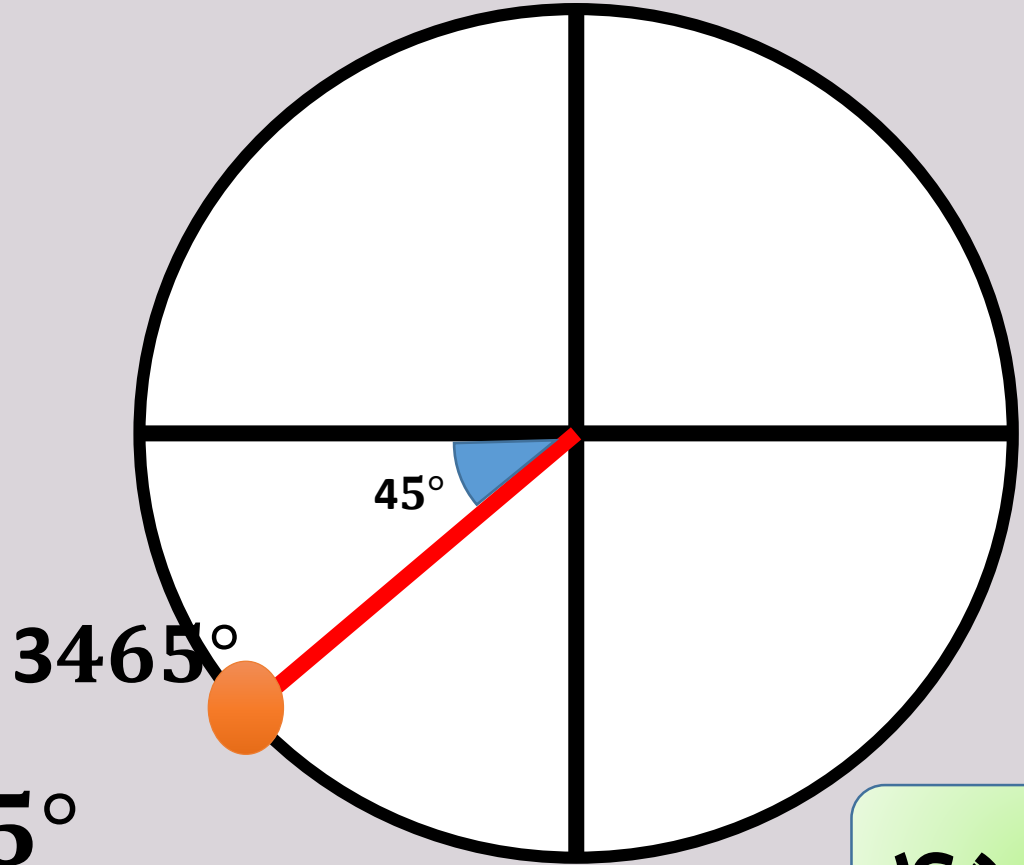
3)  $3465^\circ$



$$\begin{array}{r} 3465^\circ \\ 3240 \\ \hline 225 \end{array} \quad \begin{array}{r} 360 \\ 9 \end{array}$$

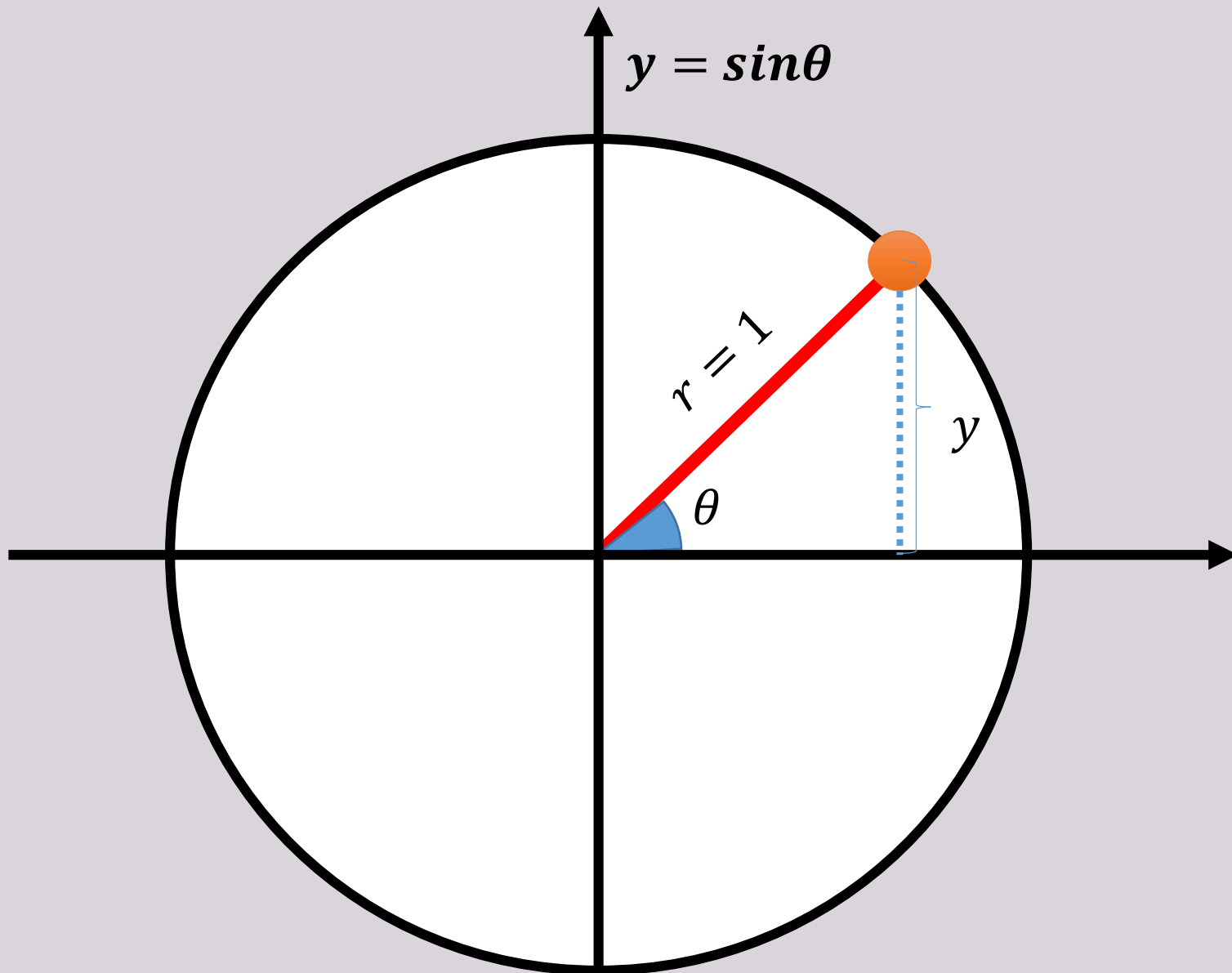


$$3465^\circ \approx 225^\circ \approx 180^\circ + 45^\circ$$



چسب ۴۵

# تعریف نسبت های مثلثاتی در دایره مثلثاتی



**$\sin \theta$**

$$\sin \theta = \frac{y}{1}$$



$$\sin \theta = y$$

# مقادیر $\sin\theta$ بر روی دایره مثلثاتی

جنس ۳۰ درجه یا  $\frac{\pi}{6}$

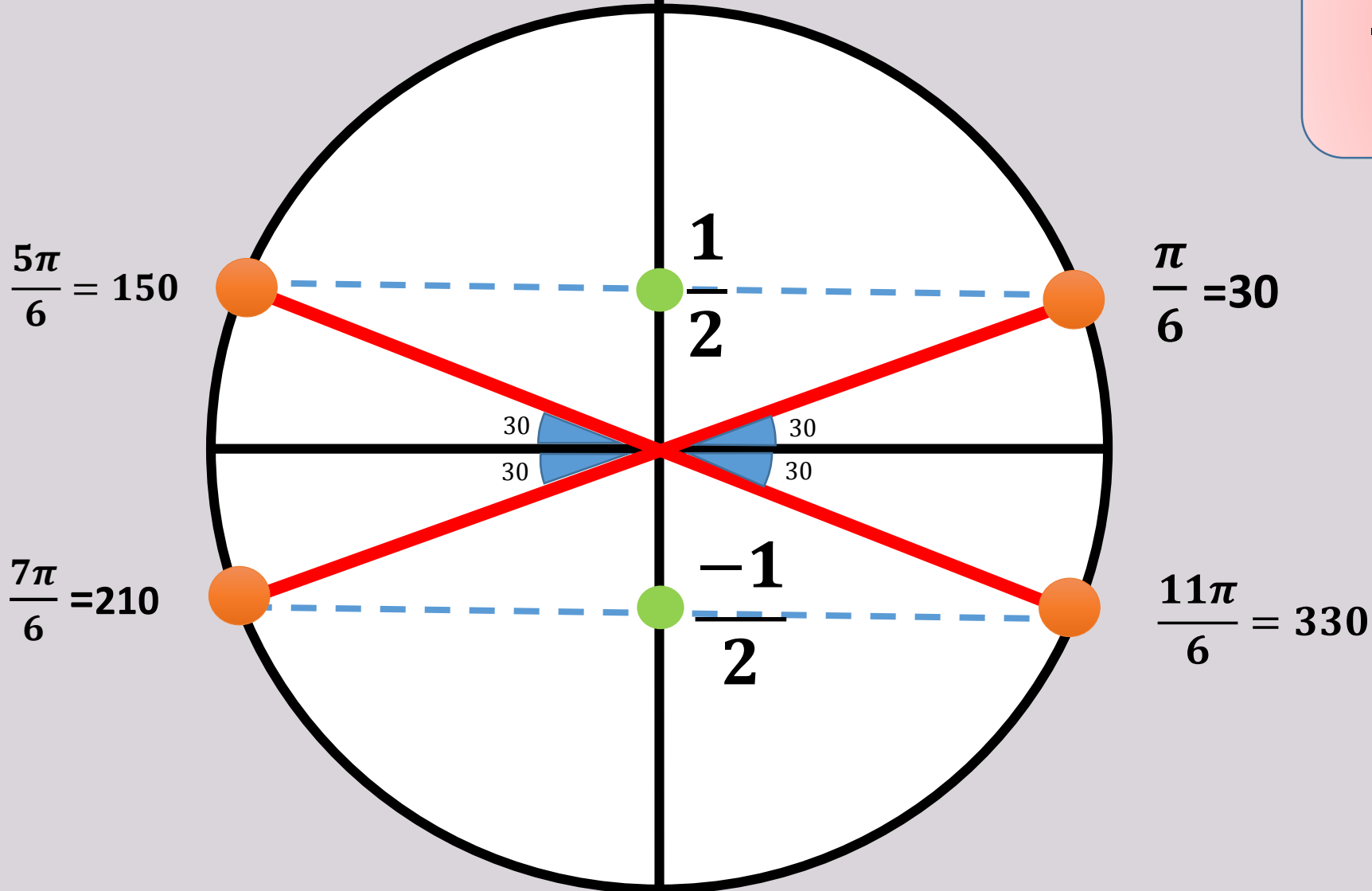
مثال

$$\sin\left(\frac{5\pi}{6}\right) = \frac{1}{2}$$

$$\sin\left(\frac{-\pi}{6}\right) = \frac{-1}{2}$$

$$\sin(-210^\circ) = \frac{1}{2}$$

$$y = \sin\theta$$



# مقادیر $\sin\theta$ بر روی دایره مثلثاتی

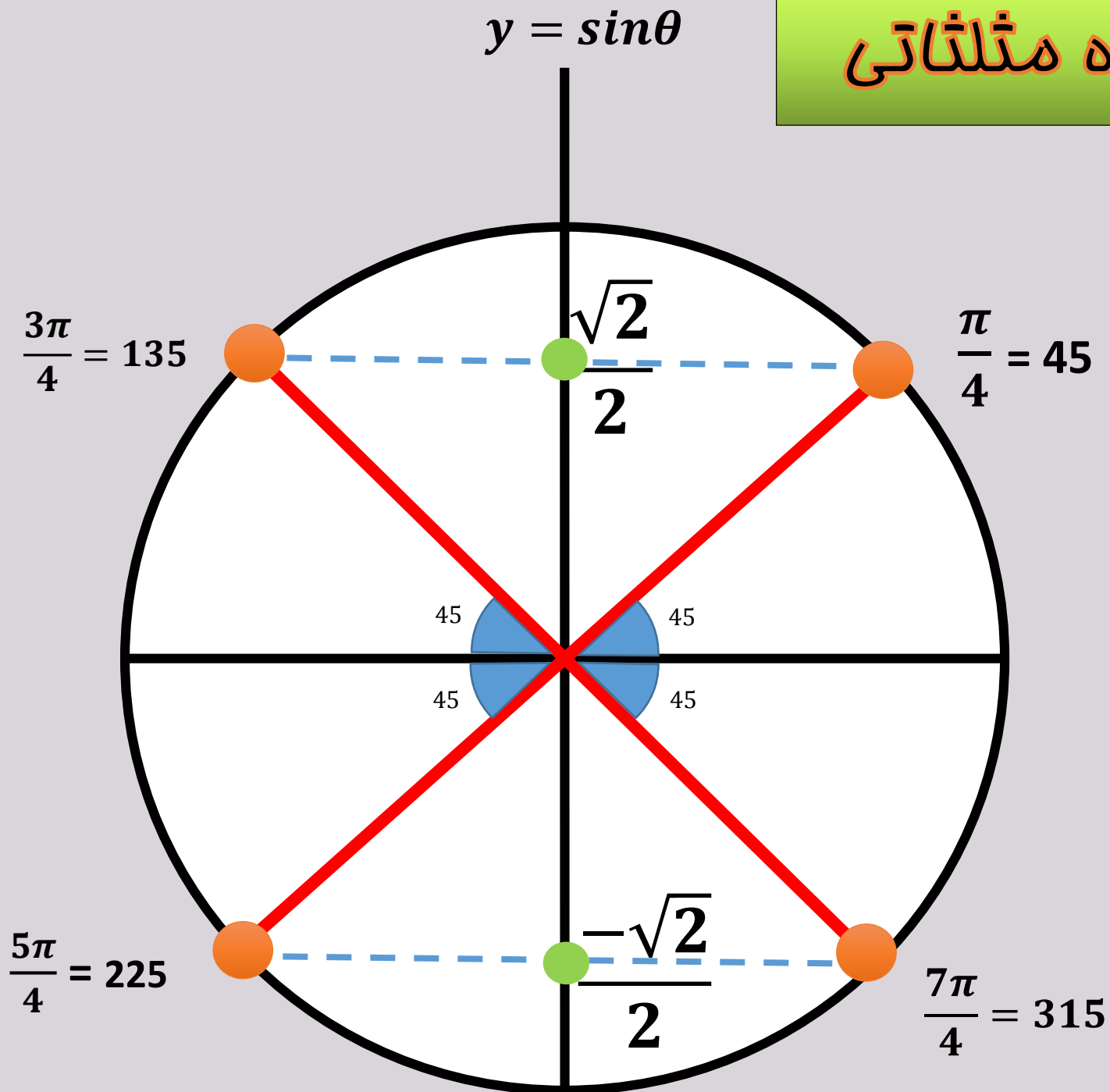
جنس ۴۵ درجه یا  $\frac{\pi}{4}$

مثال

$$\sin\left(\frac{-\pi}{4}\right) = \frac{-\sqrt{2}}{2}$$

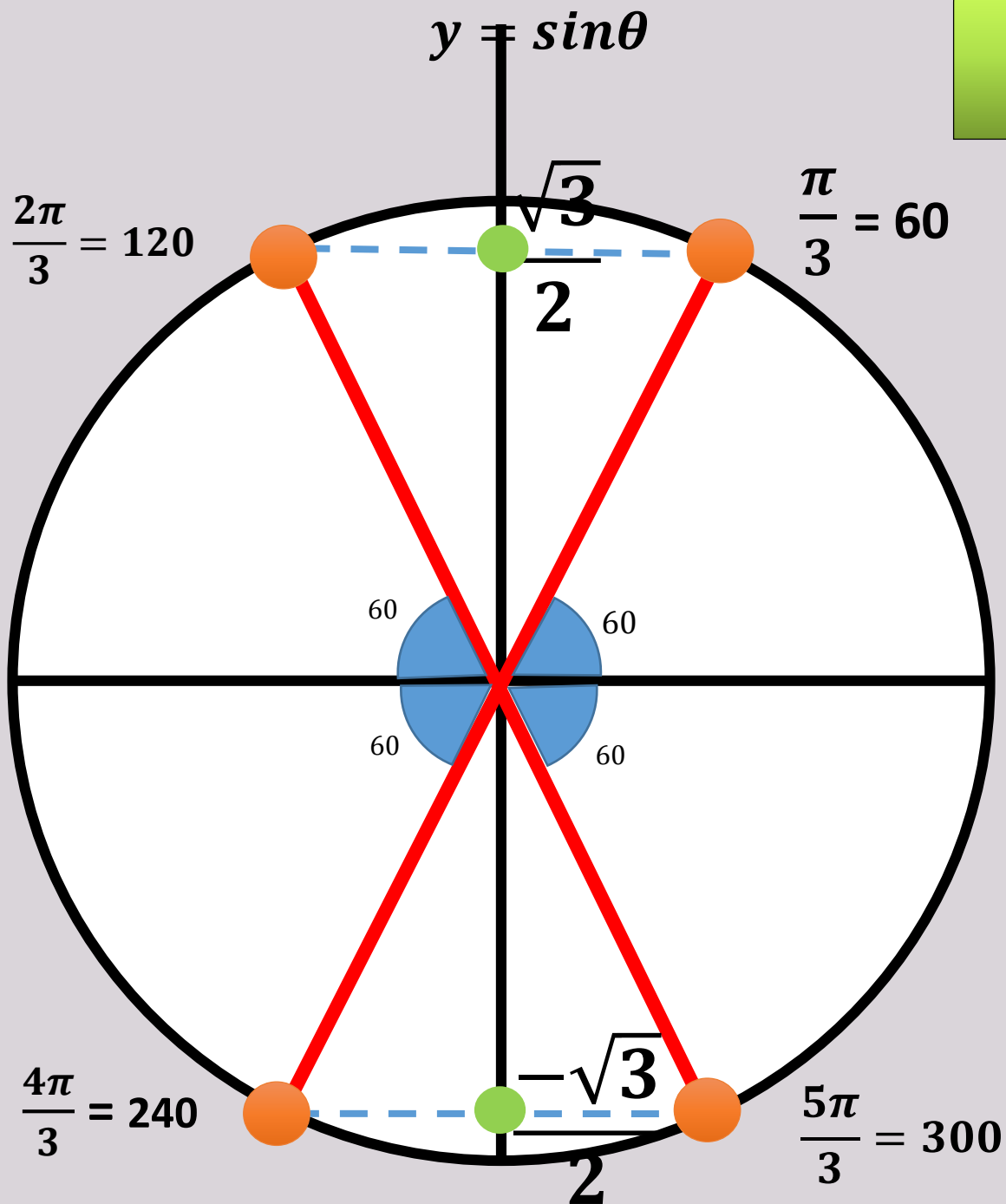
$$\sin(-225^\circ) = \frac{-\sqrt{2}}{2}$$

$$\sin(-315^\circ) = \frac{\sqrt{2}}{2}$$





# مقادیر $\sin\theta$ بر روی دایره مثلثاتی



جنس ۶۰ درجه یا  $\frac{\pi}{3}$

مثال

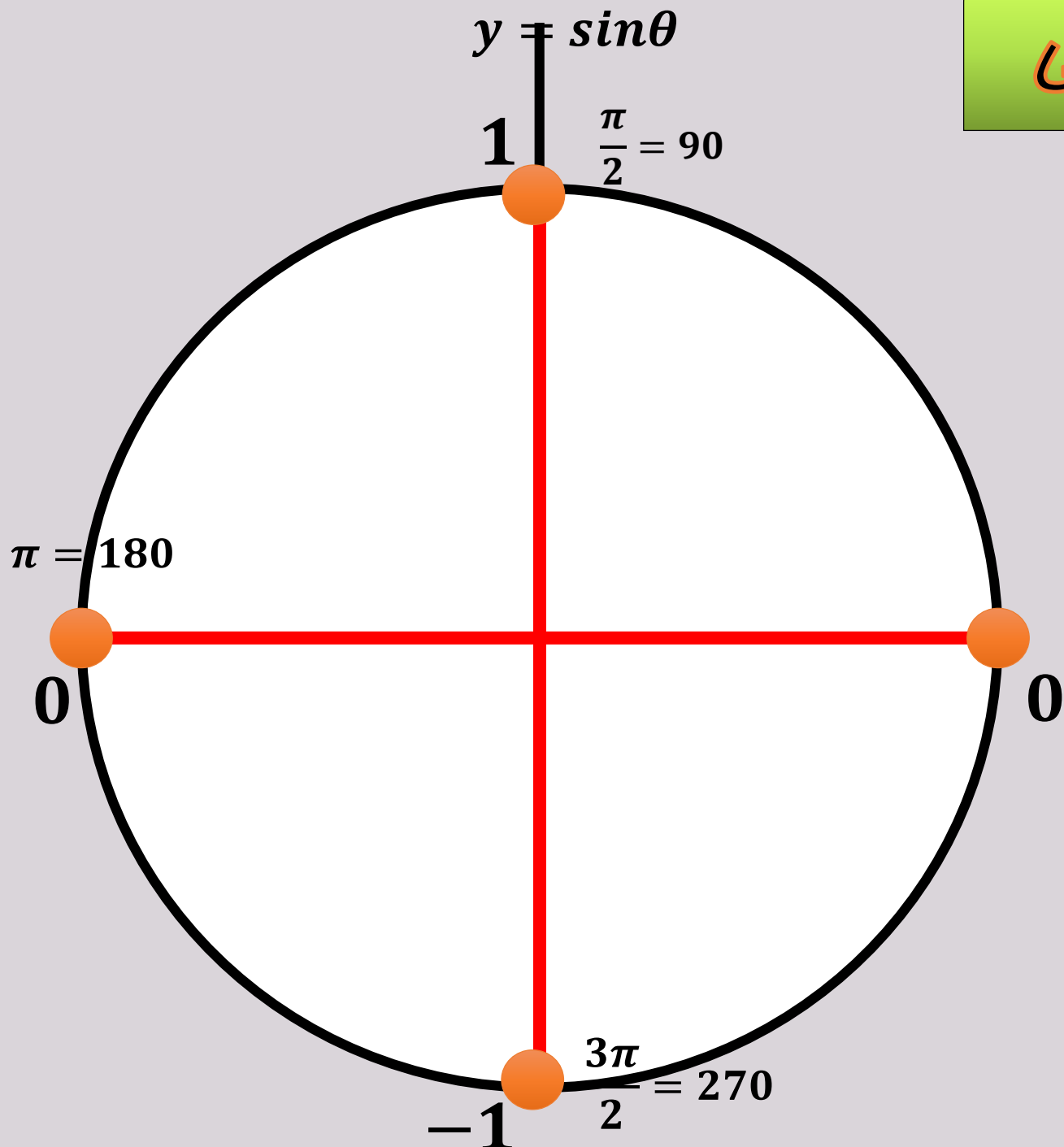
$$\sin\left(\frac{2\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\sin\left(\frac{4\pi}{3}\right) = \frac{-\sqrt{3}}{2}$$

$$\sin(-240^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\sin(300^\circ) = \frac{-\sqrt{3}}{2}$$

# مقادیر $\sin\theta$ بر روی دایره مثلثاتی



0 ,  $2\pi = 360$

جنس ۹۰ درجه یا  $\frac{\pi}{2}$

مثال

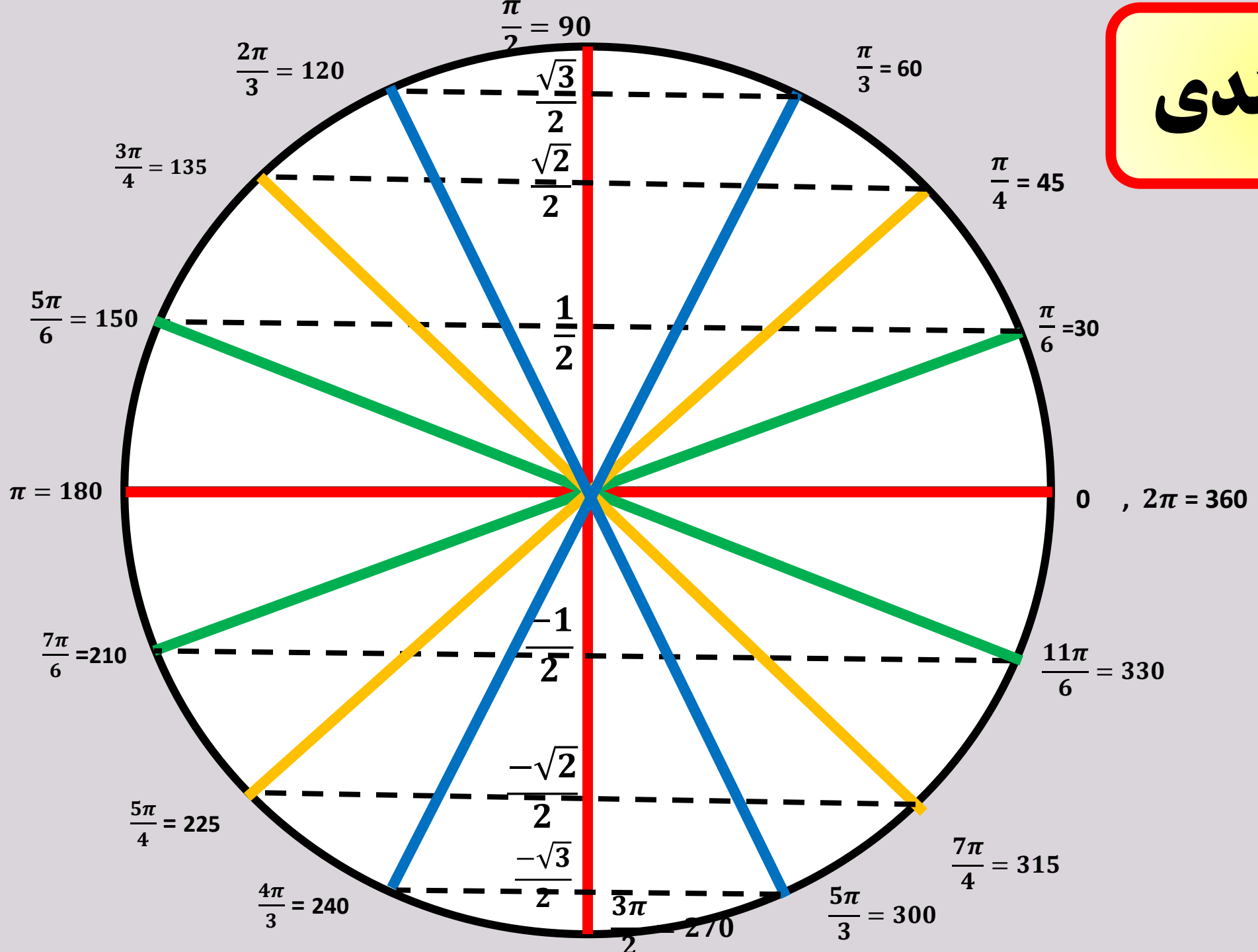
$$\sin\left(\frac{-\pi}{2}\right) = -1$$

$$\sin(-\pi) = 0$$

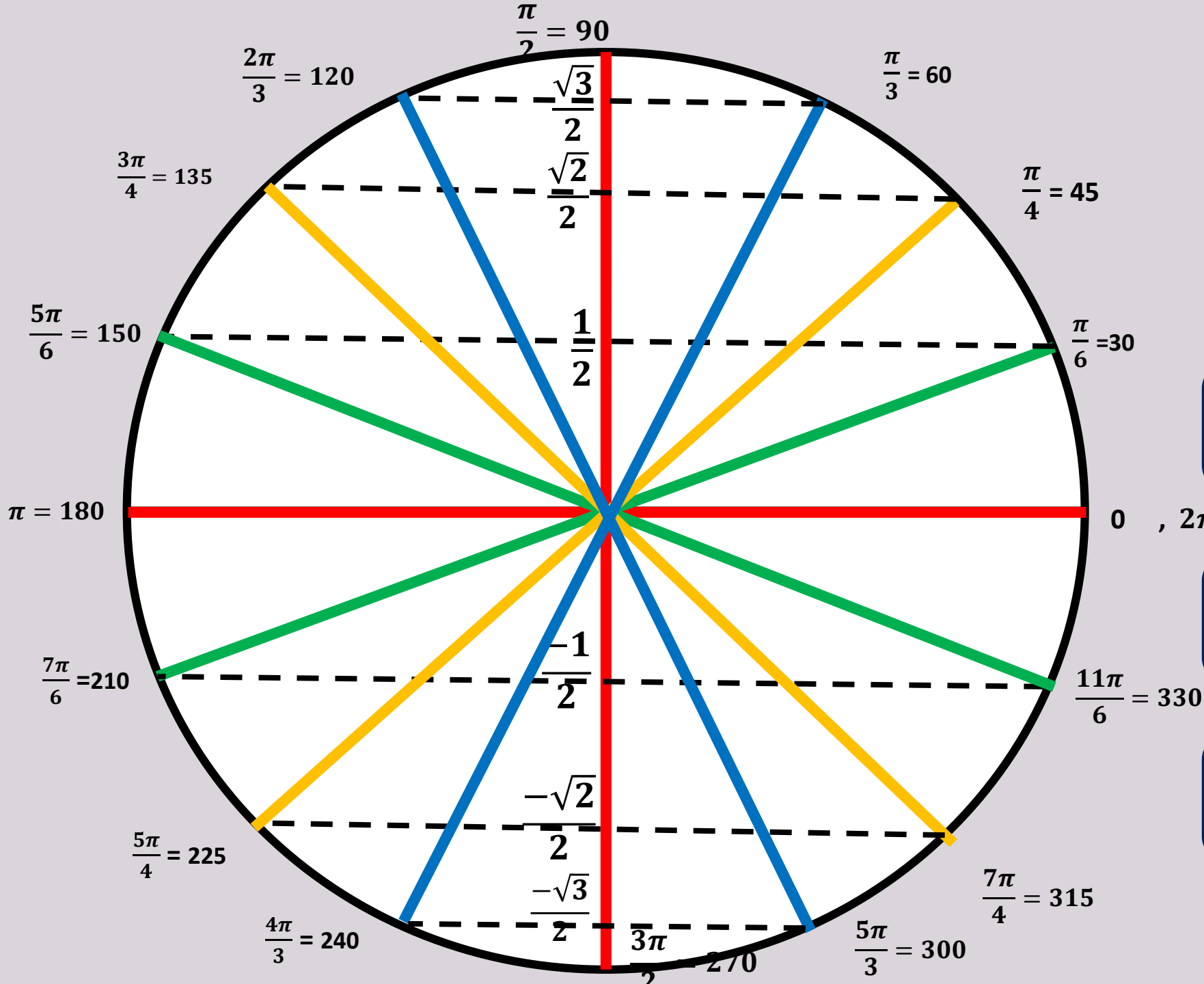
$$\sin(10\pi) = 0$$

$$\sin(-13\pi) = 0$$

# جمع بندی



# افزایشی و کاهشی



افزایش

ربع اول

کاهش

ربع دوم

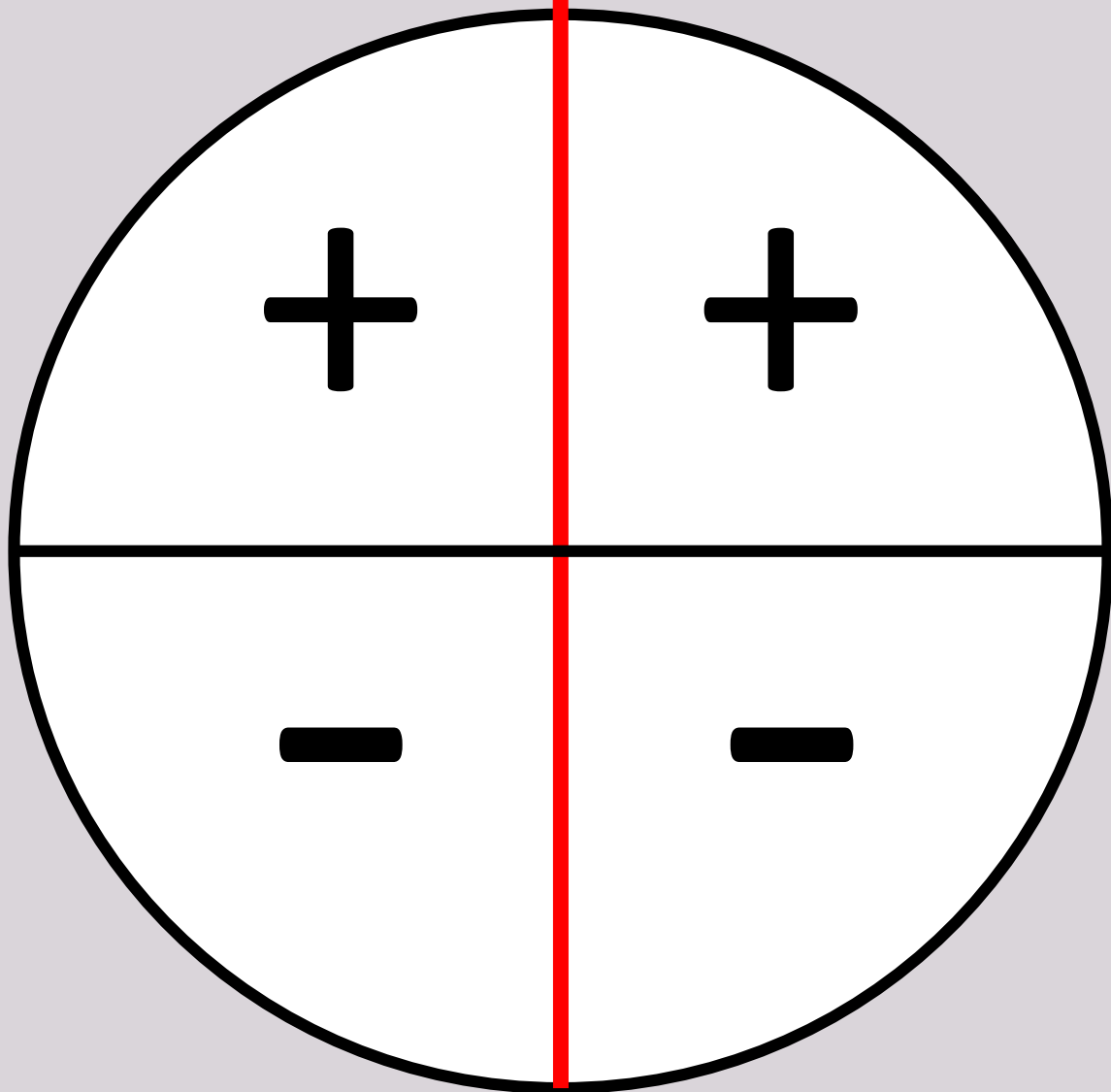
کاهش

ربع سوم

افزایش

ربع چهارم

$$y = \sin\theta$$



## بررسی $\sin\theta$ از نظر علامت

مثبت

ربع اول

مثبت

ربع دوم

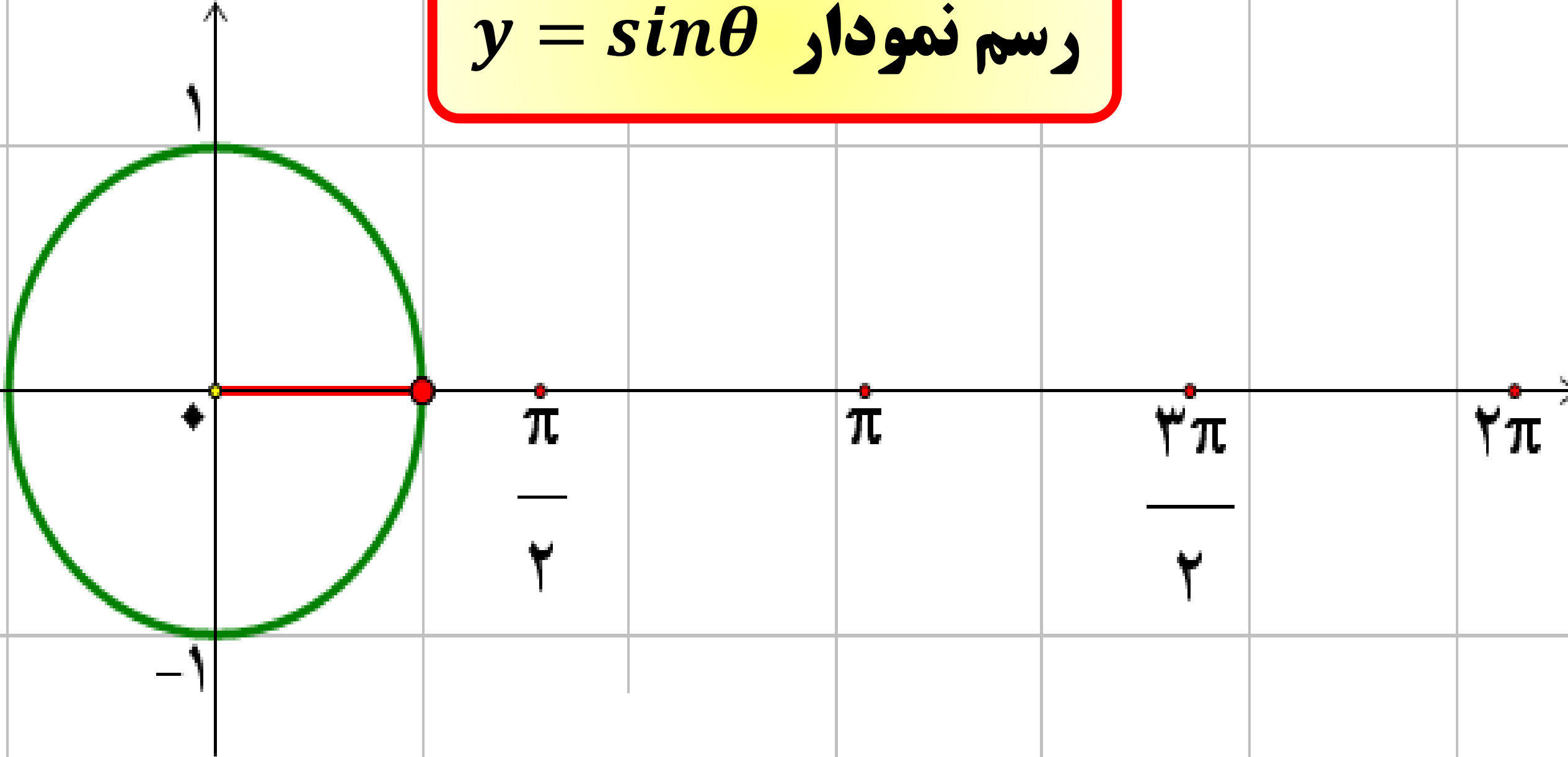
منفی

ربع سوم

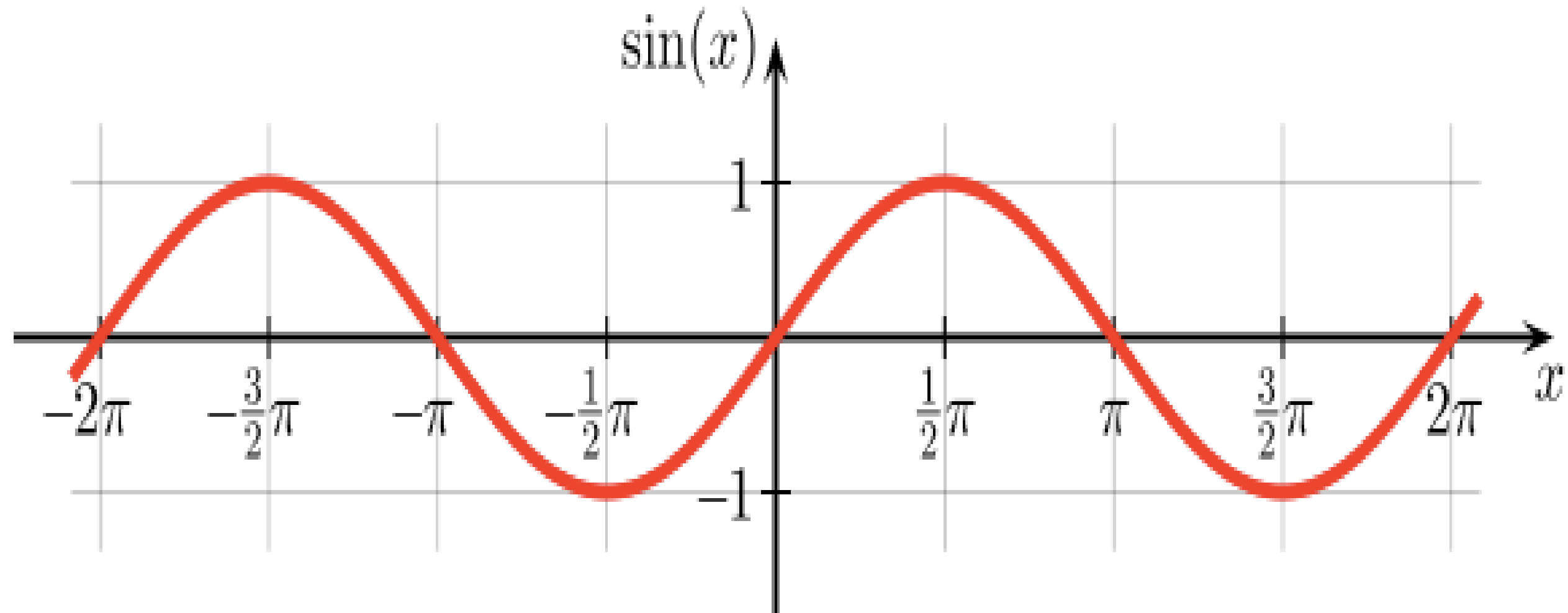
منفی

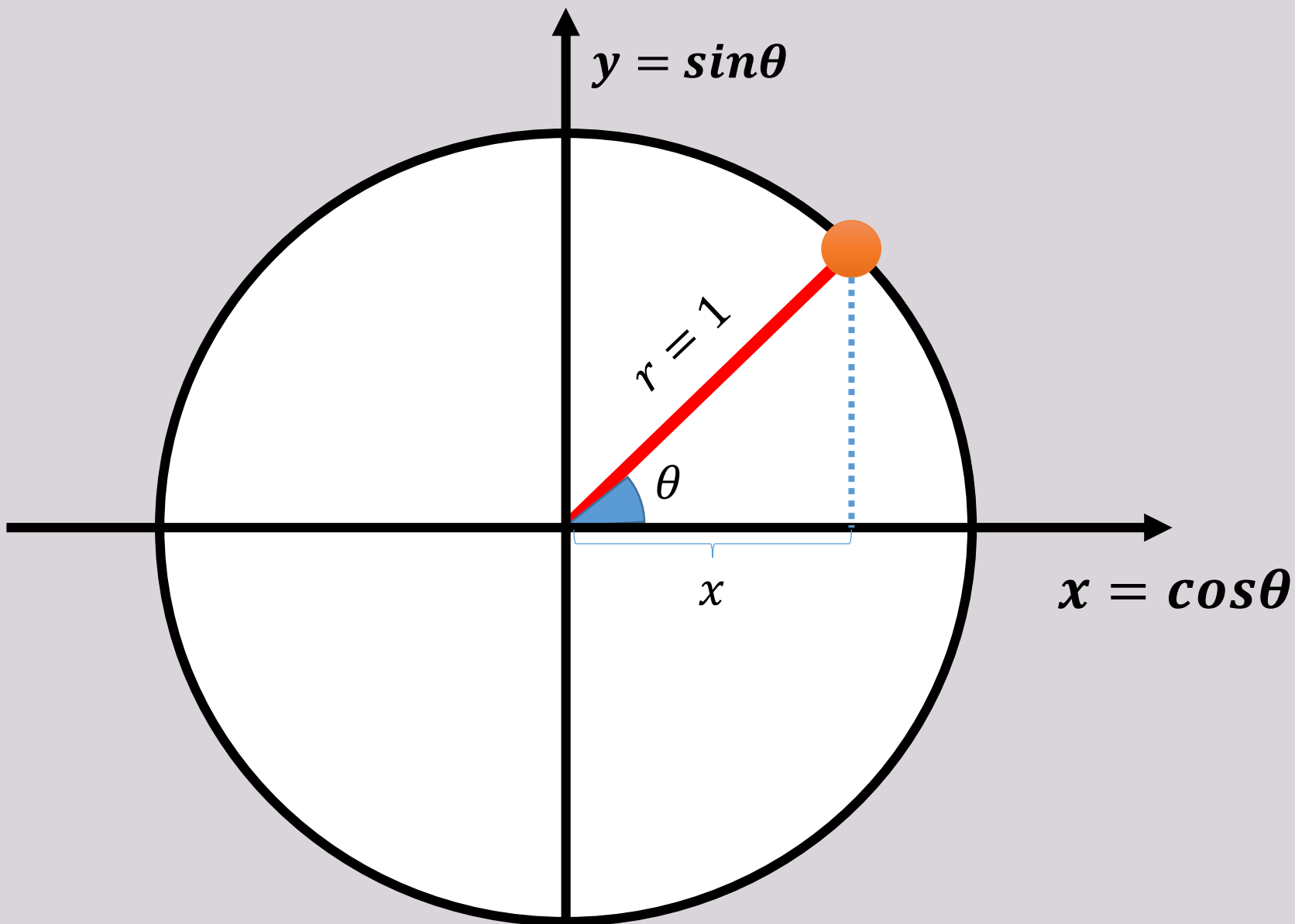
ربع چهارم

رسم نمودار  $y = \sin\theta$



# رسم نمودار کامل $y = \sin\theta$





**$\cos\theta$**

$$\cos\theta = \frac{x}{1}$$



$$\cos\theta = x$$



# مقادیر $\cos \theta$ بر روی دایره مثلثاتی

جنس ۳۰ درجه یا  $\frac{\pi}{6}$

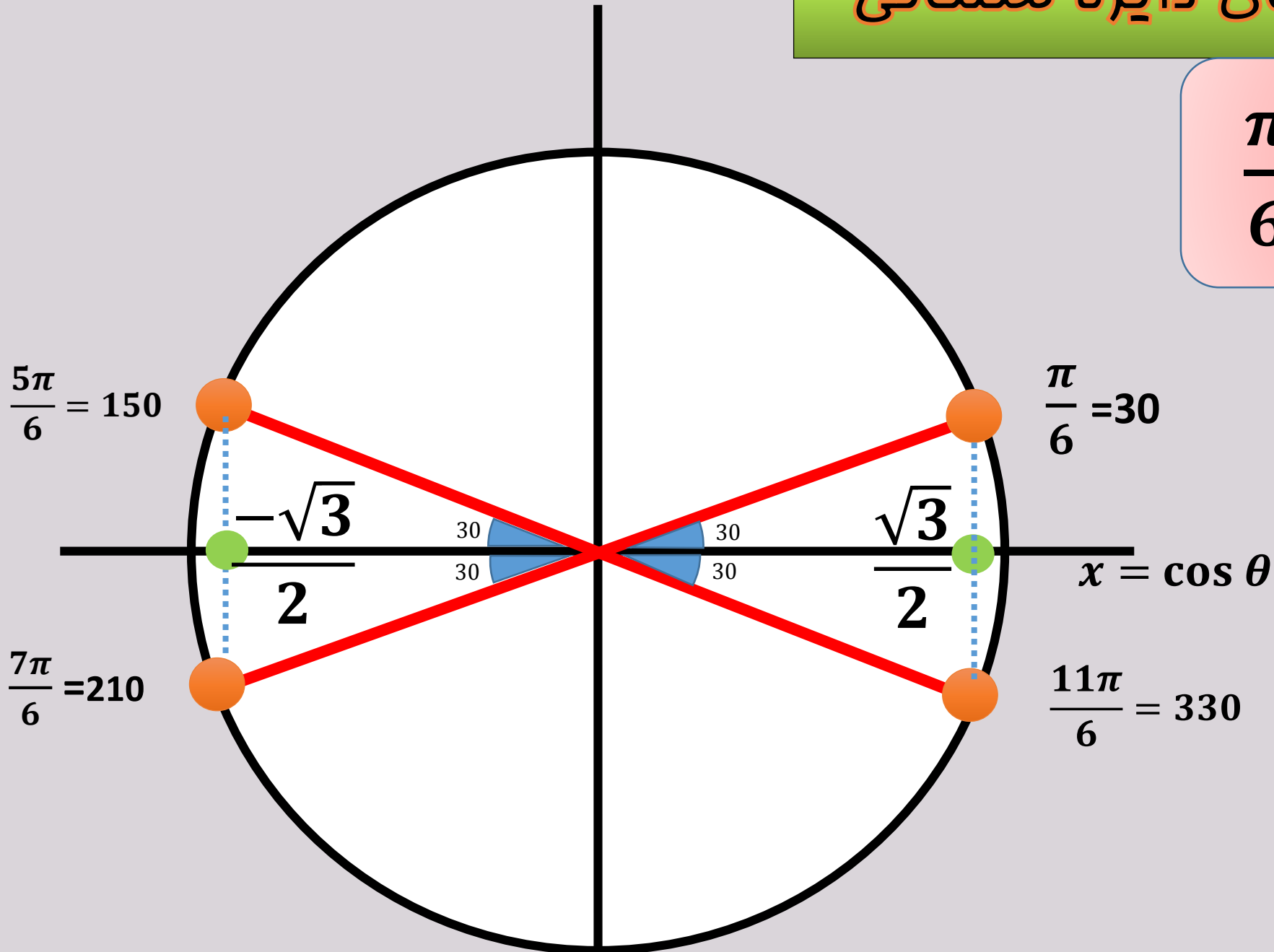
مثال

$$\cos\left(\frac{7\pi}{6}\right) = \frac{-\sqrt{3}}{2}$$

$$\cos\left(\frac{-\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\cos(150^\circ) = \frac{-\sqrt{3}}{2}$$

$$y = \sin \theta$$



# مقادیر $\cos\theta$ بر روی دایره مثلثاتی

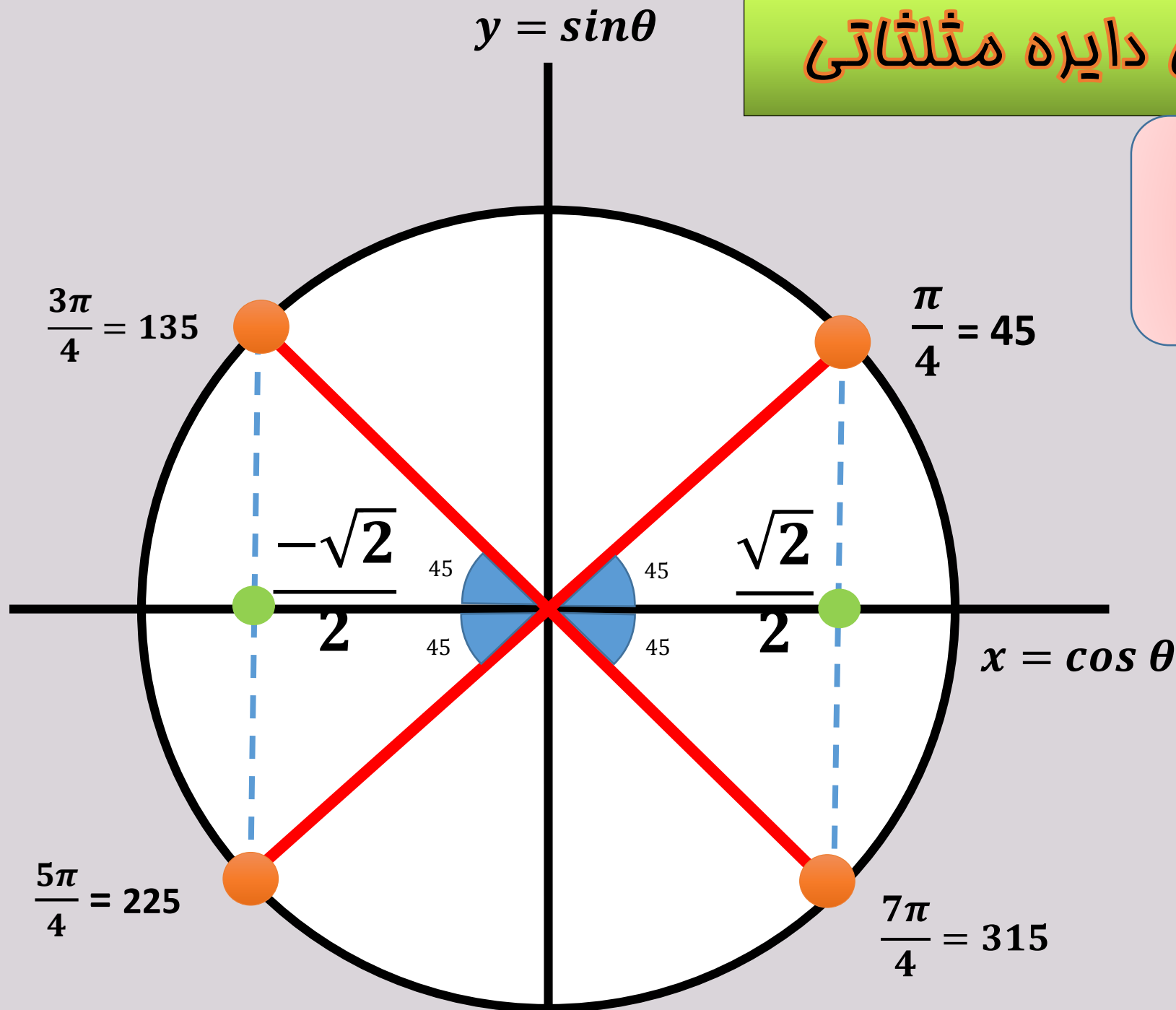
جنس ۴۵ درجه یا  $\frac{\pi}{4}$

مثال

$$\cos\left(\frac{-3\pi}{4}\right) = 0$$

$$\cos(135^\circ) = \frac{-\sqrt{2}}{2}$$

$$\cos\left(\frac{5\pi}{4}\right) = \frac{-\sqrt{2}}{2}$$



# مقادیر $\cos \theta$ بر روی دایره مثلثاتی

جنس ۶۰ درجه یا  $\frac{\pi}{3}$

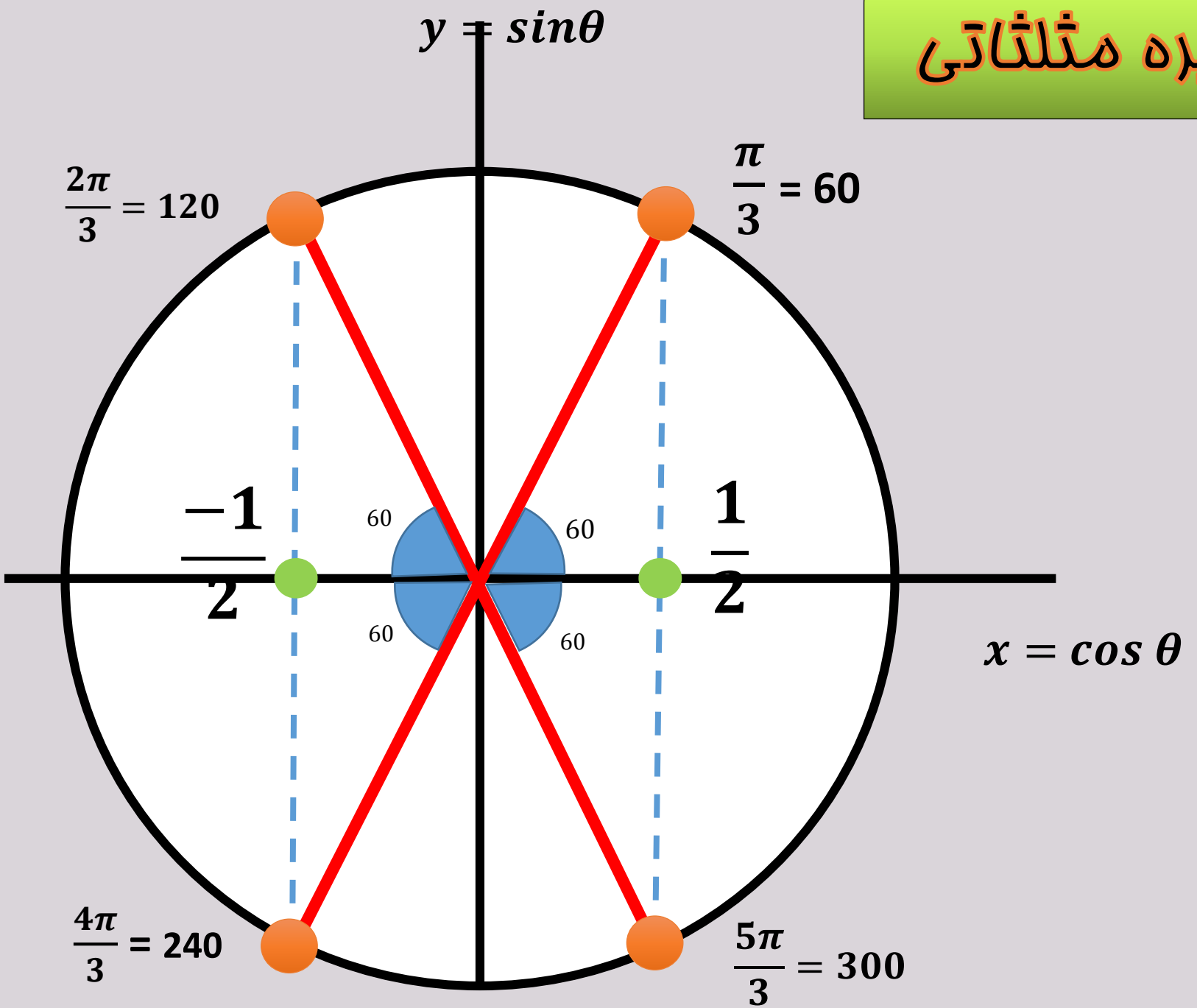
مثال

$$\cos\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}$$

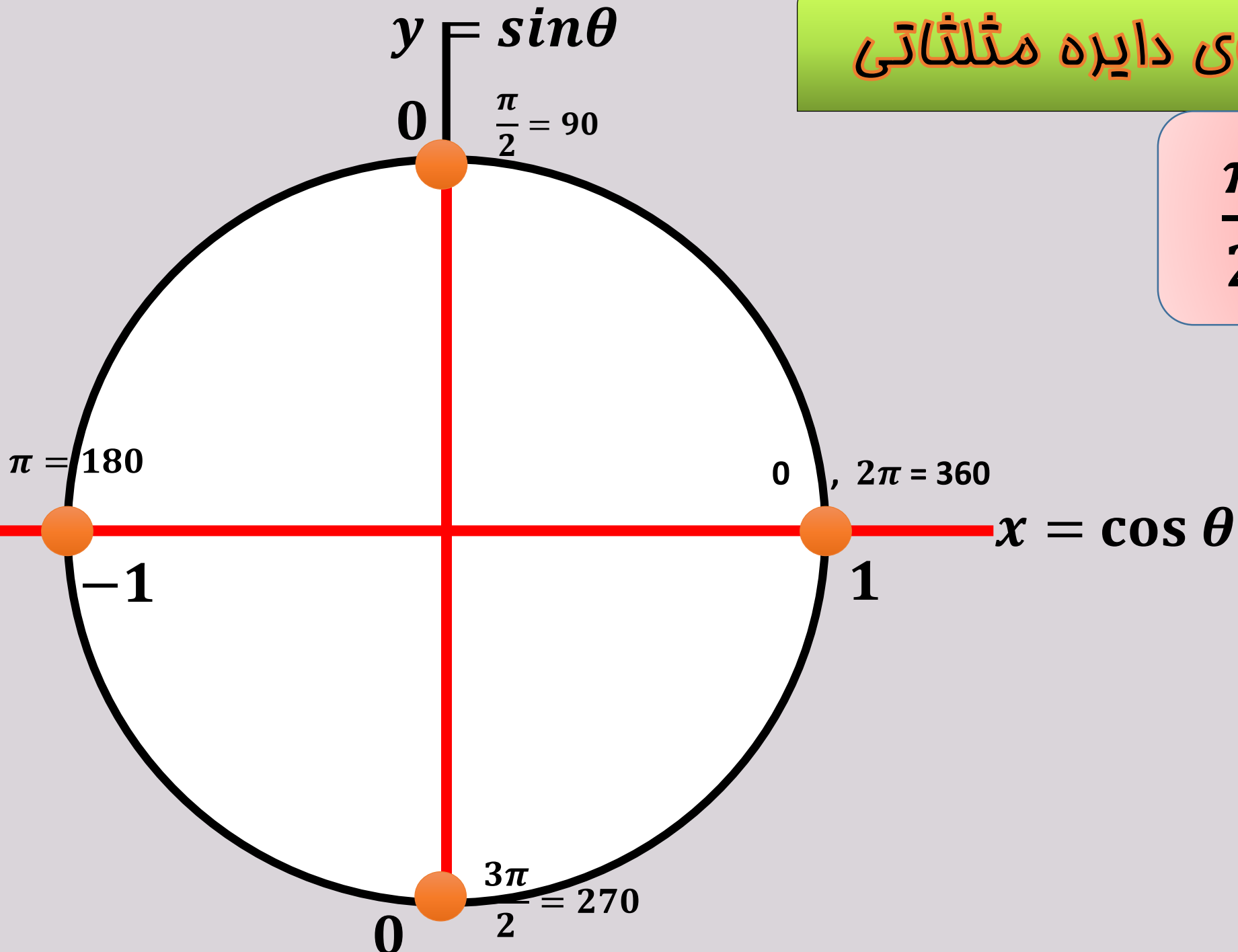
$$\cos\left(\frac{35\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}$$

$$\cos(240^\circ) = \frac{-1}{2}$$

$$\cos\left(\frac{-4\pi}{3}\right) = \frac{-1}{2}$$



# مقادیر $\cos\theta$ بر روی دایره مثلثاتی



جنس  $90$  درجه یا  $\frac{\pi}{2}$

مثال

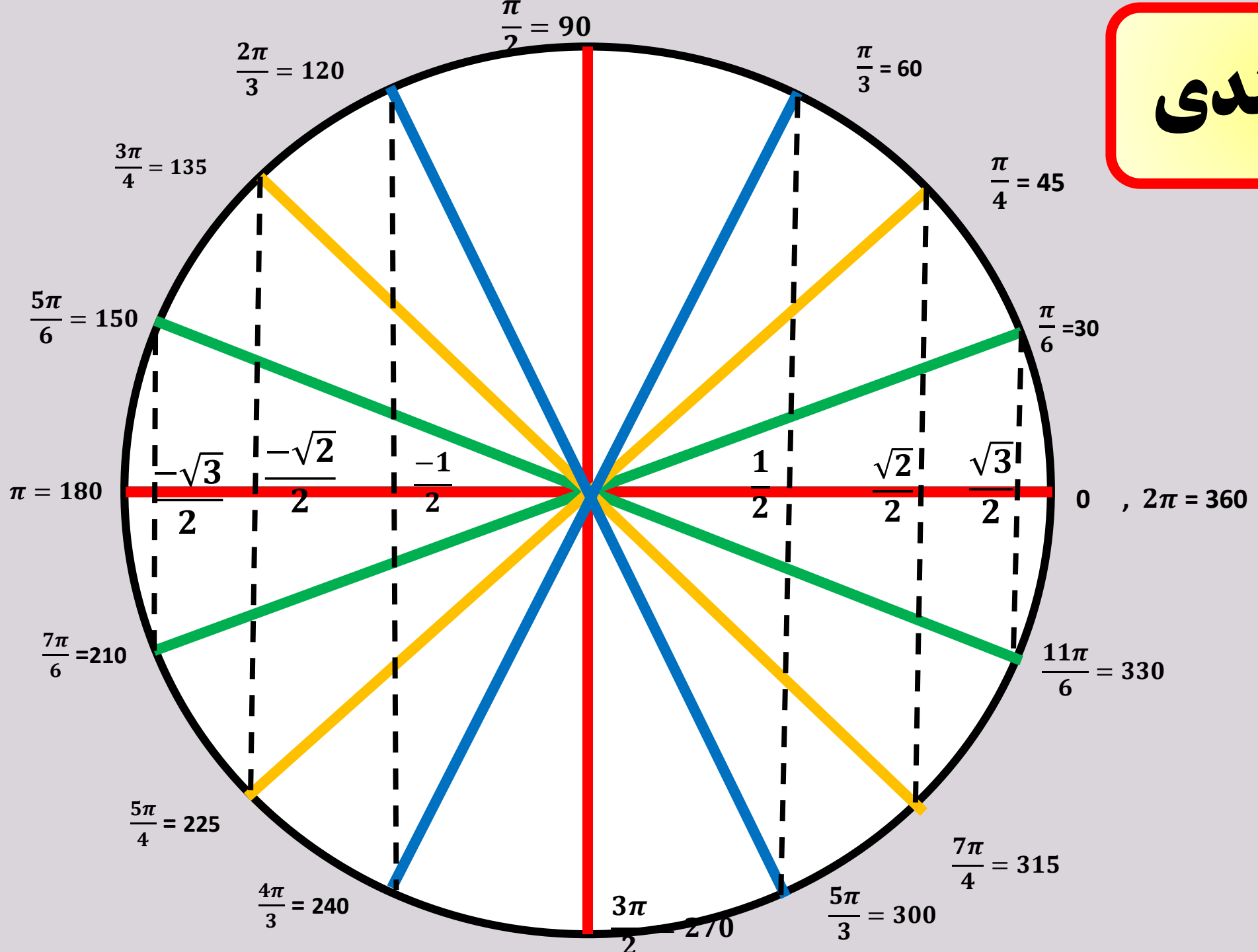
$$\cos(-\pi) = -1$$

$$\cos(-11\pi) = -1$$

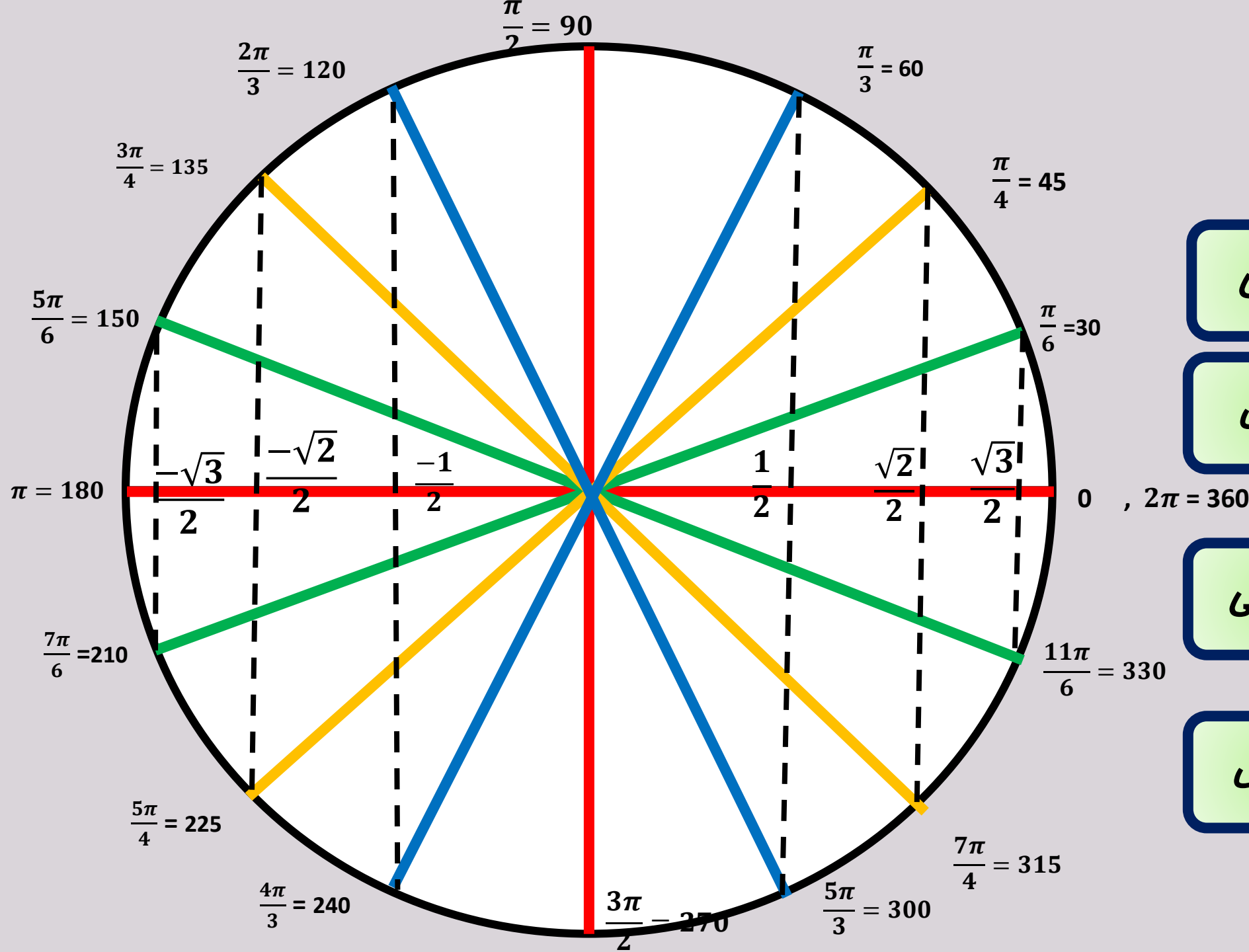
$$\cos(1890^\circ) = 0$$

$$\cos(-540^\circ) = -1$$

# جمع بندی



# افزایشی و کاهشی



کاهشی

ربع اول

کاهش

ربع دوم

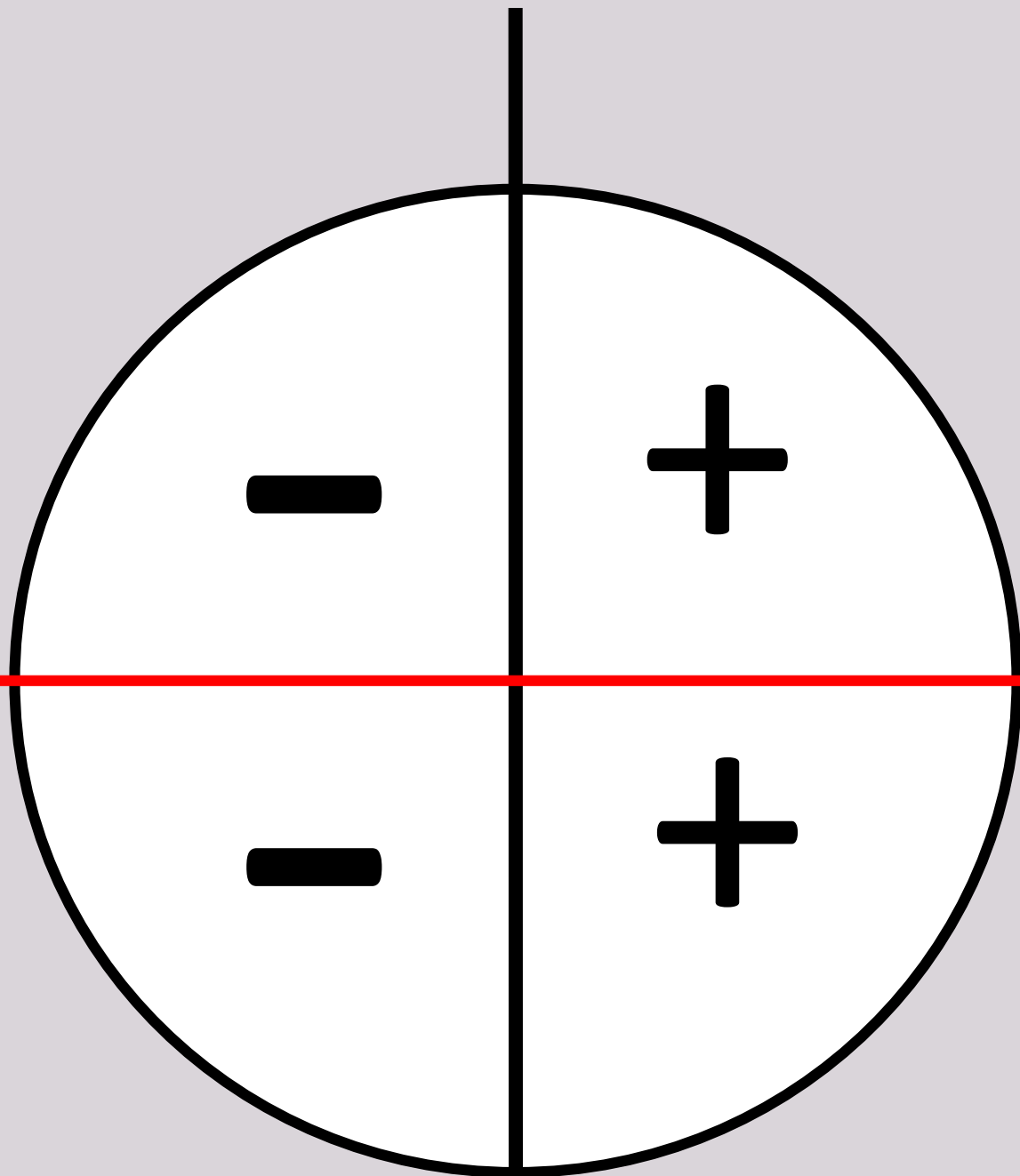
افزایشی

ربع سوم

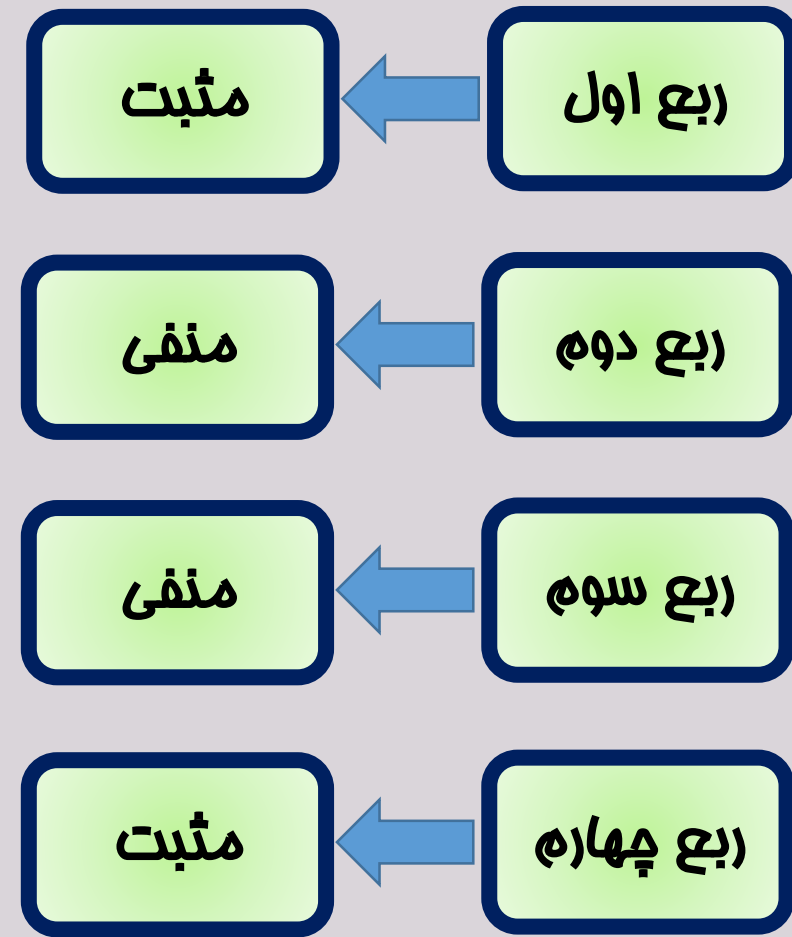
افزایش

ربع چهارم

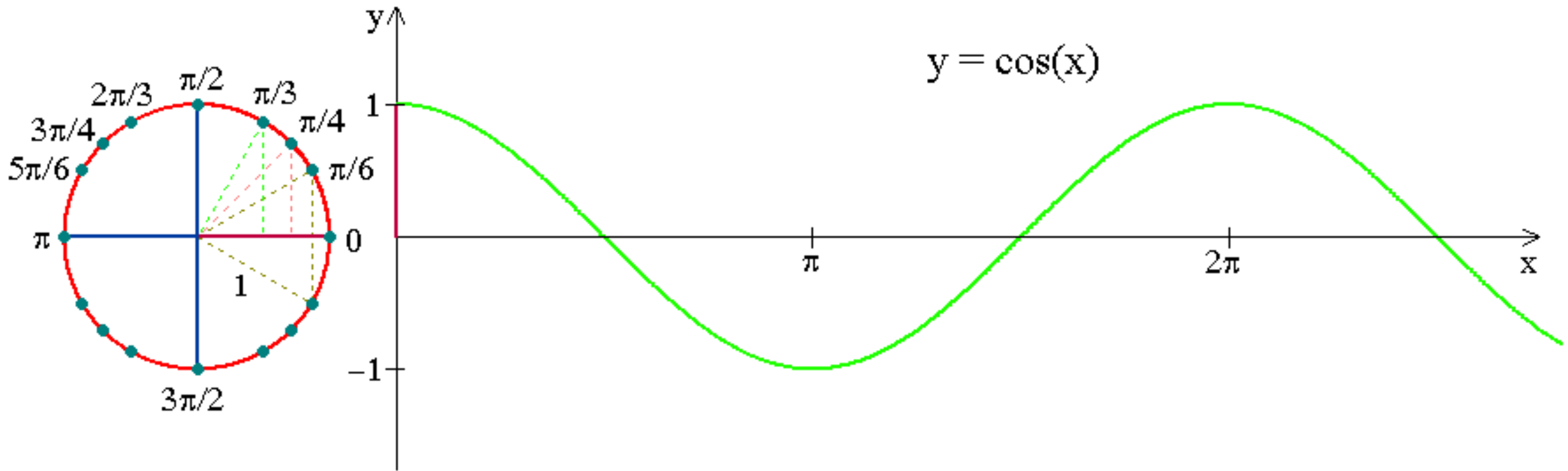
# بررسی $\cos \theta$ از نظر علامت



$$x = \cos \theta$$

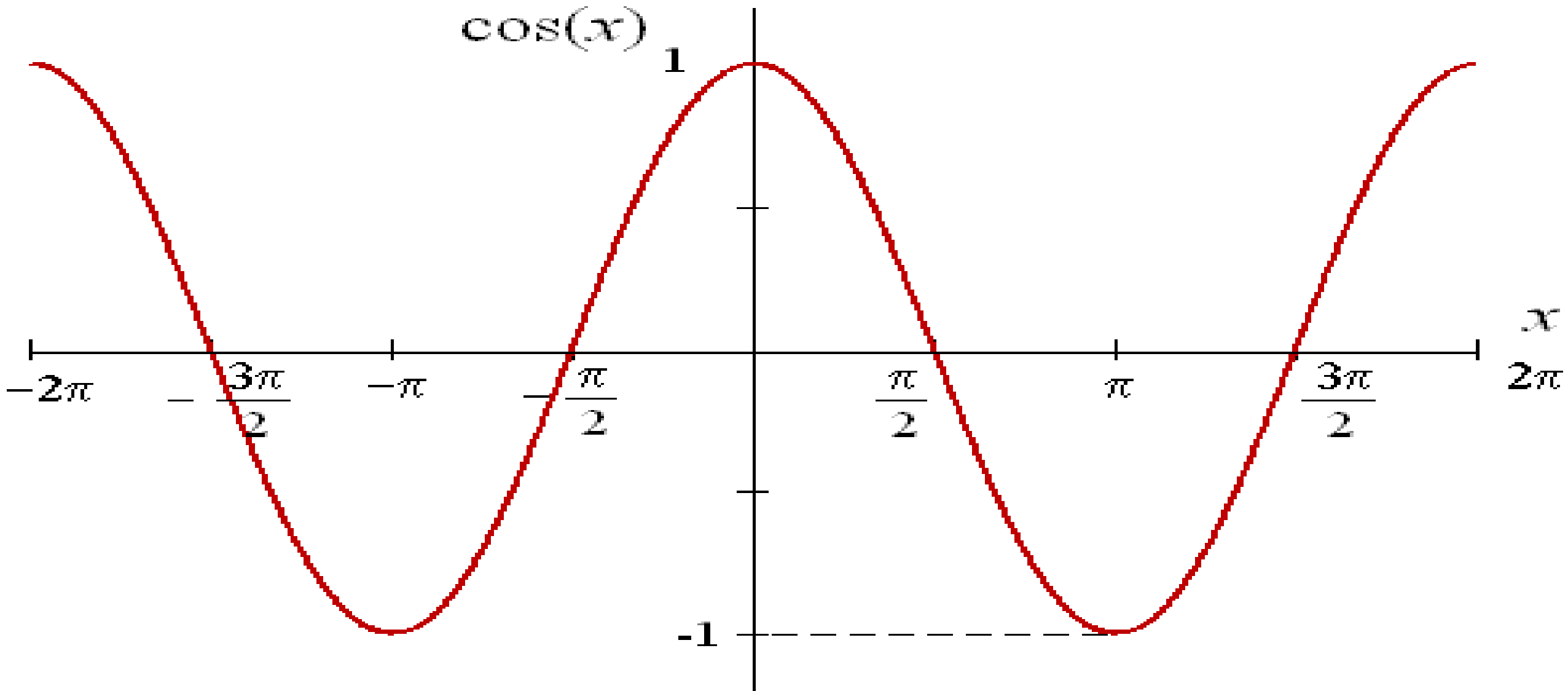


# رسم نمودار $y = \cos \theta$





# رسم نمودار کامل $y = \cos \theta$

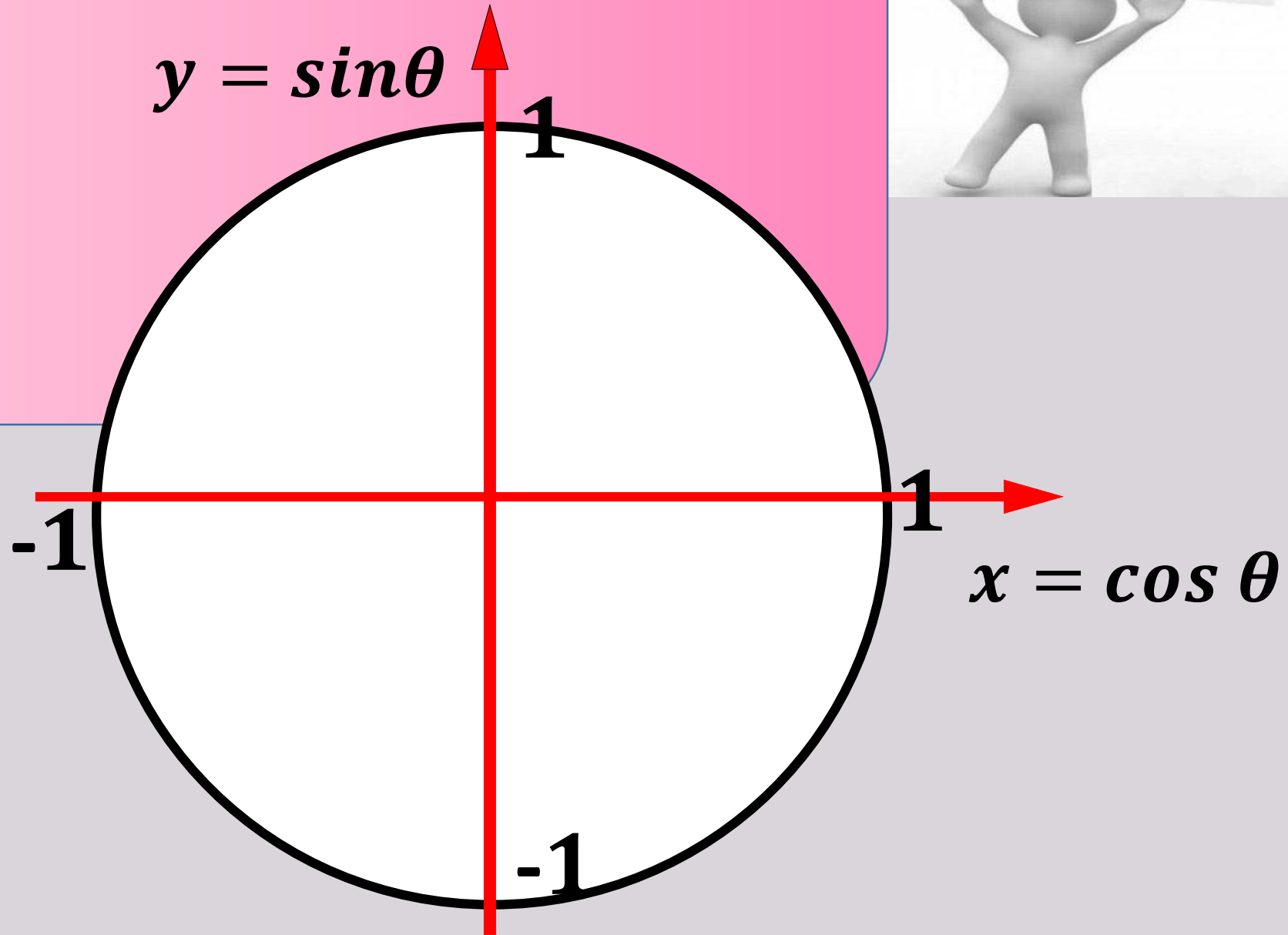


محدوده نوسان مقادیر  $\sin\theta$  و  $\cos\theta$  از  $-1$  تا  $1$  است .

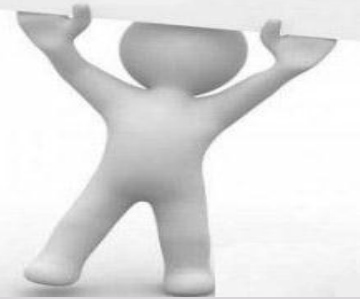
$$-1 \leq \sin\theta \leq 1$$

$$-1 \leq \cos\theta \leq 1$$

$$y = \sin\theta$$



نکته



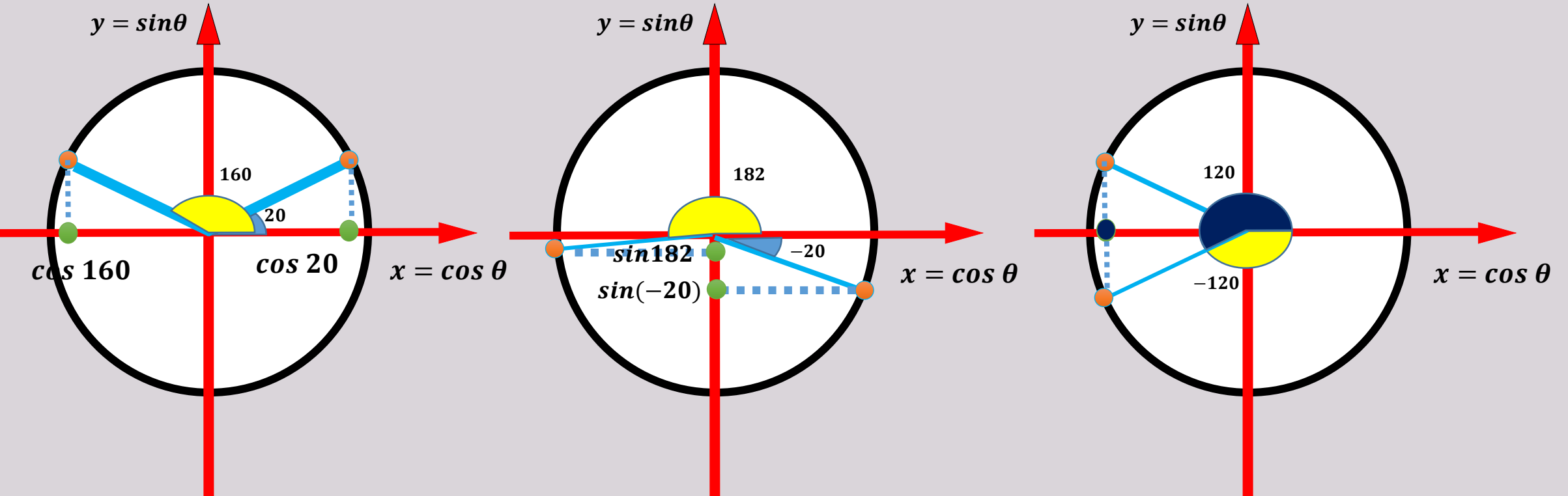
مسئله ۲۸ : کدام یک از روابط زیر صحیح است ؟

$$\sin(-20^\circ) > \sin 182^\circ \quad (۲)$$

$$\checkmark \sin 20^\circ > \sin 170^\circ \quad (۴)$$

$$\cos 20^\circ < \cos 160^\circ \quad (۱)$$

$$\cos(-120^\circ) < \cos 120^\circ \quad (۳)$$



مسئله ۲۹ : اگر با افزایش زاویه  $\theta$  مقادیر  $\sin\theta$  و  $\cos\theta$  افزایش یابند ، محدوده  $\theta$  کدام است ؟

(۴) چهارم ✓

(۳) سوم

(۲) دوم

(۱) اول

مسئله ۳۰: اگر  $\sin\theta + \cos\theta < 0$  و  $\sin\theta \cdot \cos\theta > 0$  باشد،  $\theta$  در کدام ناحیه قرار دارد؟

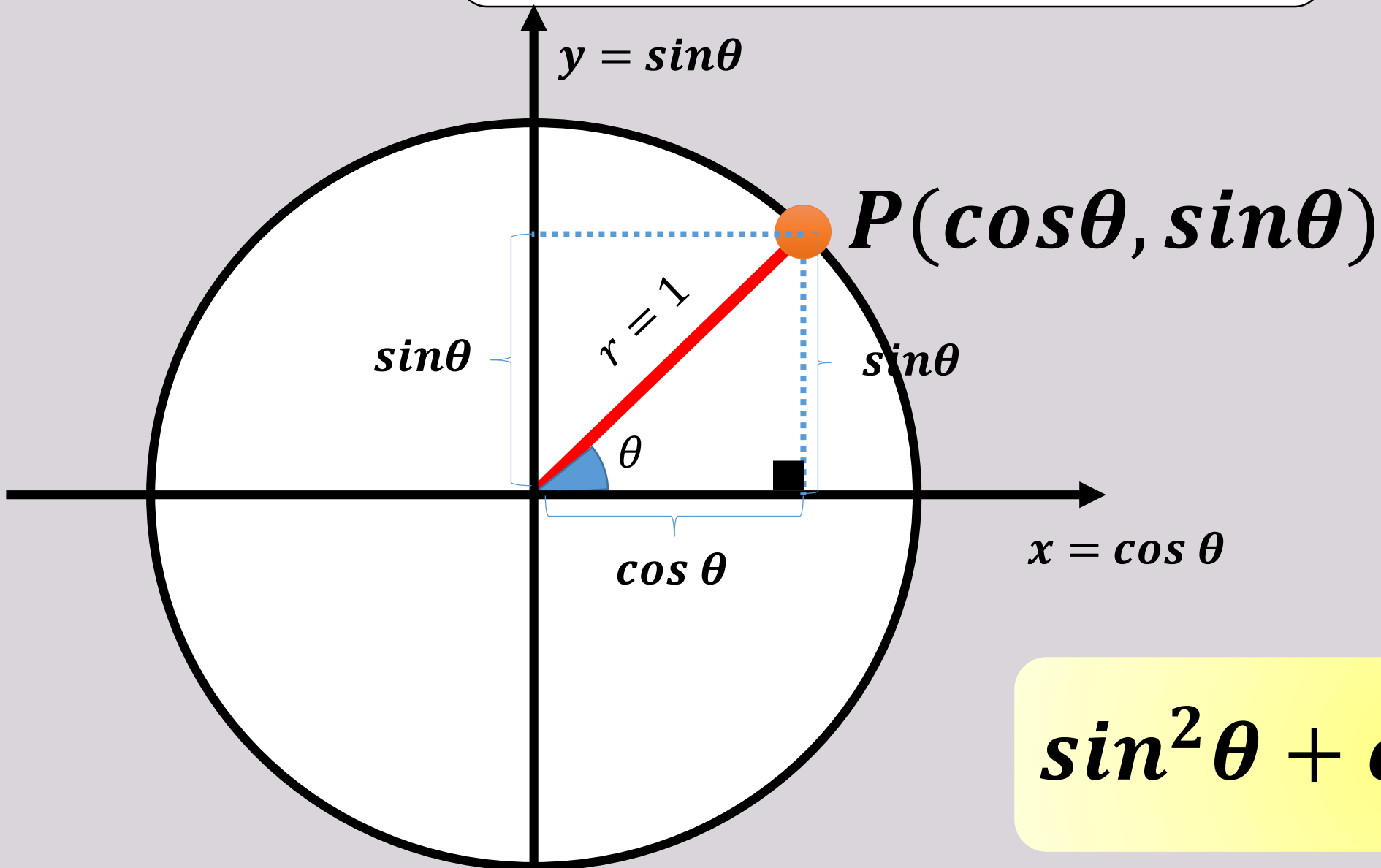
(۴) چهارم

(۳) سوم ✓

(۲) دوم

(۱) اول

# درسنامه ۵: رابطه مادر در مثلثات



رابطه مادر

قضیه فیثاغورس

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$$

## نتایج رابطه مادر

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$$

$$\sin^2 \theta = 1 - \cos^2 \theta$$

$$\cos^2 \theta = 1 - \sin^2 \theta$$



مسئله ۱۳۱ : فرض کنید نقطه P روی دایره مثلثاتی و در ربع سوم قرار دارد . به طوری که  $\cos\theta = \frac{-\sqrt{5}}{5}$

الف ) مختصات نقطه P را بیابید .

ب) سایر نسبت های مثلثاتی زاویه  $\theta$  را پیدا کنید.



زاویه هایی مثل  $\alpha$  و  $\theta$  که در جلوی عملگرهای مثلثاتی می آیند ،  
طبق قرارداد حاده هستند مگر اینکه در صورت سوال گفته شده  
باشد که منفرجه یا قائمه است.

تذکر

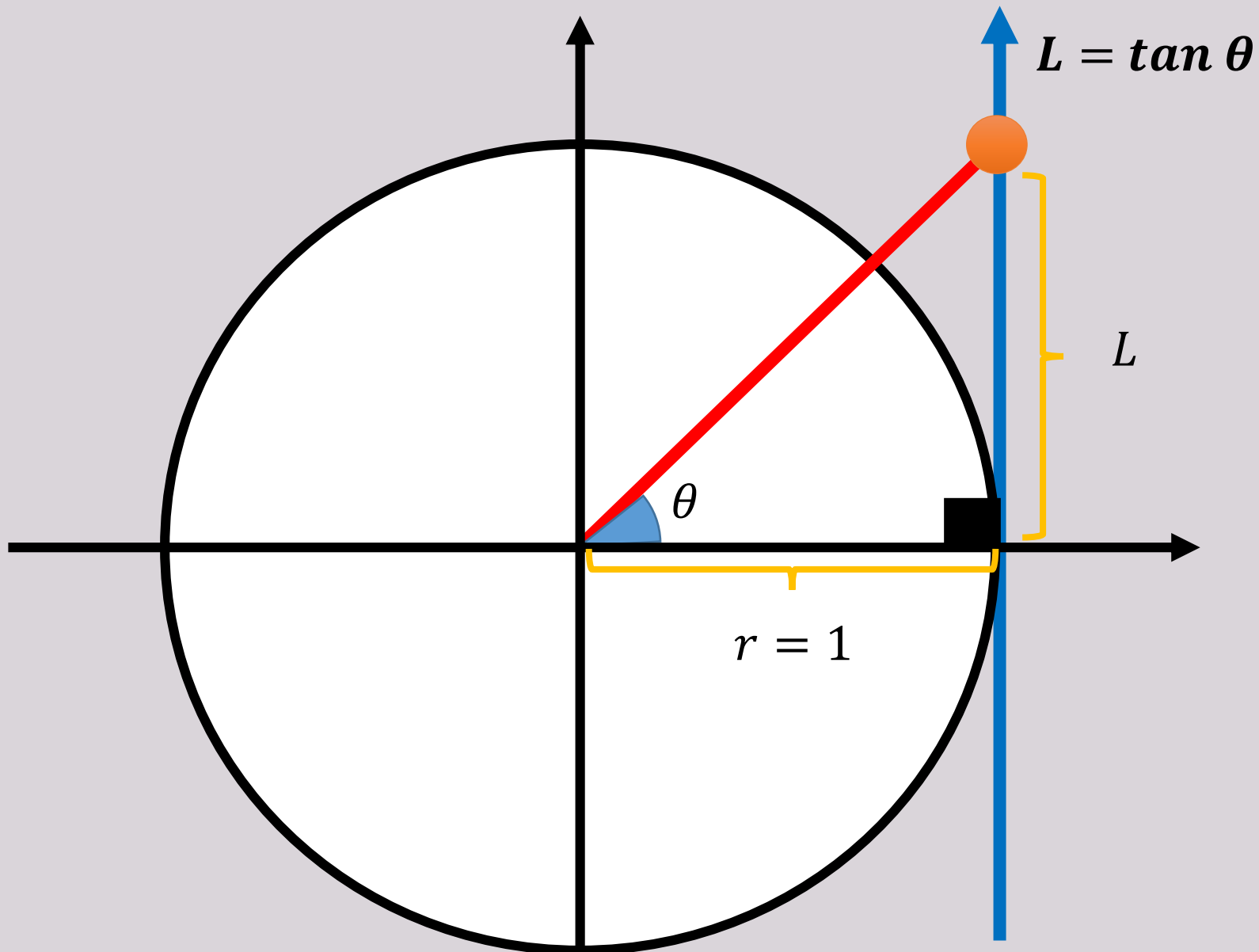
IRNA

www.irna.ir

Iran News Agency

ایران نیوز

# تعریف نسبت های مثلثاتی در دایره مثلثاتی

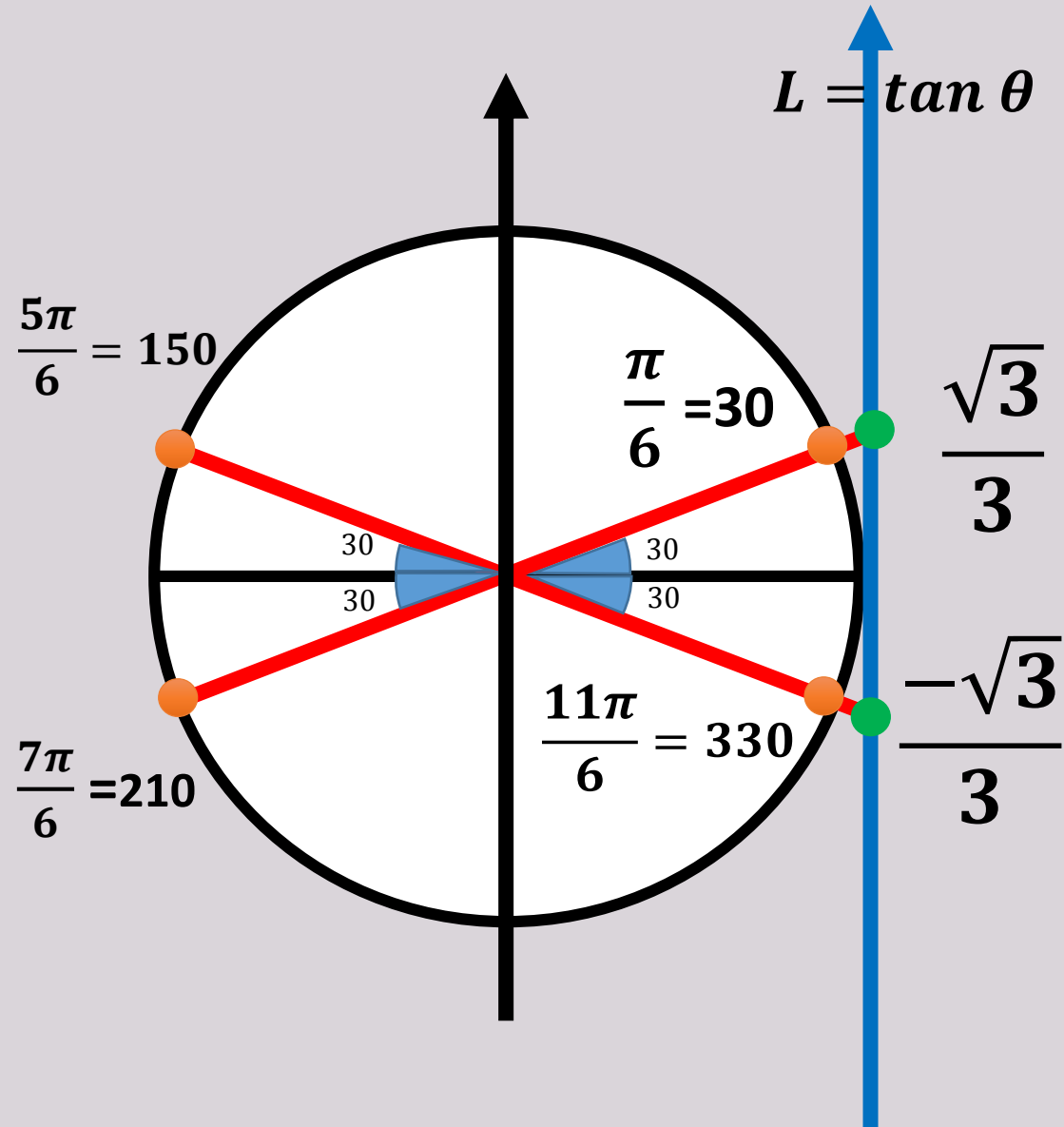


**$\tan \theta$**

$$\tan \theta = \frac{L}{1}$$

$$\tan \theta = L$$

# مقادیر $\tan \theta$ بر روی دایره مثلثاتی



جنس ۳۰ درجه یا  $\frac{\pi}{6}$

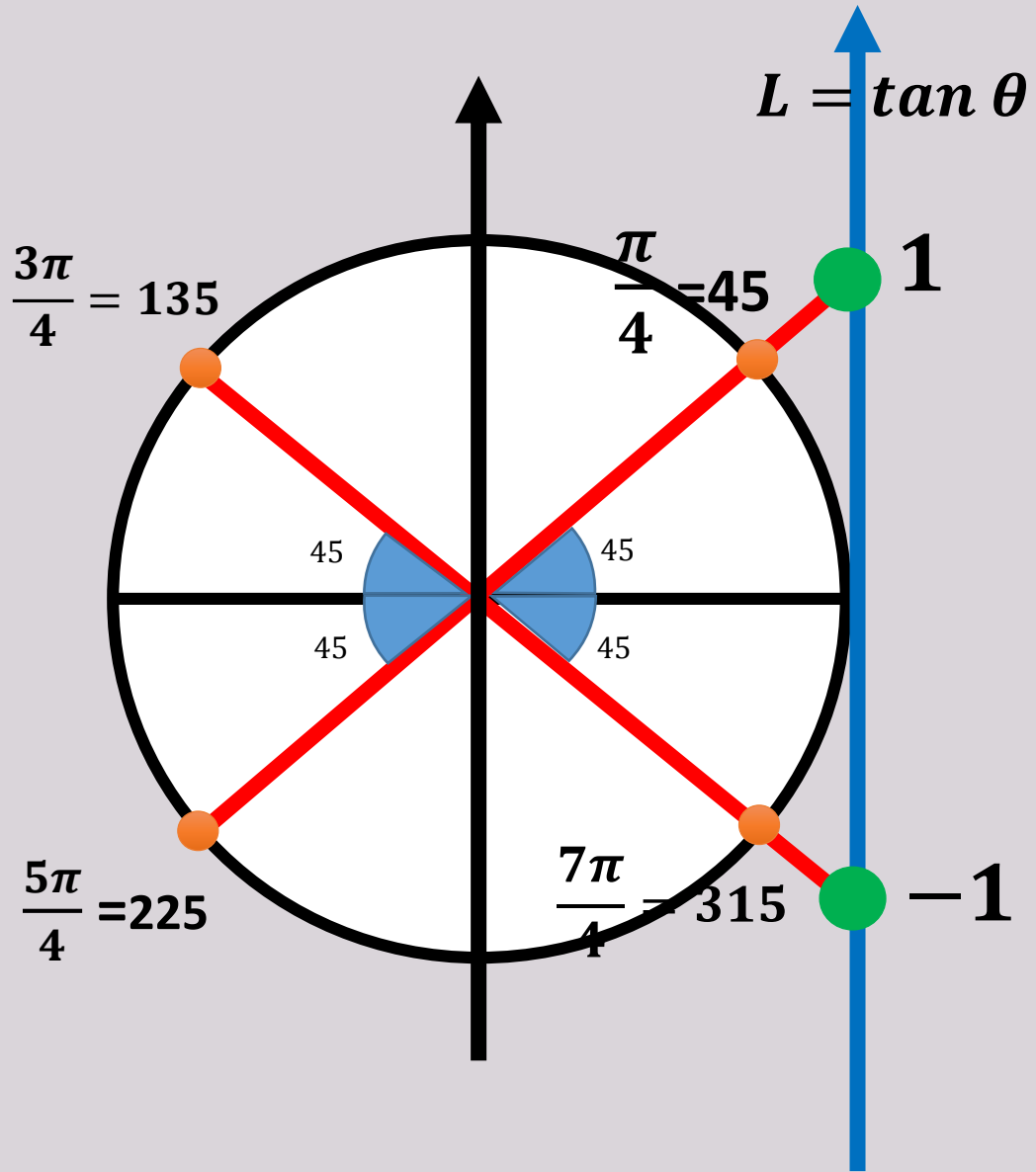
مثال

$$\tan\left(\frac{5\pi}{6}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\tan\left(\frac{7\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\tan(-150^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

# مقادیر $\tan \theta$ بر روی دایره مثلثاتی



جنس ۴۵ درجه یا  $\frac{\pi}{4}$

مثال

$$\tan\left(\frac{-\pi}{4}\right) = -1$$

$$\tan(-225^\circ) = -1$$

$$\tan(-315^\circ) = 1$$

# مقادیر $\tan \theta$ بر روی دایره مثلثاتی

جنس ۶۰ درجه یا  $\frac{\pi}{3}$

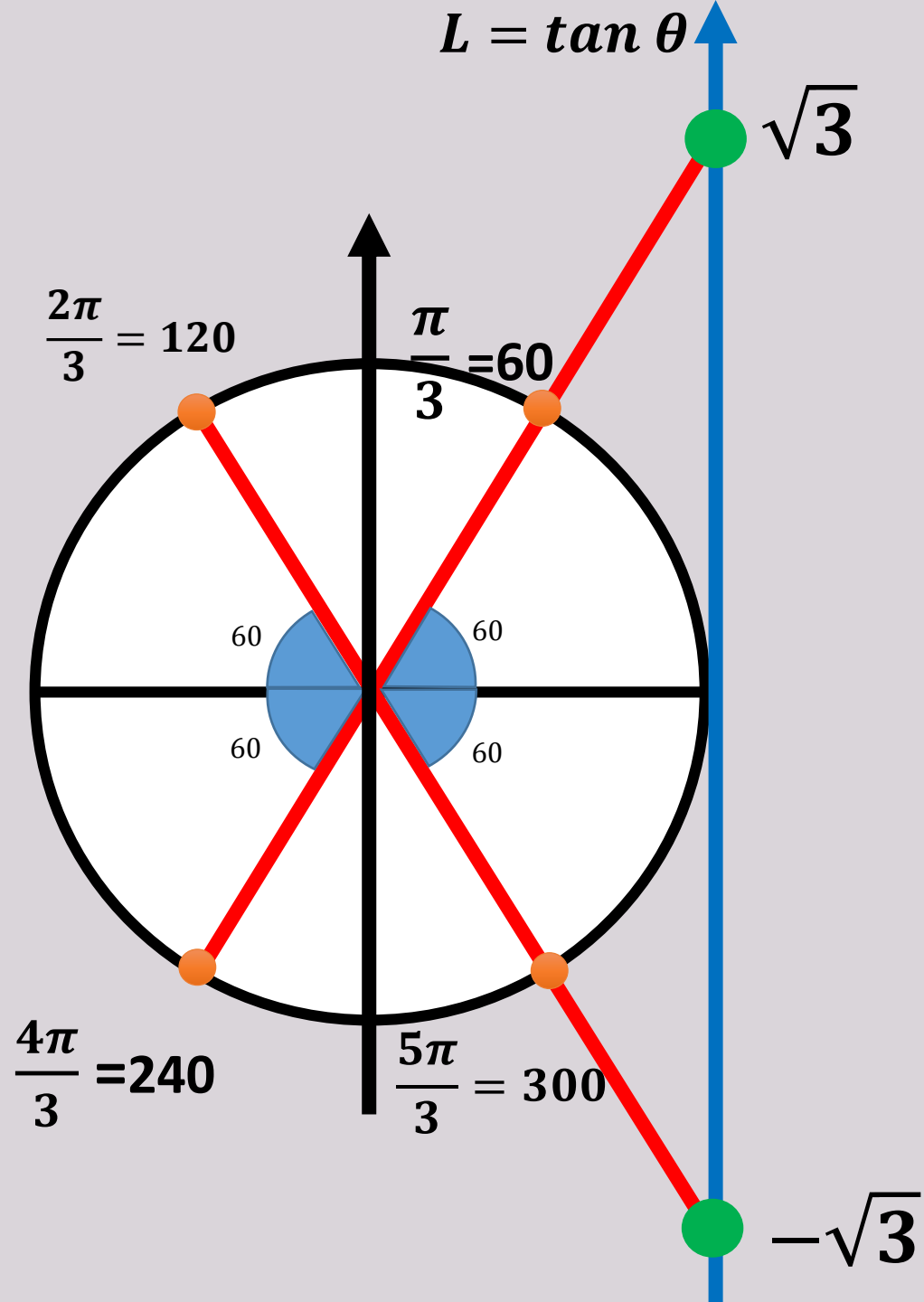
مثال

$$\tan\left(\frac{2\pi}{3}\right) = -\sqrt{3}$$

$$\tan\left(\frac{4\pi}{3}\right) = \sqrt{3}$$

$$\tan(-240^\circ) = -\sqrt{3}$$

$$\tan(300^\circ) = -\sqrt{3}$$



# مقادیر $\tan \theta$ بر روی دایره مثلثاتی

جنس ۹۰ درجه یا  $\frac{\pi}{2}$

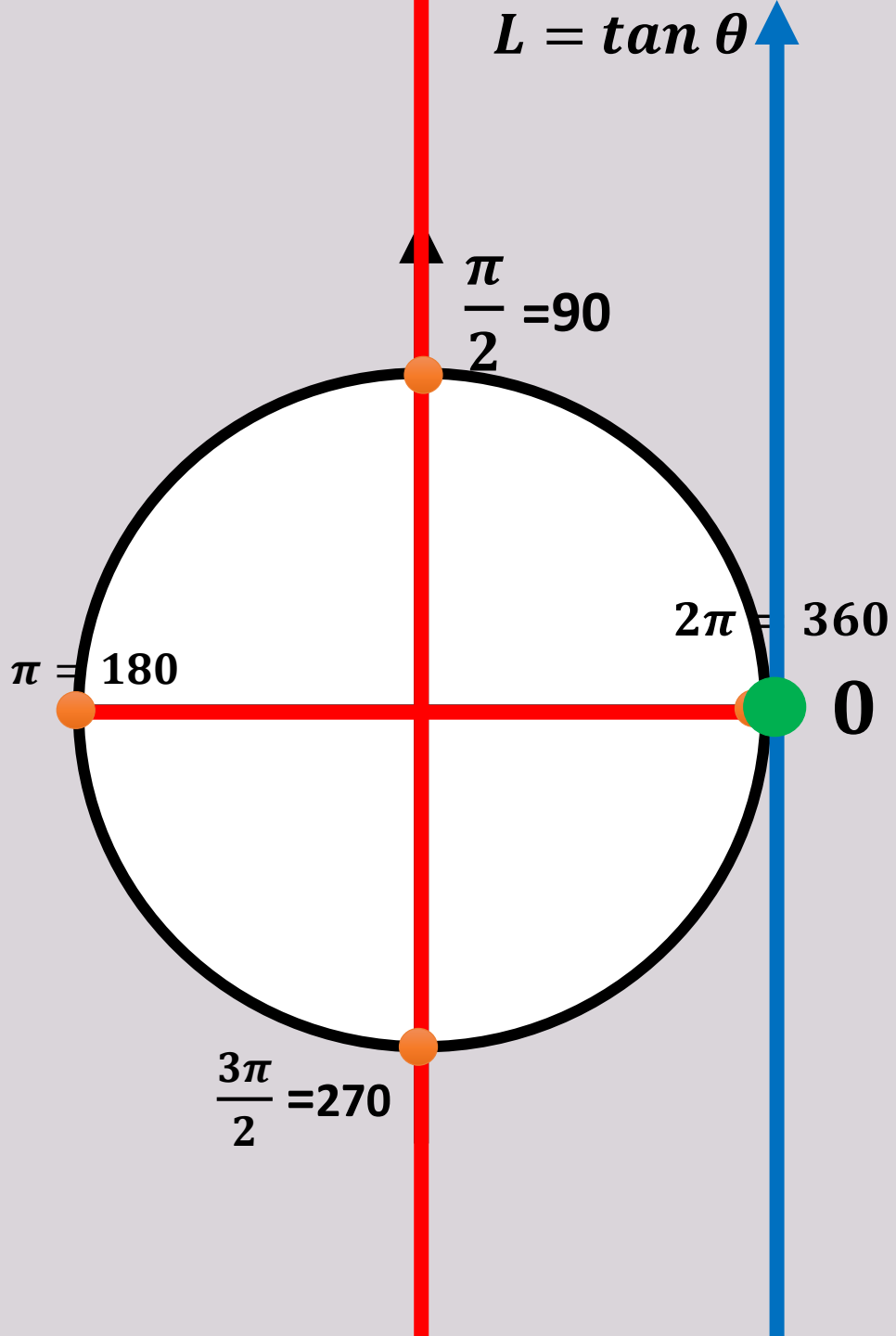
مثال

$$\tan\left(\frac{\pi}{2}\right) = \text{تن}$$

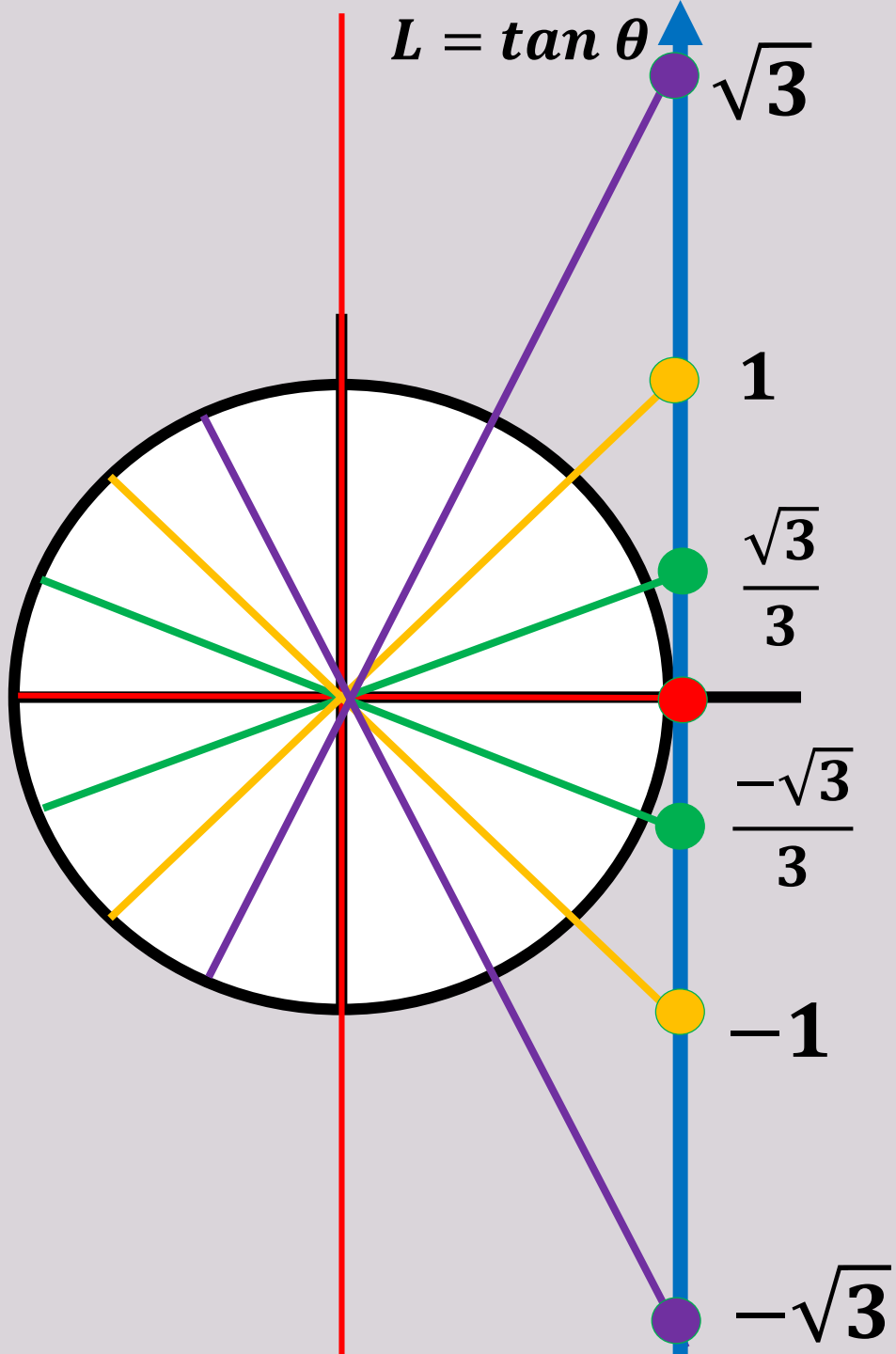
$$\tan(10\pi) = 0$$

$$\tan(540^\circ) = 0$$

$$\tan(630^\circ) = \text{تن}$$



# جمع بندی



# افزایشی و کاهشی

ربع اول

افزایش

ربع دوم

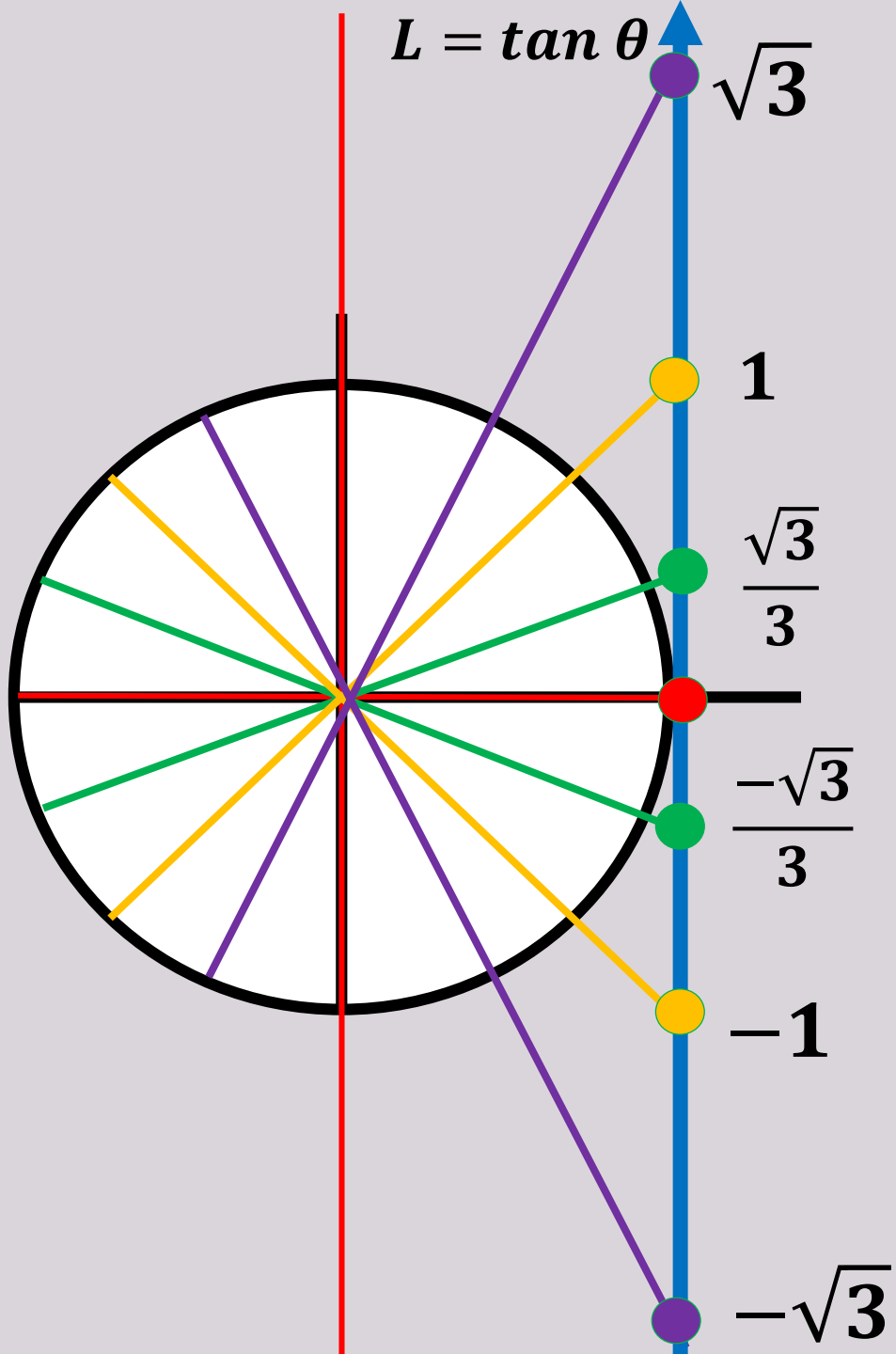
افزایشی

ربع سوم

افزایشی

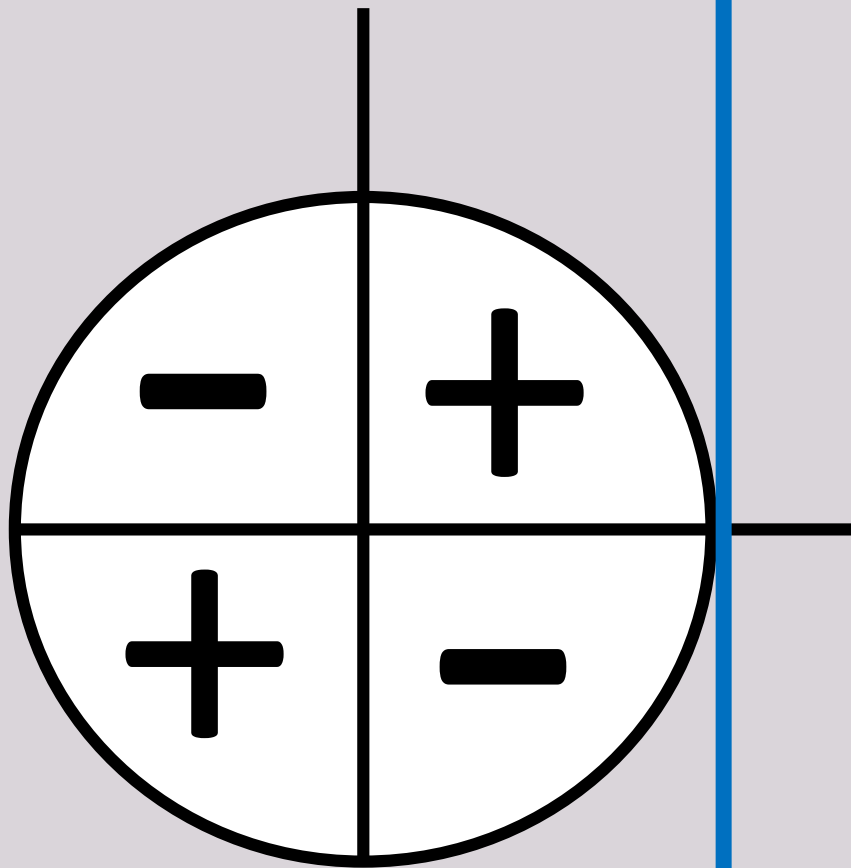
ربع چهارم

افزایش





$$L = \tan \theta$$



## بررسی $\tan \theta$ از نظر علامت

مثبت

ربع اول

منفی

ربع دوم

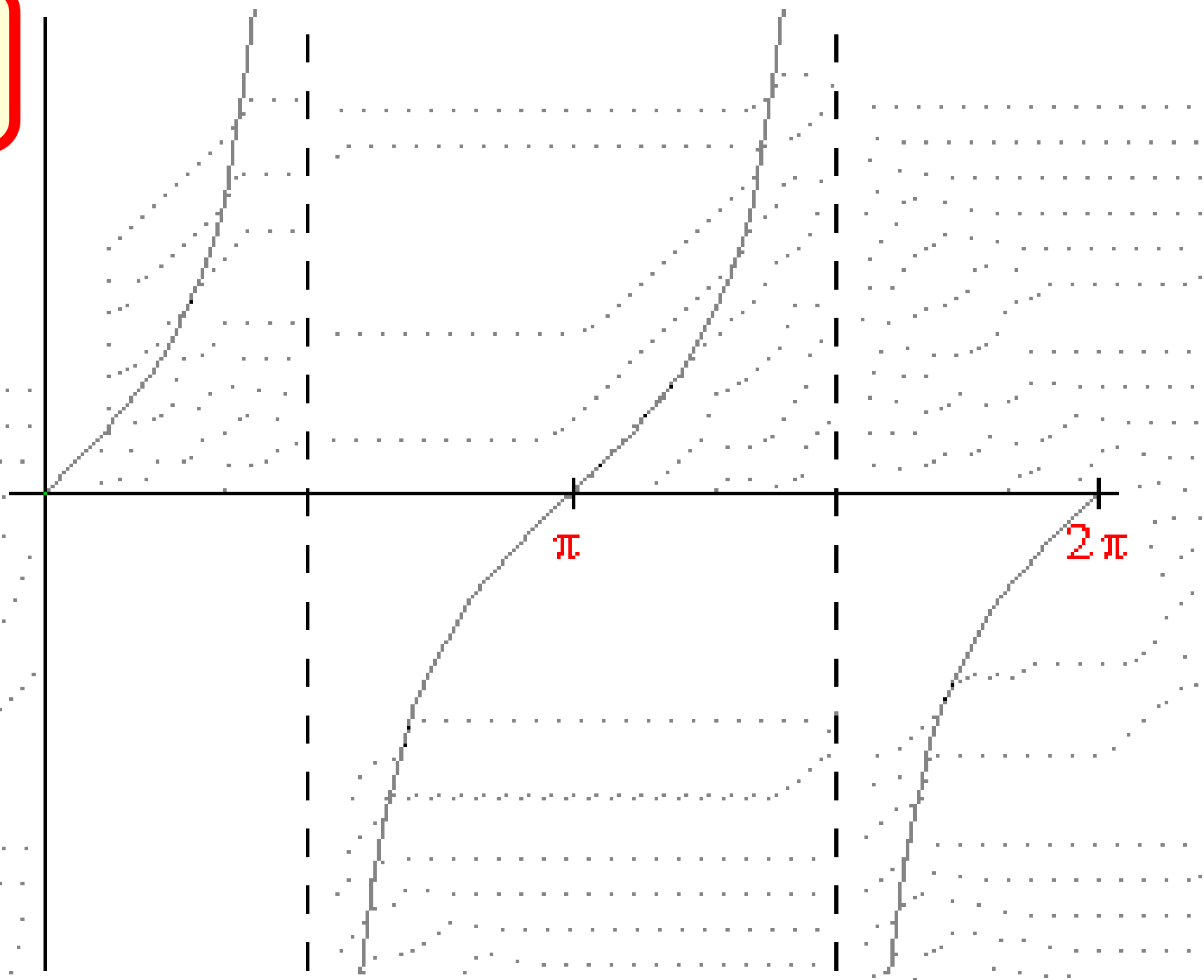
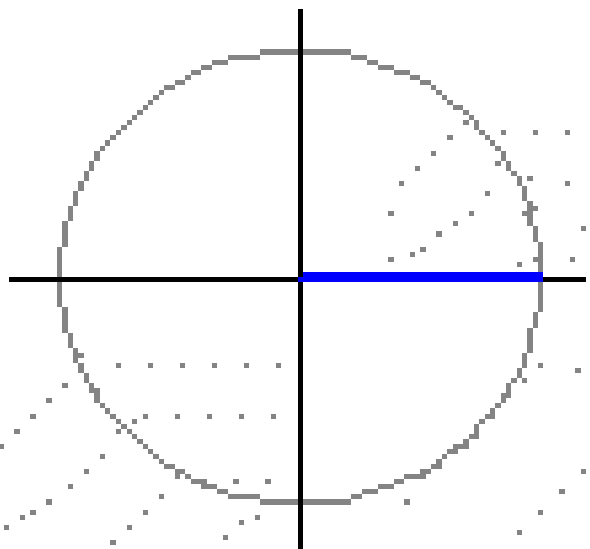
مثبت

ربع سوم

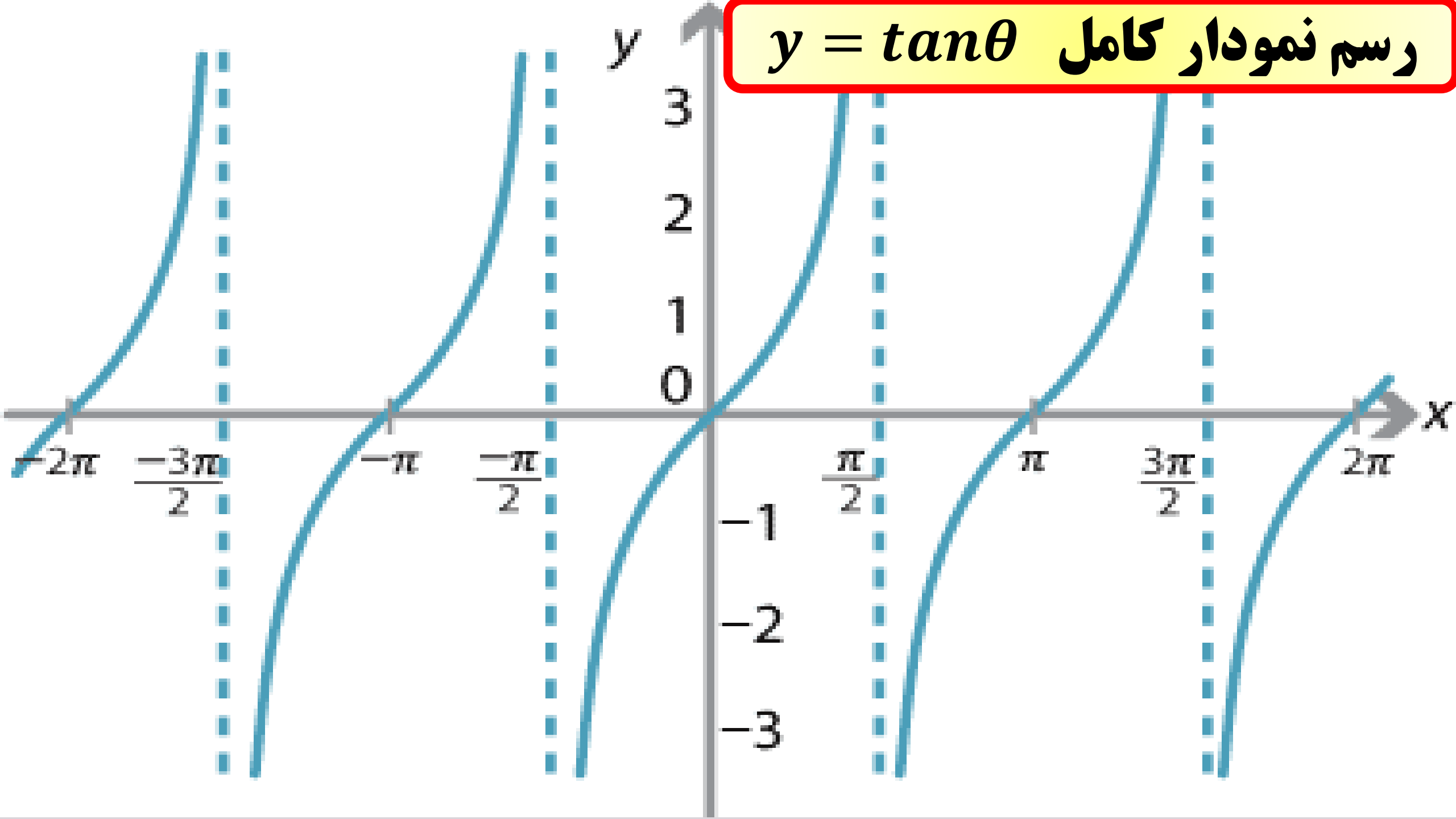
منفی

ربع چهارم

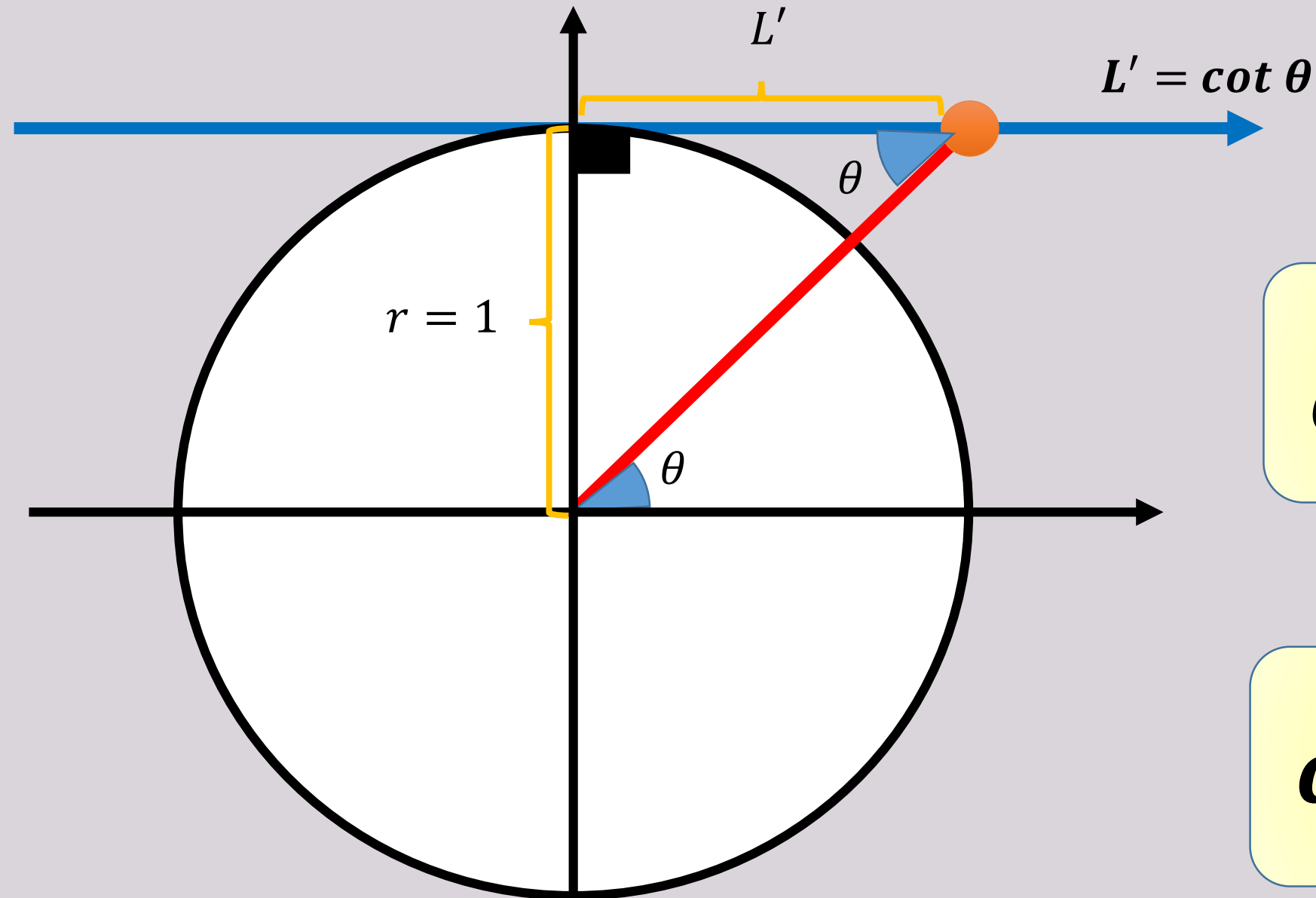
رسم نمودار  $y = \tan \theta$



# رسم نمودار کامل $y = \tan \theta$



# تعریف نسبت های مثلثاتی در دایره مثلثاتی

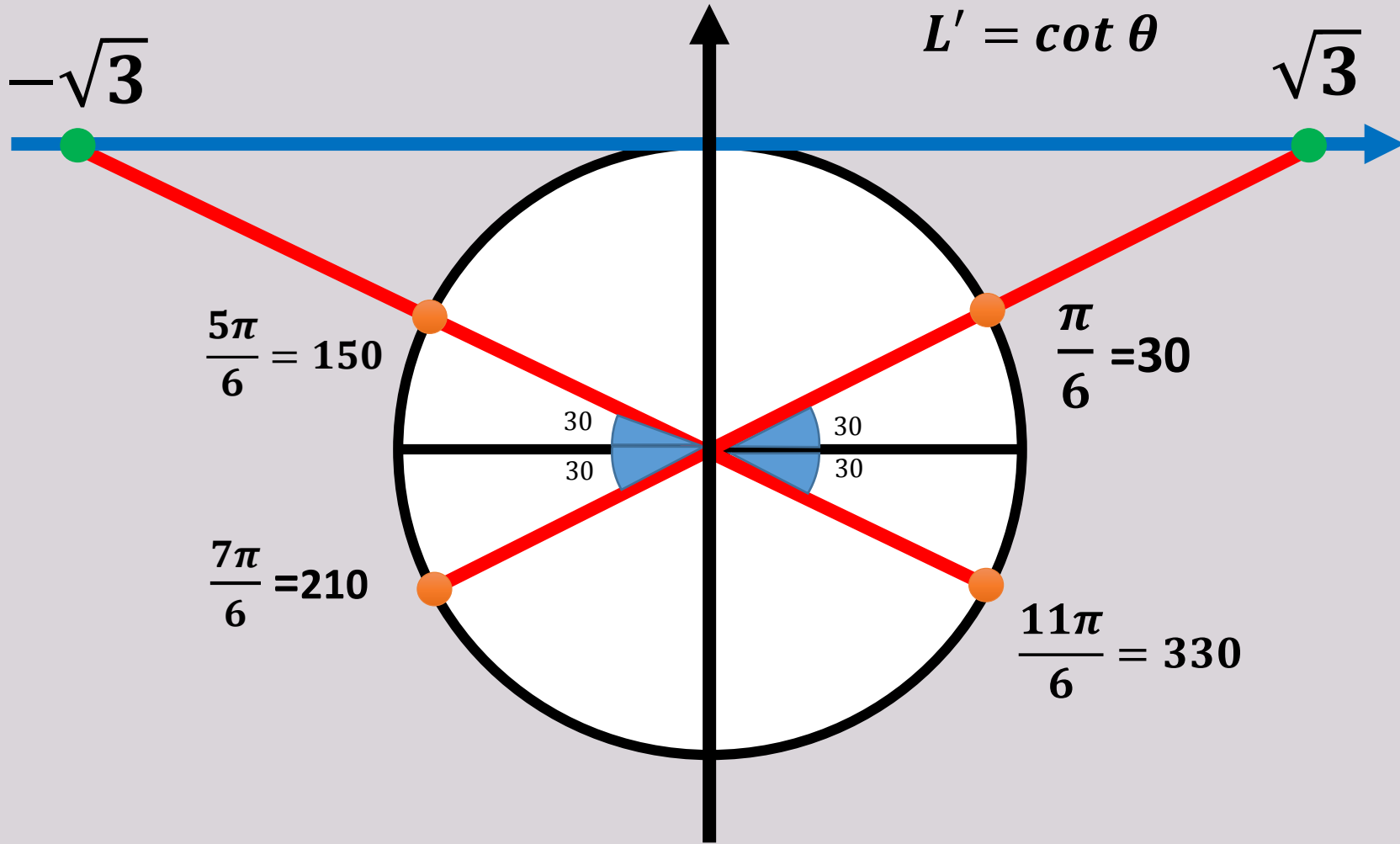


**$\cot \theta$**

$$\cot \theta = \frac{L'}{1}$$

$$\cot \theta = L'$$

# مقادیر $\cot \theta$ بر روی دایره مثلثاتی



جنس ۳۰ درجه یا  $\frac{\pi}{6}$

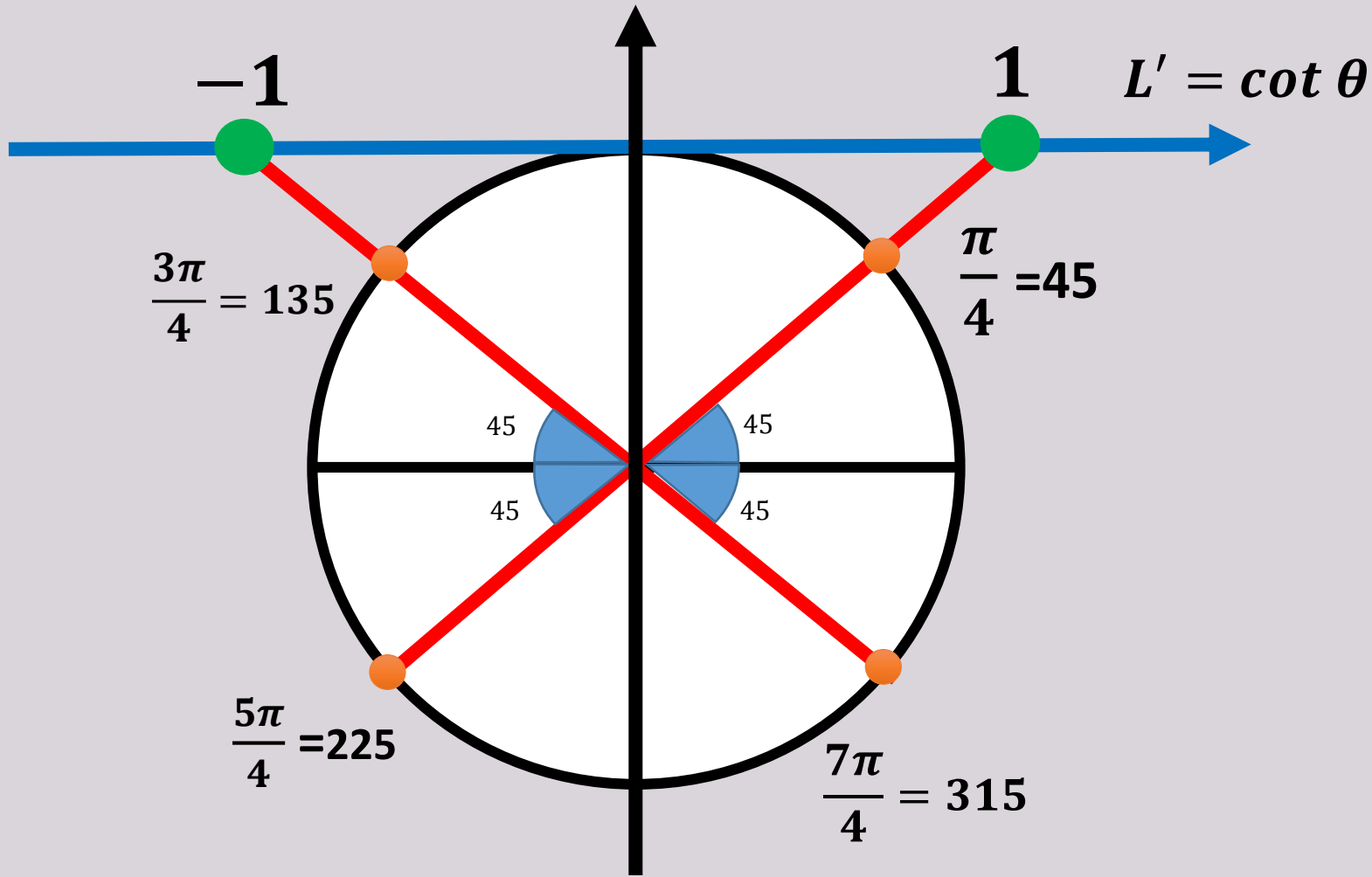
مثال

$$\cot\left(\frac{5\pi}{6}\right) = -\sqrt{3}$$

$$\tan\left(\frac{7\pi}{6}\right) = \sqrt{3}$$

$$\tan(-150^\circ) = -\sqrt{3}$$

# مقادیر $\cot \theta$ بر روی دایره مثلثاتی



جنس  $45^\circ$  یا  $\frac{\pi}{4}$

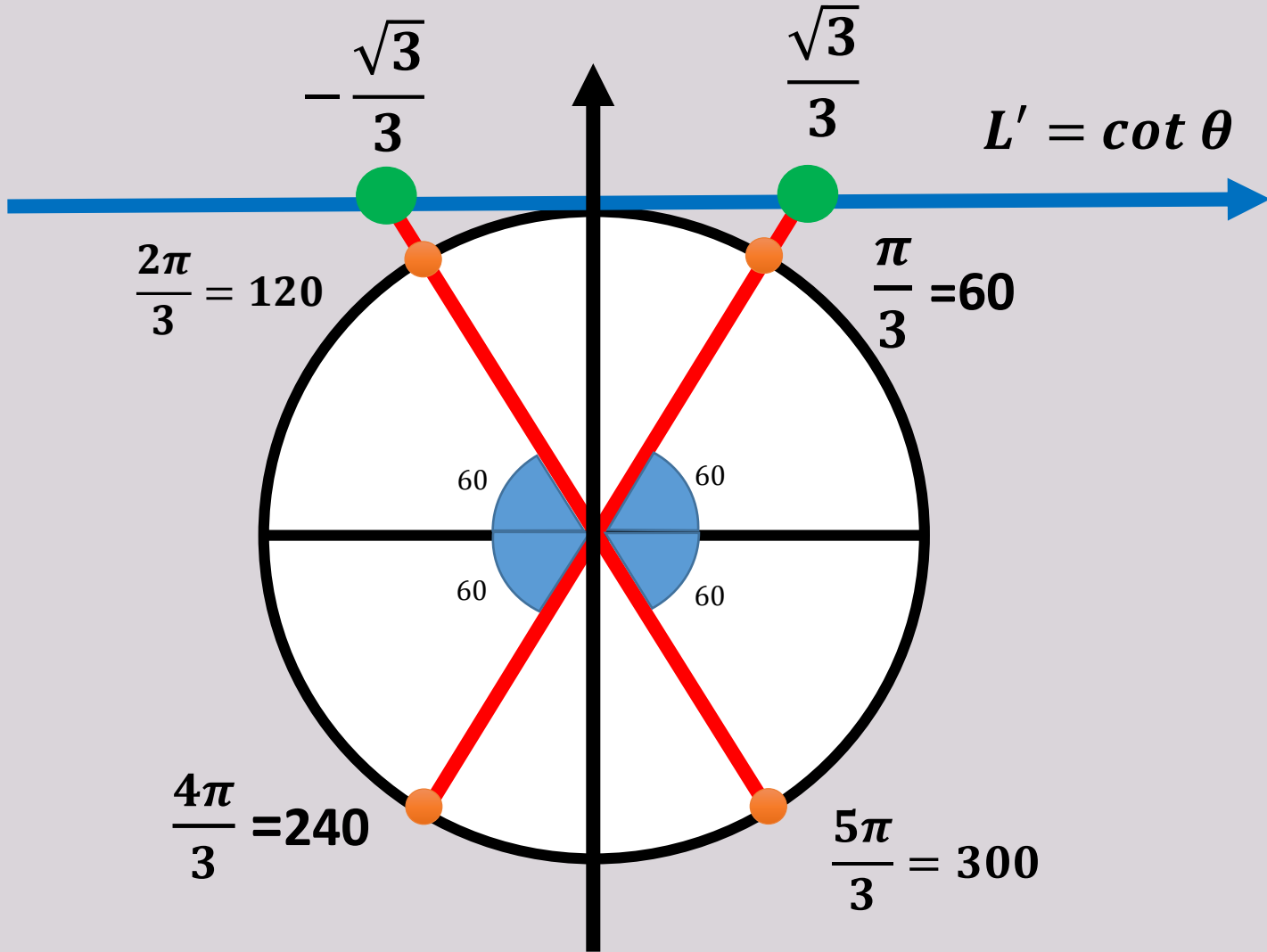
مثال

$$\cot\left(\frac{-\pi}{4}\right) = -1$$

$$\cot(-225^\circ) = -1$$

$$\cot(-315^\circ) = 1$$

# مقادیر $\cot \theta$ بر روی دایره مثلثاتی



جنس ۶۰ درجه یا  $\frac{\pi}{3}$

مثال

$$\cot\left(\frac{2\pi}{3}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\tan\left(\frac{4\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\tan(-240^\circ) = \frac{-\sqrt{3}}{3}$$

$$\tan(300^\circ) = \frac{-\sqrt{3}}{3}$$

# مقادیر $\cot \theta$ بر روی دایره مثلثاتی

جنس ۹۰ درجه یا  $\frac{\pi}{2}$

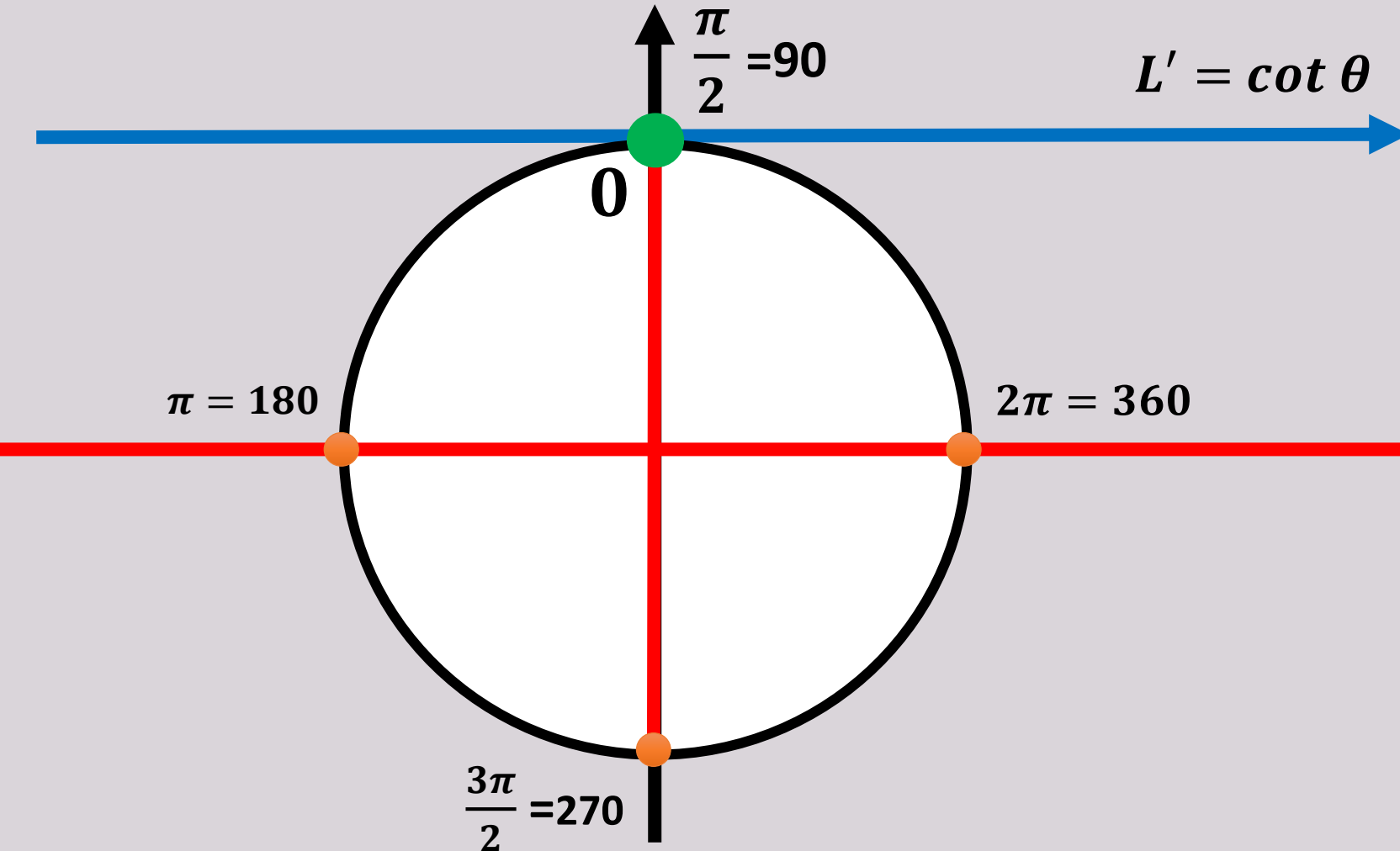
مثال

$$\cot\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$$

$$\cot(10\pi) = \text{تن}$$

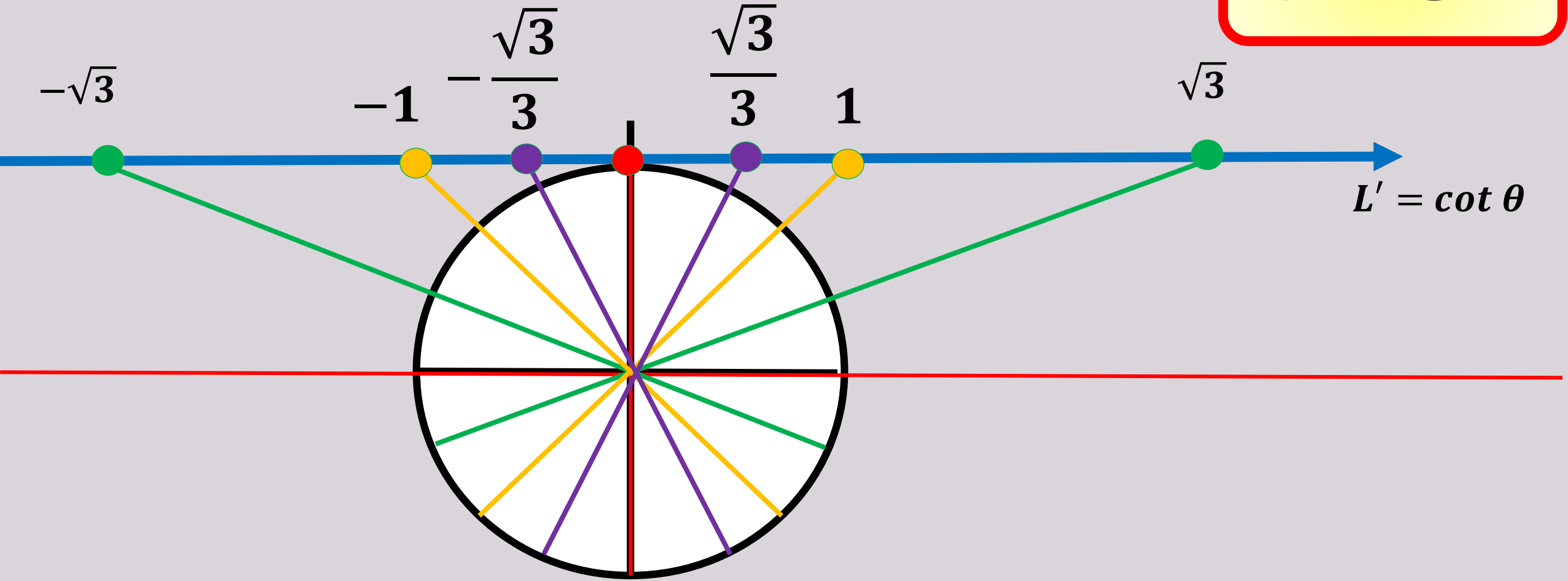
$$\cot(540^\circ) = \text{تن}$$

$$\cot(630^\circ) = 0$$

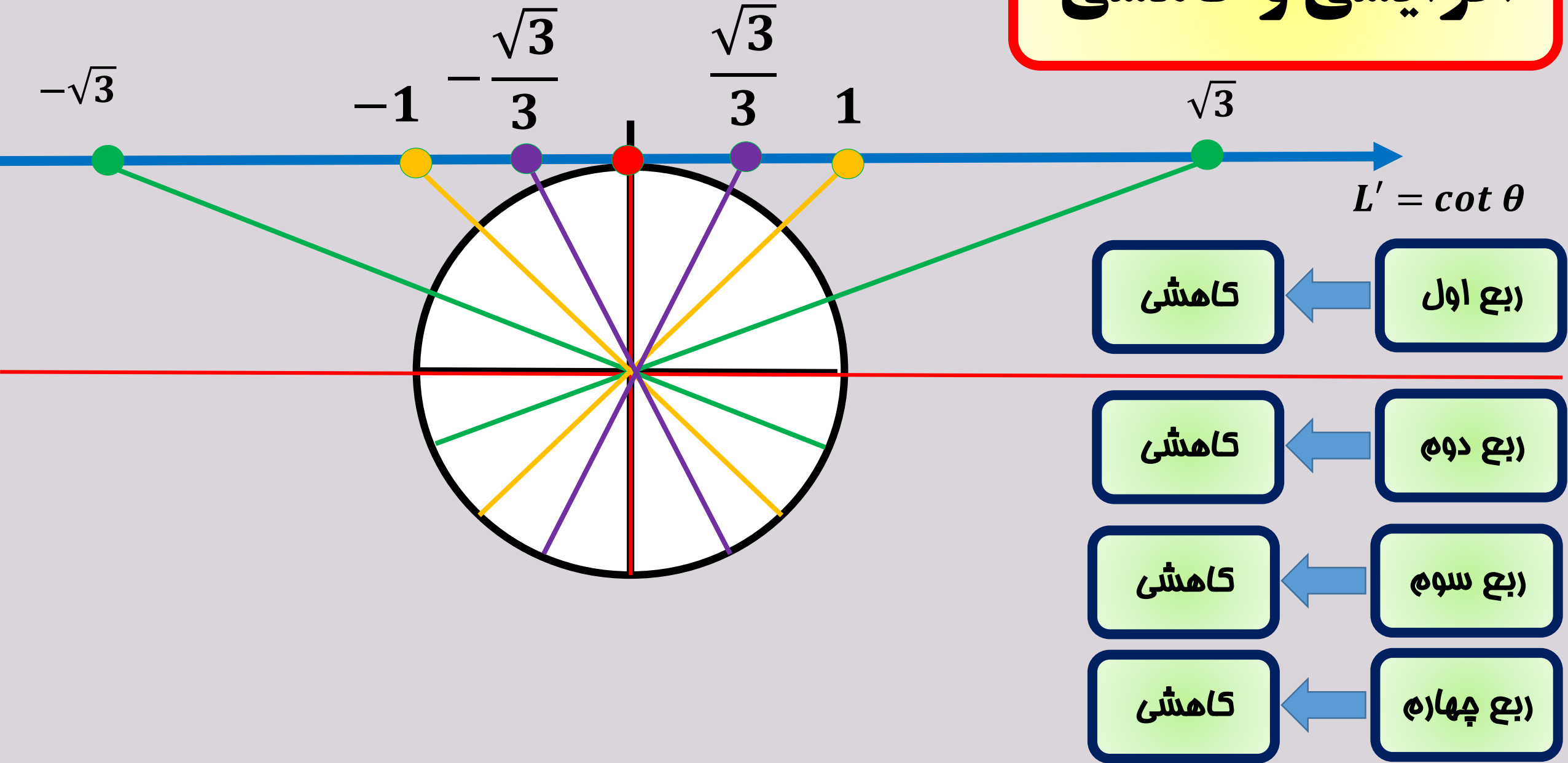




# جمع بندی

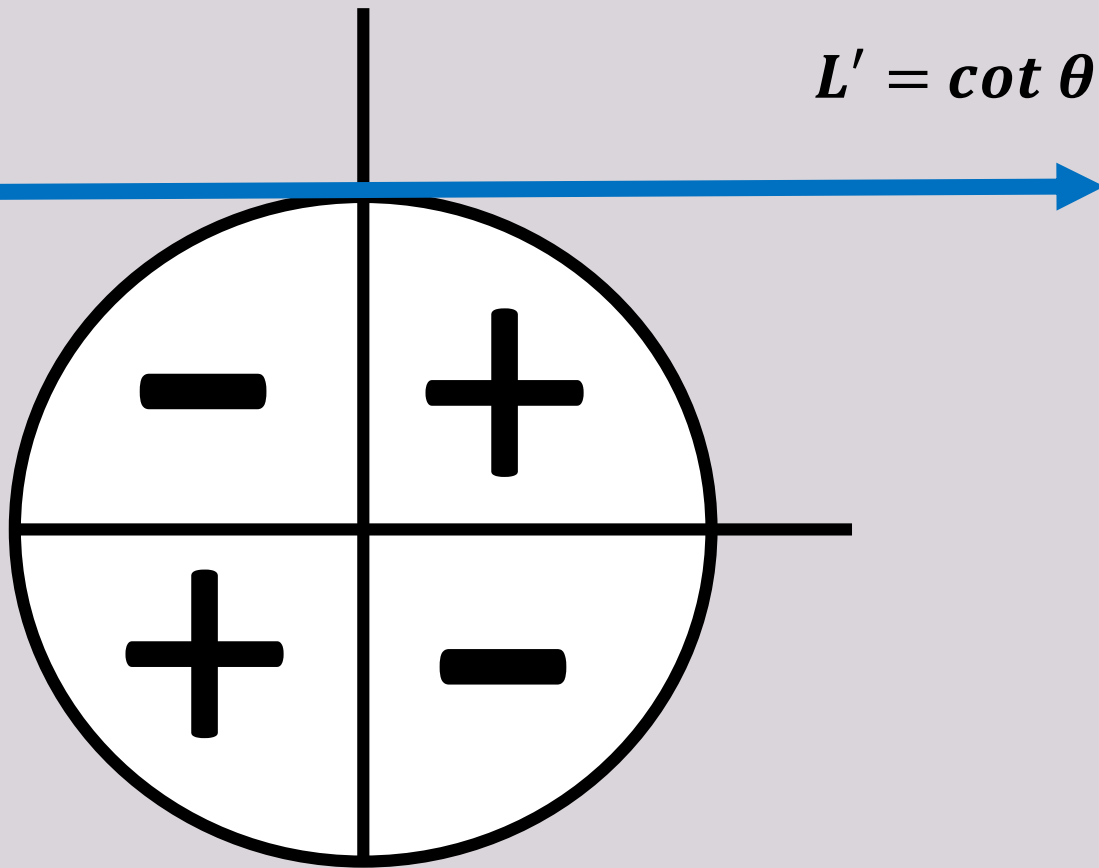


# افزایشی و کاهشی



# بررسی $\cot \theta$ از نظر علامت

$$L' = \cot \theta$$



مثبت

ربع اول

منفی

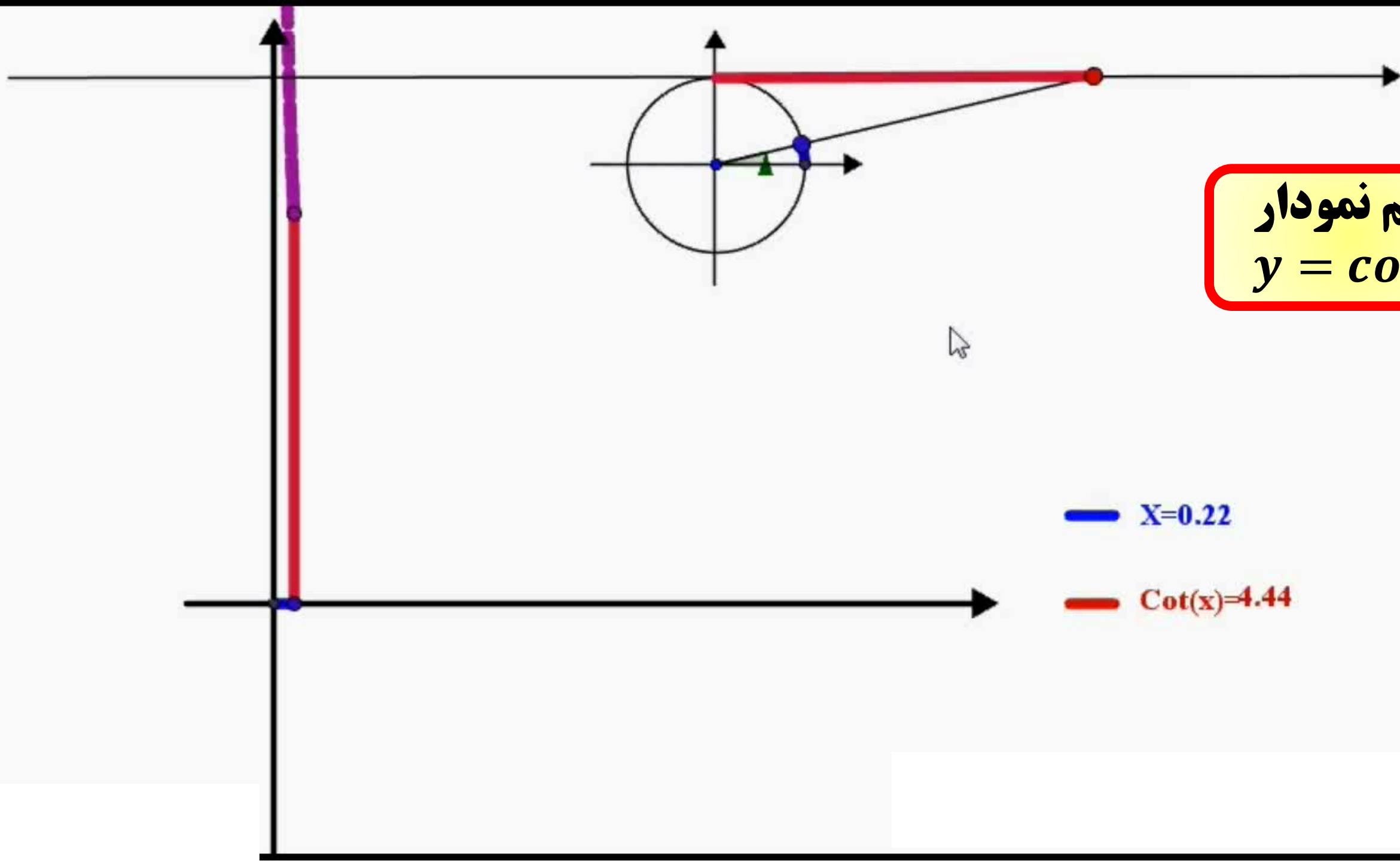
ربع دوم

مثبت

ربع سوم

منفی

ربع چهارم

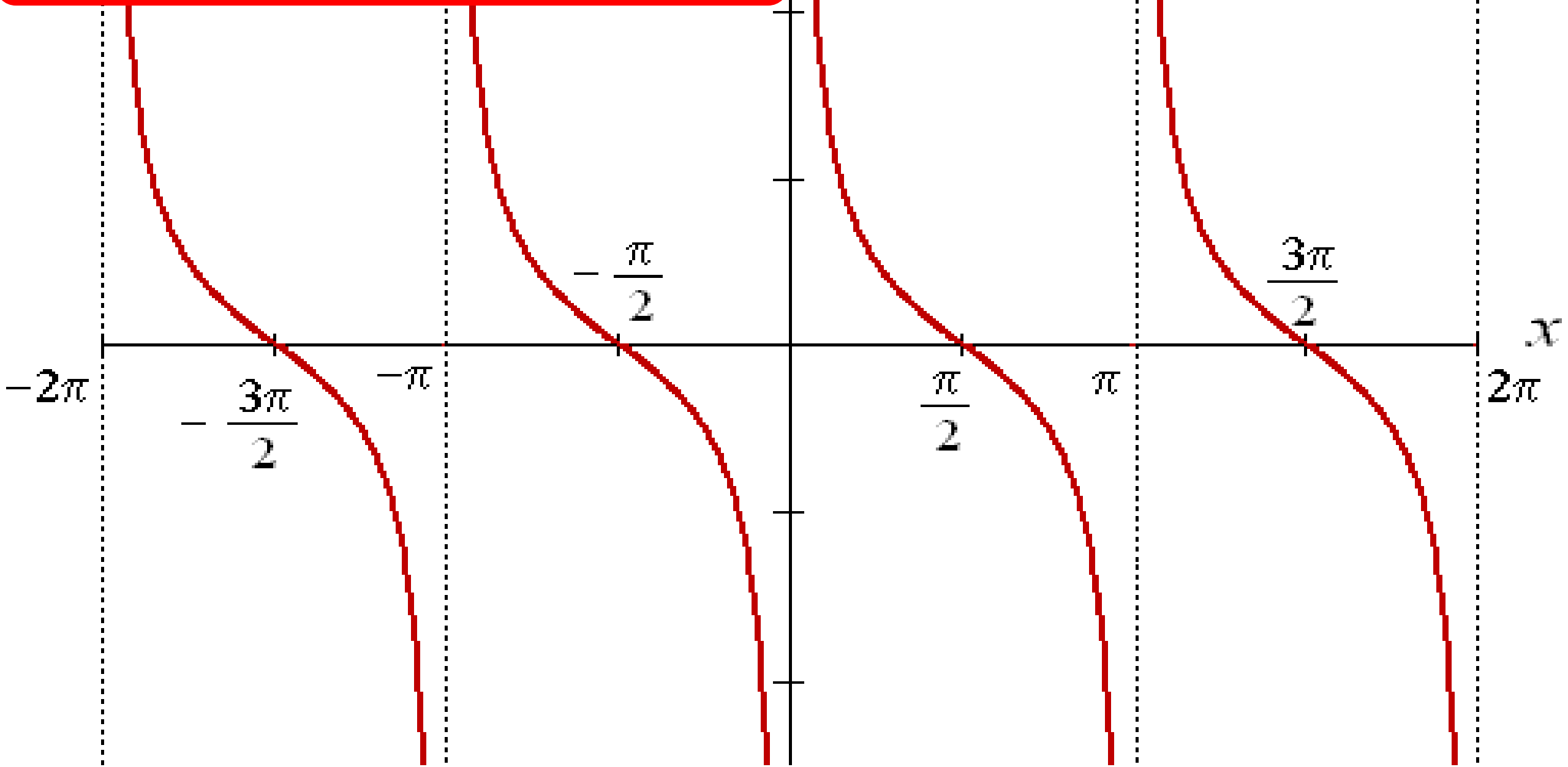


رسم نمودار  
 $y = \cot \theta$

—  $X=0.22$

—  $\text{Cot}(x)=4.44$

# رسم نمودار کامل $y = \cot \theta$



*t.me/math\_sampad*

---