معادله ها و نامعادله ها

فصل چهارم ریاضی دهم مخصوص رشته های ریاضی و تجربی

تهیه و تنظیم:

مهدی رجبی

فهرست مطالب

۱-معادله درجه دوم و روش های مختلف حل آن ۳

۱-۱تعریف معادله درجه دوم ۳

۱-۲روش های حل معادله درجه دوم ۳

۱-۲-۱حل معادله درجه دوم به کمک تجزیه ۳

۱-۲-۲حل معادله درجه دوم به کمک ریشه گیری ۴

۱-۲-۳ حل معادله درجه دوم به کمک روش مربع کامل ۴

۱-۲-۴حل معادله درجه دوم به روش فرمول کلی ۵

۱-۲-۵چند نکته بدردبخور در مورد حل معادله درجه دوم ۷

۲-سهمی ۸

۲-۱ تعریف سهمی ۸

۲-۲رسم نمودار یک سهمی ۸

۲-۳چند نکته بدردبخور در مورد سهمی ۱۰

۲-۴ کمترین و بیش ترین مقدار سهمی ۱۲

۲-۵ استفاده از مینیمم و ماکسیمم سهمی در مسائل کاربردی ۱۳

۳-تعیین علامت ۱۴

۳-۱ مفهوم تعیین علامت ۱۴

۳-۱-۱ تعیین علامت چندجمله ای درجه اول ۱۴

۳-۱-۲ تعیین علامت چندجمله ای درجه دوم ۱۶

۳-۲ نامعادله ۱۸

۳-۲-۱ نامعادله یک مجهولی درجه اول ۱۸

۳-۲-۲ نامعادلات دوگانه ۱۹

۳-۲-۳ نامعادلات یک مجهولی درجه دوم ۲۰

۳-۲-۴ نامعادله های شامل عبارت های گویا.. ۲۱
۳-۲-۵ نامعادله های قدرمطلقی ۲۲
سخنی با دانش آموزان عزیز و دوست داشتنی ۲۳

۱-معادله درجه دوم و روش های مختلف حل آن

۱-۱تعریف معادله درجه دوم

هر معادله به شکل $a\,x^{۲}+b\,x+c=۰$ که در اون a ، b و c اعداد حقیقی و $a\neq ۰$ هستند، رو یک معادله درجه دوم می نامیم.به عنوان مثال معادله $x^{۲}-۲(x)-۳=۰$ ، یک معادله درجه دوّمه که در ادامه روش های متنوعی برای حل آن معرفی می کنیم.

۲-۱روش های حل معادله درجه دوم

روش های حل معادله درجه دوم عبارتند از:

۱-تجزیه

۲-ریشه گیری

۳-مربع کامل

۴-فرمول کلی(دلتا)

حال قصد داریم هر یک از روش های فوق رو توضیح بدیم، با ما همراه باشید...

۱-۲-۱حل معادله درجه دوم به کمک تجزیه

قبل اینکه این روش رو توضیح بدم ، باید یه چیزایی رو از سال های قبل با هم مرور کنیم:

*فاکتورگیری(پایه هشتم یا نهم)　　$ab+ac=a(b+c)$

*اتحاد جمله مشترک(پایه نهم)　　$x^{۲}+(a+b)x+ab=(x+a)(x+b)$

*اتحاد مزدوج(پایه نهم)　　$x^{۲}-a^{۲}=(x-a)(x+a)$

نکته مهم(ویژگی حاصل ضرب صفر): اگر A و B دو عبارت جبری باشند و $AB=۰$ ، آنگاه حداقل یکی از این دو عبارت صفر است،یعنی:　　$AB=۰\Rightarrow A=۰$ یا $B=۰$

مثال ۱: معادله $x^{۲}-۴(x)=۰$ را حل کنید.(فاکتورگیری)

$$x^{۲}-۴(x)=۰\ \Rightarrow x(x-۴)=۰\Rightarrow x=۰ \text{ یا } x-۴=۰\Rightarrow \boxed{x=۰} \text{ یا } \boxed{x=۴}$$

مثال ۲: معادله $x^{۲}-۴(x)+۳=۰$ را حل کنید.(جمله مشترک)

$$x^{۲}-۴(x)+۳=۰\ \Rightarrow (x-۱)(x-۳)=۰\Rightarrow x-۱=۰ \text{ یا } x-۳=۰\ \Rightarrow \boxed{x=۱} \text{ یا } \boxed{x=۳}$$

مثال ۳: معادله $x^{۲}-۱۶=۰$ را حل کنید.(مزدوج)

$$x^{۲}-۱۶=۰\ \Rightarrow (x-۴)(x+۴)=۰\Rightarrow x-۴=۰ \text{ یا } x+۴=۰\ \Rightarrow \boxed{x=۴} \text{ یا } \boxed{x=-۴}$$

۲-۲-۱حل معادله درجه دوم به کمک ریشه گیری

اگر a یک عدد حقیقی نامنفی (بزرگتر یا مساوی صفر)باشد، ریشه های معادله درجه دوم $x^۲ = a$ عبارت اند از:$x = \pm\sqrt{a}$

مثال۴: معادله درجه دوم $x^۲ - ۱۶ = ۰$ را به کمک **ریشه گیری** حل کنید.

$x^۲ - ۱۶ = ۰ \Rightarrow x^۲ = ۱۶ \Rightarrow x = \pm\sqrt{۱۶} = \pm۴ \Rightarrow \boxed{x = -۴}$ یا $\boxed{x = +۴}$

مثال۵ : معادله درجه دوم $(m + ۲)^۲ = ۲۵$ را به کمک **ریشه گیری** حل کنید.

$(m + ۲)^۲ = ۲۵ \Rightarrow m + ۲ = \pm\sqrt{۲۵} = \pm۵ \Rightarrow m = -۲ \pm ۵ \Rightarrow \boxed{m = -۷}$ یا $\boxed{m = +۳}$

مثال۶: معادله درجه دوم $u^۲ + ۱۵ = ۰$ را به کمک ریشه گیری حل کنید.

$u^۲ + ۱۵ = ۰ \Rightarrow u^۲ = -۱۵ \Rightarrow$ اعداد منفی ریشه دوم ندارند

۳-۲-۱ حل معادله درجه دوم به کمک روش مربع کامل

قبل اینکه این روش رو براتون توضیح بدم، ابتدا **اتحاد مربع دو جمله ای** رو از پایه نهم مرور می کنم:

$(a \pm b)^۲ = a^۲ \pm ۲(a)(b) + b^۲$

مراحل مربع کامل کردن:

۱- ضریب $x^۲$ باید یک باشه، اگر یک نیست، ابتدا کل معادله را بر ضریب $x^۲$ تقسیم کنید تا ضریب $x^۲$ یک بشه.

$۴x^۲ - ۲۴(x) + ۱۶ = ۰ \Rightarrow ۱x^۲ - ۶(x) + ۴ = ۰$

۲-نصف ضریب x رو محاسبه کن و به توان ۲ برسون.

$۶ \Rightarrow ۳ \Rightarrow ۹$

۳-عدد ثابت رو به طرف راست تساوی ببر.

$۱x^۲ - ۶(x) + ۴ = ۰ \Rightarrow x^۲ - ۶(x) = -۴$

۴- حالا حاصلی که از مرحله ۲ به دست اومده رو به دو طرف معادله اضافه کن تا سمت چپ تساوی اتحاد مربع تشکیل بشه.

$x^۲ - ۶(x) = -۴ \Rightarrow x^۲ - ۶(x) + ۹ = -۴ + ۹$

۵- سمت چپ رو به صورت یک عبارت توان ۲ بنویس، یعنی تجزیه شده اتحاد مربع رو بنویس.

$(x - ۳)^۲ = ۵$

۶- از دو طرف تساوی ریشه دوم بگیر.

$(x - ۳)^۲ = ۵ \Rightarrow x - ۳ = \pm\sqrt{۵}$

۷- جواب ها رو حساب کن و دیگر هیچ...

$x = ۳ \pm \sqrt{۵} \Rightarrow \boxed{x = ۳ + \sqrt{۵}}$ یا $\boxed{x = ۳ - \sqrt{۵}}$

۴-۲-۱حل معادله درجه دوم به روش فرمول کلی

حال قصد دارم روشی رو معرفی کنم که بتونیم یک معادله درجه دوم رو همیشه حل کنیم و هیچ محدودیتی نداشته باشیم.

فرض کنید به ما معادله درجه دوم $a\,x^{2}+b\,x+c=0$ داده شده ، با کمک روش قبلی یعنی مربع کامل سعی می کنیم معادله مذکور رو حل کنیم:

۱-ضریب x^{2} باید یک باشه، چون که یک نیست، ابتدا کل معادله را بر ضریب x^{2} تقسیم می کنیم تا ضریب x^{2} یک بشه، یعنی:

$$a\,x^{2}+b\,x+c=0\Rightarrow x^{2}+\frac{b}{a}x+\frac{c}{a}=0$$

۲-نصف ضریب x رو محاسبه می کنیم و به توان ۲ می رسونیم.

$$\frac{b}{a}\Rightarrow\frac{b}{2(a)}\Rightarrow\left(\frac{b}{2(a)}\right)^{2}=\frac{b^{2}}{4a^{2}}$$

۳-عدد ثابت رو به طرف راست تساوی می بریم.

$$x^{2}+\frac{b}{a}x=-\frac{c}{a}$$

۴- حالا حاصلی که از مرحله ۲ به دست اومده رو به دو طرف معادله اضافه می کنیم تا سمت چپ تساوی اتحاد مربع تشکیل بشه.

$$x^{2}+\frac{b}{a}x=-\frac{c}{a}\Rightarrow x^{2}+\frac{b}{a}x+\frac{b^{2}}{4a^{2}}=-\frac{c}{a}+\frac{b^{2}}{4a^{2}}=\frac{-4(ac)}{4a^{2}}+\frac{b^{2}}{4a^{2}}=\frac{-4(ac)+b^{2}}{4a^{2}}=\frac{b^{2}-4(ac)}{4a^{2}}$$

۵- سمت چپ رو به صورت یک عبارت توان ۲ می نویسیم، یعنی تجزیه شده اتحاد مربع رو باید بنویسیم.

$$x^{2}+\frac{b}{a}x+\frac{b^{2}}{4a^{2}}=\frac{b^{2}-4(ac)}{4a^{2}}\Rightarrow\left(x+\frac{b}{2(a)}\right)^{2}=\frac{b^{2}-4(ac)}{4a^{2}}$$

*حالا برای اینکه توی نوشتن صرفه جویی کنیم، قرار می دهیم:$\Delta=b^{2}-4(ac)$ و با این فرض پیش میریم، یعنی داریم:

$$\left(x+\frac{b}{2(a)}\right)^{2}=\frac{\Delta}{4a^{2}}$$

۶- از دو طرف تساوی قصد داریم **ریشه دوم** بگیریم،بسته به اینکه Δ چه علامتی داشته باشه داریم:

- ✓ اگر $\Delta<0$ ، نمی تونیم از دو طرف تساوی ریشه دوم بگیریم، زیرا اعداد منفی ریشه دوم ندارند.
- ✓ اگر $\Delta>0$ ، در این صورت از دو طرف تساوی ریشه دوم می گیریم(دو ریشه حقیقی و متمایز داریم):

$$x+\frac{b}{2(a)}=\pm\frac{\sqrt{\Delta}}{2(a)}\Rightarrow x=-\frac{b}{2(a)}\pm\frac{\sqrt{\Delta}}{2(a)}=\frac{-b\pm\sqrt{\Delta}}{2(a)}$$

- ✓ اگر $\Delta=0$ ، در این صورت داریم(یک ریشه حقیقی داریم که مضاعف یا تکراری است):

$$\left(x+\frac{b}{2(a)}\right)^{2}=\frac{\Delta}{4a^{2}}=0\Rightarrow x+\frac{b}{2(a)}=0\Rightarrow x=-\frac{b}{2(a)}$$

خب حالا قصد داریم آنچه که تا اینجا گفته شد ، رو خلاصه کنیم...

***برای حل یک معادله درجه دوم به فرم $ax^۲+bx+c=۰$ به کمک فرمول کلی سه گام رو برمی داریم:**

۱-ضرایب a ، b و c رو مشخص کن.

۲-$\Delta=b^۲-۴(ac)$ رو محاسبه کن.

۳-بسته به اینکه علامت Δ چی باشه ، سه حالت پیش میاد:

- ✓ اگر $\Delta<۰$ ، معادله ریشه **حقیقی** نداره .
- ✓ اگر $\Delta>۰$ ، معادله دو ریشه **حقیقی** و **متمایز** داره:

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{\Delta}}{۲(a)}\Rightarrow x_۱=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{۲(a)} \text{ یا } x_۲=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{۲(a)}$$

- ✓ اگر $\Delta=۰$ ، معادله یک ریشه **حقیقی** و **مضاعف** (مکرّر مرتبه دوّم)

$$x=-\frac{b}{۲(a)}$$

مثال۷: معادله $x^۲-x+۱=۰$ را به کمک فرمول کلی حل کنید.

گام اول: $a=۱\ \&\ b=-۱\ \&\ c=۱$

گام دوم : $\Delta=b^۲-۴(ac)=(-۱)^۲-۴(۱)(۱)=۱-۴=-۳<۰$

گام سوم: چون که دلتا(Δ) منفی شد، پس معادله مون جواب حقیقی نداره.

مثال۸: معادله $-۲x^۲+x+۳=۰$ را به کمک فرمول کلی حل کنید.

گام اول: $a=-۲\ \&\ b=+۱\ \&\ c=۳$

گام دوم : $\Delta=b^۲-۴(ac)=(+۱)^۲-۴(-۲)(۳)=۱+۲۴=۲۵>۰$

گام سوم: چون که دلتا(Δ) مثبته، پس دو ریشه حقیقی و متمایز (متفاوت) داریم:

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{\Delta}}{۲(a)}=\frac{-۱\pm\sqrt{۲۵}}{۲(-۲)}\Rightarrow x_۱=\frac{-۱+۵}{-۴}=\frac{۴}{-۴}=-۱ \quad \text{یا} \quad x_۲=\frac{-۱-۵}{-۴}=\frac{-۶}{-۴}=\frac{۳}{۲}$$

مثال۹: معادله $-x^۲+۴(x)-۴=۰$ را به کمک فرمول کلی حل کنید.

گام اول: $a=-۱\ \&\ b=+۴\ \&\ c=-۴$

گام دوم : $\Delta=b^۲-۴(ac)=(-۴)^۲-۴(-۱)(-۴)=۱۶-۱۶=۰$

گام سوم: چون که دلتا(Δ) ، صفره پس یه ریشه حقیقی و تکراری داریم:

$$x=\frac{-b}{۲(a)}=\frac{-۴}{-۲}=۲$$

۵-۲-۱چند نکته بدردبخور در مورد حل معادله درجه دوم

۱-اگر در معادله $a\,x^{۲} + b\,x + c = ۰$ مجموع ضرایب صفر باشد ، یعنی $a + b + c = ۰$ ، دراین صورت دو ریشه(جواب) داریم:

$$x_{۱} = ۱ \ \& \ x_{۲} = \frac{c}{a}$$

مثال ۱۰ : معادله $-۳x^{۲} + ۴(x) - ۱ = ۰$ را به کمک میانبر بالا حل کنید.

چون در معادله داده شده ، جمع ضرایب صفر است ($-۳ + ۴ - ۱ = ۰$) پس داریم: $x_{۱} = ۱ \ \ \& \ x_{۲} = \frac{-۱}{-۳} = \frac{۱}{۳}$

۲- اگر در معادله $a\,x^{۲} + b\,x + c = ۰$ ، $a + c = b$ ، دراین صورت دو ریشه(جواب) داریم:

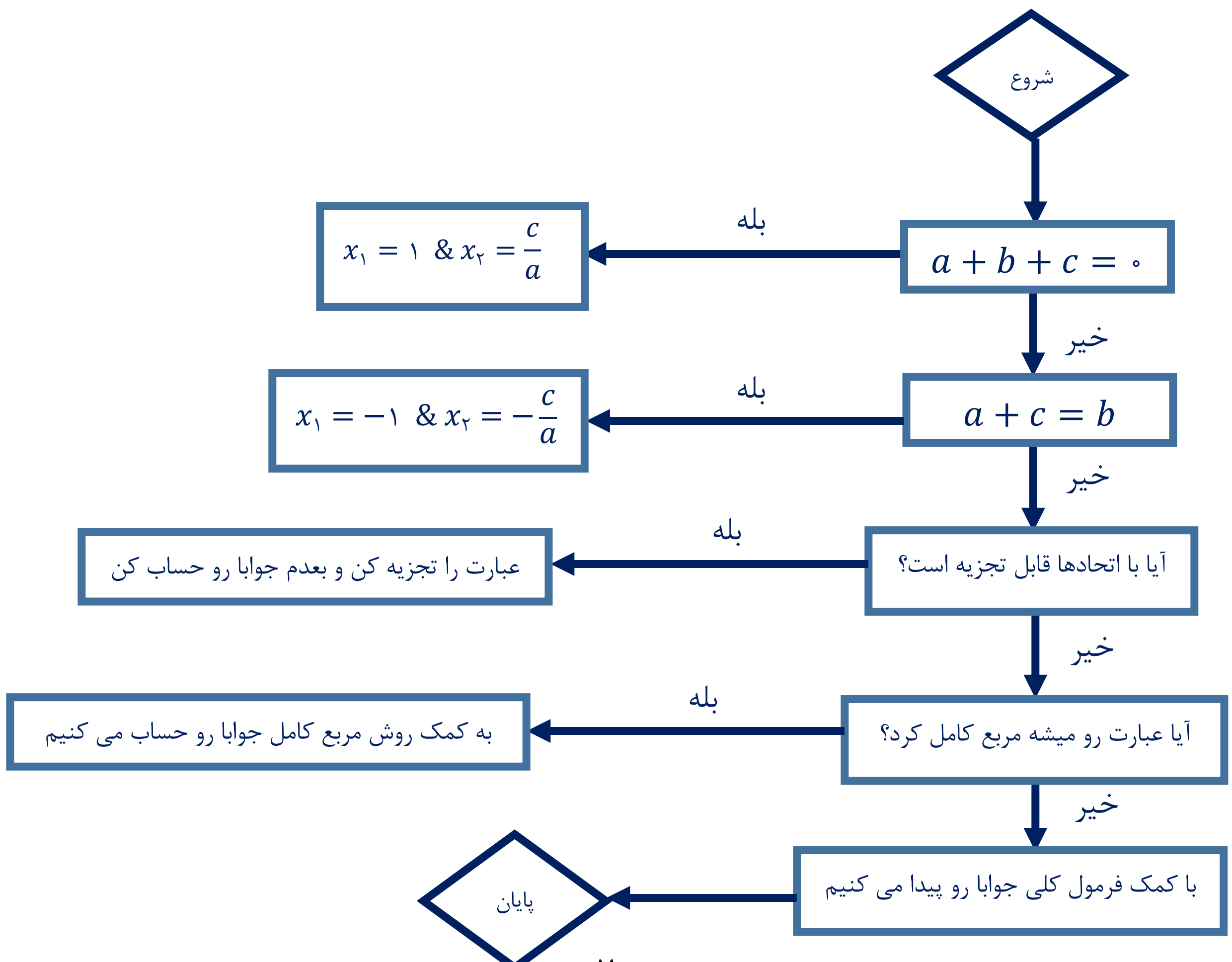
$$x_{۱} = -۱ \ \& \ x_{۲} = -\frac{c}{a}$$

مثال ۱۱: معادله $-۴x^{۲} - ۲(x) + ۲ = ۰$ را به کمک میانبر بالا حل کنید.

با توجه به نکته فوق داریم: $x_{۱} = -۱ \ \& \ x_{۲} = -\frac{۲}{-۴} = \frac{۱}{۲}$

توجه: در کتاب های کمک درسی یه میانبر دیگه هم گفته شده، استفاده از روش Δ' که مشابه Δ هست و به نظرم اندازه دو نکته قبلی بدردبخور نیست ، پس اگر خواستید خودتون برید دنبالش...

جمع بندی: اگر خواستیم یه معادله درجه دوم رو حل کنیم ، به صورت زیر عمل می کنیم:



۲-سهمی

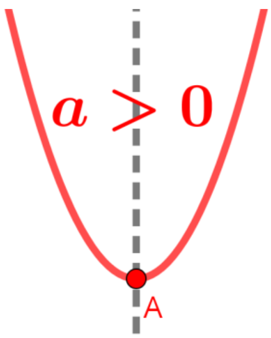
۱-۲ تعریف سهمی

نمودار هر معادله به صورت $y = a\,x^۲ + b\,x + c$ را که در آن a ، b و c اعداد حقیقی هستند و $a \neq ۰$ ، یک سهمی می گوییم که به یکی از دو صورت مقابل است:

نقطه A را در شکل های مقابل **راس سهمی** می گوییم.

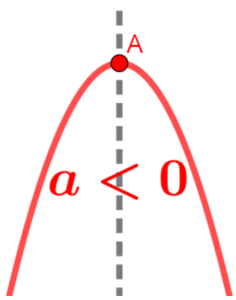
۱-اگر $a > ۰$ باشد، A پایین ترین نقطه سهمی است و نمودار آن به صورت زیر است:

همچنین خط عمودی که از راس سهمی می گذرد، **خط تقارن سهمی** نامیده می شود.



۲- اگر $a < ۰$ باشد، A بالا ترین نقطه سهمی است و نمودار آن به صورت زیر است:

همچنین خط عمودی که از راس سهمی می گذرد، **خط تقارن سهمی** نامیده می شود.



۲-۲رسم نمودار یک سهمی

روش اول:(مربع کامل)

برای اینکه این روش رو بهتر متوجه بشید، یه مثال می زنم، فرض کنید به ما گفتن سهمی $y = x^۲ - ۴(x) + ۵$ رو رسم کنیم، برای این کار مراحل زیر رو طی می کنیم:

۱-معادله سهمی رو به شکل مربع کامل می نویسیم.

$$y = x^۲ - ۴(x) + ۵ = x^۲ - ۴(x) + ۴ + ۱ = (x - ۲)^۲ + ۱$$

۲-ریشه عبارت داخل پرانتز رو حساب می کنیم.

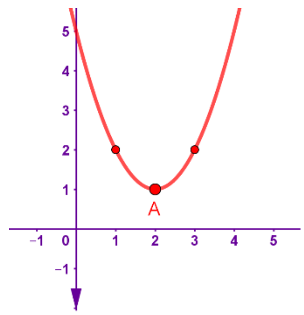
$$x - ۲ = ۰ \Rightarrow x = ۲$$

۳-جدولی به صورت زیر در نظر می گیریم تا سه نقطه از نمودار سهمی مشخص شود.

x	۱	۲	۳
$y = x^۲ - ۴(x) + ۵$	۲	۱	۲

راس سهمی

۴-نمودار سهمی رو در صفحه مختصات رسم می کنیم، دقت داریم چون $a > ۰$ ، دهانه سهمی رو به بالا باز میشه.



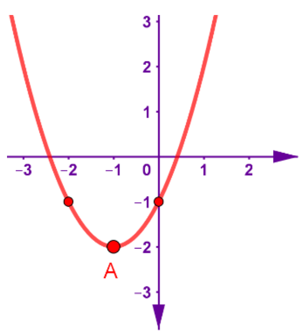
نکته: هر سهمی به صورت $y = a(x-h)^۲ + k$ که $a \neq ۰$ است، راسی به مختصات $(h.k)$ و خط تقارنی با معادله $x = h$ دارد.

مثال ۱۲: نمودار سهمی $y = (x+۱)^۲ - ۲$ رو رسم کنید.

طول راس سهمی $x + ۱ = ۰ \Rightarrow x = -۱$

x	-۲	-۱	۰
$y = (x+۱)^۲ - ۲$	-۱	-۲	-۱

راس سهمی



دقت داریم چون $a > ۰$ ، دهانه سهمی رو به بالا باز میشه.

روش دوم:

۱-از روی علامت a جهت سهمی (همان دهانه سهمی) رو تعیین می کنیم.

۲- مختصات راس و دو نقطه دیگه سهمی رو تعیین می کنیم، برای رسم **دقیق تر** نمودار سهمی ، بهتر است نقاط برخورد سهمی با محور طول ها و عرض ها رو هم پیدا کنیم .

توجه: مختصات راس سهمی ، نقطه $\left(-\frac{b}{۲(a)}.\frac{۴(ac)-b^۲}{۴(a)}\right)$ است،

برای اینکه عرض سهمی یعنی $\frac{۴(ac)-b^۲}{۴(a)}$ رو راحت تر حساب کنید، $x=\left(-\frac{b}{۲(a)}\right)$ رو در معادله سهمی جایگذاری کنید تا عرض محاسبه بشه.

مثال ۱۳: سهمی $y=-x^۲+۴(x)-۲$ رو رسم کنید.

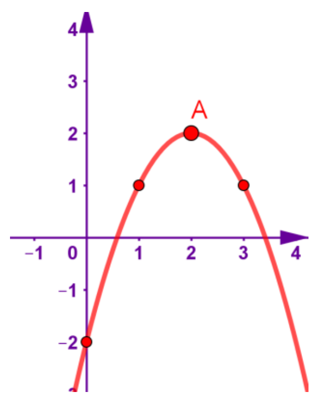
- ✓ چون $a=-۱<۰$ ، پس جهت یا همون دهانه سهمی رو به بالایه!!!
- ✓ مختصات راس سهمی رو حساب می کنیم:

$$x=-\frac{b}{۲(a)}=-\frac{۴}{-۲}=۲\Rightarrow y=-(۲)^۲+۴(۲)-۲=-۴+۸-۲=۲\Rightarrow (۲.۲)_{\text{راس سهمی}}$$

- ✓ دو یا چند نقطه کمکی هم به دست میاریم.

x	۱	۲	۳
$y=-x^۲+۴(x)-۲$	۱	۲	۱

راس سهمی



۳-۲چند نکته بدردبخور در مورد سهمی

۱-اگر دو نقطه از سهمی دارای عرض های برابر باشند، مثلاً $A=(x_۱.y_۱)\ \&\ B=(x_۲.y_۱)$ ، نقطه وسط پاره خط AB روی محور تقارن سهمی قرار می گیرد، یعنی در این حالت محور تقارن (و همینطور طول راس سهمی) برابر میانگین طول آن دو نقطه است، یعنی $x=\frac{x_۱+x_۲}{۲}$ محور تقارن سهمی است و طول راس سهمی برابر $\frac{x_۱+x_۲}{۲}$ است.

مثال ۱۴: اگر (-۲.۵) و (۰.۵) دو نقطه از یک سهمی باشند، خط تقارن این سهمی را به دست آورید.

$$x=\frac{۰-۲}{۲}=-۱ \text{ خط تقارن}$$

۲-اگر نقطه ای روی نمودار سهمی قرار بگیرد ، طول و عرض این نقطه در معادله سهمی صدق می کند و بالعکس.

مثال ۱۵: نمودار سهمی $y=a\,x^۲+b\,x+c$ ،محور y ها را در نقطه ای به عرض۲ و محور x ها را در نقاط به طول -۱ و ۲ قطع کرده است. معادله این سهمی را بنویسید.

پاسخ مثال۱۵ :با توجه به داده های مسئله ، مختصات سه نقطه رو داریم: (۲.۰) &(-۱.۰) &(۰.۲) و یا توجه به نکته قبلی هر سه این نقاط در معادله سهمی صدق می کنند:

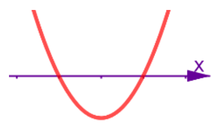
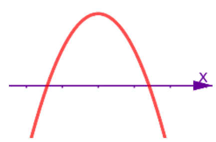
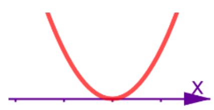
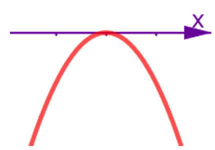
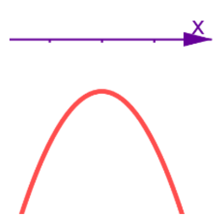
$$(۰.۲) \Rightarrow ۲ = ۰ + ۰ + c \Rightarrow c = ۲$$

$$(-۱.۰) \Rightarrow ۰ = a(-۱)^{۲} + b(-۱) + ۲ \Rightarrow a - b = -۲$$

$$(۲.۰) \Rightarrow ۰ = a(۲)^{۲} + b(۲) + ۲ \Rightarrow ۴(a) + ۲(b) = -۲ \Rightarrow ۲(a) + b = -۱$$

با حل دستگاه ، داریم: $a = -۱ \;\; \& \;\; b = ۱$ پس معادله سهمی برابر است با: $y = -x^{۲} + x + ۲$

۳- بسته به اینکه a و Δ چه علامتی داشته باشند، چندین حالت برای نمودار سهمی قابل تصور است(خیلی مهم و امتحانی)

تعداد ریشه ها	نمودار نسبت به محور x ها	حدود a	حدود Δ
دو ریشه حقیقی و متمایز دارد		$a > ۰$	$\Delta > ۰$
دو ریشه حقیقی و متمایز دارد		$a < ۰$	$\Delta > ۰$
یک ریشه حقیقی و مضاعف دارد		$a > ۰$	$\Delta = ۰$
یک ریشه حقیقی و مضاعف دارد		$a < ۰$	$\Delta = ۰$
ریشه حقیقی ندارد		$a > ۰$	$\Delta < ۰$
ریشه حقیقی ندارد		$a < ۰$	$\Delta < ۰$

مثال ۱۶ : اگر سهمی $y=(m+۳)x^۲-m\,x+m-۵$ مماس بر محور طول ها ($\Delta=۰$) و بالای آن باشد، مقدار m را به دست آورید.

در حل این سوال توجه داریم که چون سهمی مماس بر محور طول هاست، پس اولاً $\Delta=۰$ ، ثانیاً چون بالای محور طول ها هست ، $a>۰$

$$\Delta=۰ \Rightarrow (-m)^۲-۴(m+۳)(m-۵)=۰ \Rightarrow m^۲-۴(m^۲-۲(m)-۱۵)=۰ \Rightarrow$$

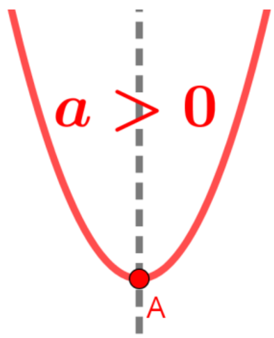
$$m^۲-۴m^۲+۸(m)+۶۰=۰ \Rightarrow -۳m^۲+۸(m)+۶۰=۰ \Rightarrow m=\frac{-۸\pm\sqrt{۶۴+۷۲۰}}{-۶}=\frac{-۸\pm ۲۸}{-۶} \Rightarrow$$

$$m=۶ \text{ یا } -\frac{۲۰}{۶}$$

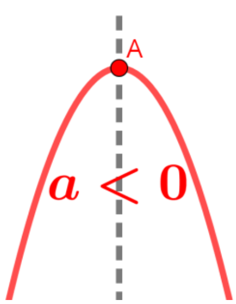
از طرفی $a>۰$ ، پس $m+۳>۰$ ، یعنی $m>-۳$ ، بنابراین تنها $m=۶$ قابل قبوله.

۴-۲ کمترین و بیش ترین مقدار سهمی

- در حالتی که $a>۰$ ، نمودار سهمی دارای **کمترین** مقدار است و در حقیقت این مقدار(کمترین مقدار سهمی) برابر **عرض** راس سهمی است که قبلا گفته بودیم برای اینکه عرض سهمی یعنی $\frac{۴(ac)-b^۲}{۴(a)}$ رو راحت تر حساب کنیم، $x=(-\frac{b}{۲(a)})$ رو در معادله سهمی جایگذاری می کنیم تا عرض راس سهمی یا همان کمترین مقدار (مینیمم) محاسبه بشه.



- در حالتی که $a<۰$ ، نمودار سهمی دارای **بیشترین** مقدار است و در حقیقت این مقدار(بیش ترین مقدار سهمی) برابر **عرض** راس سهمی است که قبلاً گفته بودیم برای اینکه عرض سهمی یعنی $\frac{۴(ac)-b^۲}{۴(a)}$ رو راحت تر حساب کنیم، $x=(-\frac{b}{۲(a)})$ رو در معادله سهمی جایگذاری می کنیم تا عرض راس سهمی یا همان بیش ترین مقدار (ماکسیمم) محاسبه بشه.



مثال۱۷: به ازای چند مقدار m بیشترین مقدار سهمی $y = m\,x^{۲} - (m+۳)x + ۵$ برابر یک است؟

اولاً: سهمی داده زمانی بیشترین(Max) مقدار داره که $m < ۰$.

ثانیاً: بیشترین مقدار سهمی همان عرض راس سهمی میشه، یعنی داریم: $\frac{۴(ac)-b^{۲}}{۴(a)} = ۱$

$$\frac{۴(ac)-b^{۲}}{۴(a)} = ۱ \Rightarrow \frac{۴(m)(۵)-(m+۳)^{۲}}{۴(m)} = ۱ \Rightarrow ۲۰(m) - m^{۲} - ۶(m) - ۹ = ۴(m)$$

$-m^{۲} + ۱۰(m) - ۹ = ۰ \Rightarrow m = ۱$ یا $m = ۹$ چون مجموع ضرایب صفر است

اما چون $m < ۰$ ، پس هیچ کدوم قابل قبول نیست.

۵-۲ استفاده از مینیمم و ماکسیمم سهمی در مسائل کاربردی

در بعضی مسائل باید بیشترین مقدار(ماکسیمم) یا کمترین مقدار(مینیمم) یک کمیت مشخص مثل حجم ، مساحت ، طول و... رو پیدا کنیم. برای این کار ابتدا رابطه ای می نویسیم که نشان دهنده تغییرات کمیت موردنظرباشه، سپس با توجه به شرایط مسئله باید رابطه نوشته شده رو به یک رابطه یک متغیری تبدیل کنیم، اگر معادله نوشته شده یک سهمی بشه، می تونیم با توجه به بحث قبلی مون مینیمم یا ماکسیمم کمیت موردنظرمون رو حساب کنیم.

مثال۱۸: محیط یک مستطیل برابر ۳۶ است،بیش ترین مقدار مساحت چقدر است؟

اگر طول مستطیل رو x و عرض مستطیل رو y فرض کنیم ، با توجه به فرض مسئله می تونیم بگیم: $۲(x+y) = ۳۶ \Rightarrow x + y = ۱۸$

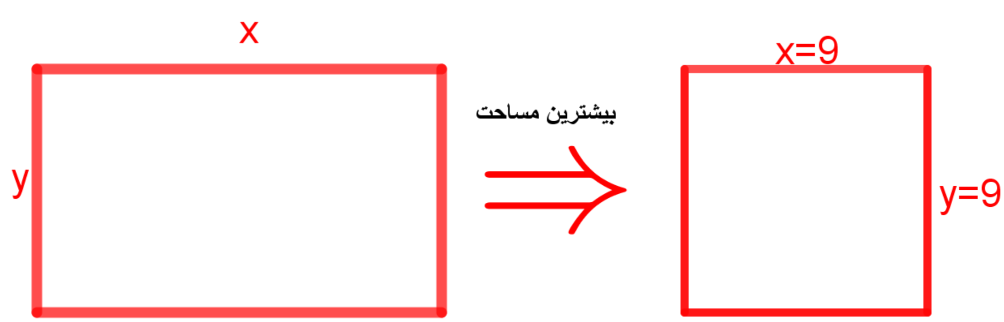
مساحت مستطیل برابر با $S = xy$ هست، برای اینکه این رابطه یک متغیری بشه و تبدیل به سهمی هم بشه، y رو بر حسب x حساب می کنیم ، یعنی $y = ۱۸ - x$ حالا این رابطه رو در رابطه مساحت جاگذاری می کنیم:

$$S = xy = x(۱۸ - x) = ۱۸(x) - x^{۲} = -x^{۲} + ۱۸(x)$$

حالا مونده که ماکسیمم سهمی رو حساب کنیم(چون $a < ۰$ ، سهمی ماکسیمم داره)

$$x = -\frac{۱۸}{-۲} = ۹ \Rightarrow y = ۱۸ - ۹ = ۹ \Rightarrow S = xy = (۹)(۹) = ۸۱$$

- ✓ اگر توجه کرده باشید **بیشترین** مقدار مساحت مستطیل زمانی هست که مستطیل ما یه **مربع** بشه!!!!



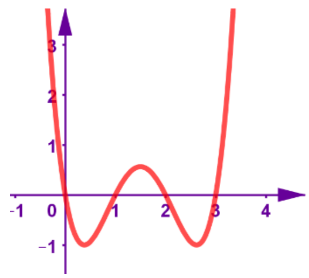
۳-تعیین علامت

۳-۱ مفهوم تعیین علامت

حل بسیاری از مسائل اعم از ریاضی و دنیای واقعی ، نیازمند یافتن علامت یک عبارت خاص است که باید آن را تعیین علامت کنیم.

خب حالا یه سوال پیش میاد؟ این تعیین علامتی که در موردش داریم صحبت می کنیم، اصلاً چی هست؟؟؟

نمودار مقابل رو در نظر بگیرید:



پرسش : در چه بازه یا بازه هایی نمودار داده شده بالای محور طول ها است؟

به روایت دیگه در چه محدوده ای $y > ۰$ ؟

خب اگر به نمودار خوب توجه کنیم، می بینیم که در محدوده زیر $y > ۰$:

$(-\infty.۰) \cup (۱.۲) \cup (۳.+\infty)$

پرسش۲: در چه بازه یا بازه هایی نمودار داده شده پایین محور طول ها است؟

به روایت دیگه در چه محدوده ای $y < ۰$ ؟

با دقت در نمودار، این محدوده برابر $(۰.۲) \cup (۲.۳)$ است.

پرسش۳: در چه نقطه هایی نمودار داده شده محور طول ها رو قطع میکنه یا اینکه مماس بر محور طول هاست؟ $(y = ۰)$

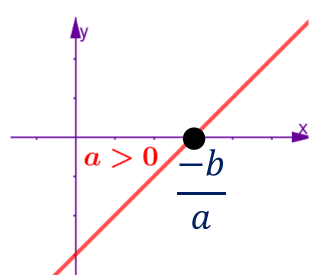
پاسخ : $y = ۰ \Rightarrow x = ۰ \;\&\; x = ۱ \;\&\; x = ۲ \;\&\; x = ۳$

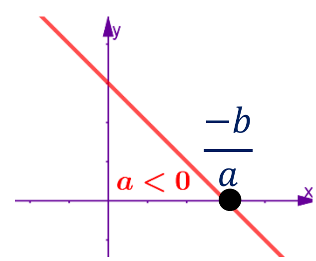
خلاصه کلام: تعیین علامت یعنی اینکه تعیین کنیم کجاها نمودار بالای محور طول ها $(y > ۰)$ و کجاها پایین محور طول هاست $(y > ۰)$ و اینکه در چه نقاطی محور طول ها رو قطع کرده و یا اینکه بر محور طول ها مماس شده؟! $(y = ۰)$

۳-۱-۱ تعیین علامت چندجمله ای درجه اول

چند جمله ای درجه اول رو می تونیم همون معادله خطی فرض کنیم که پایه نهم خوندیم، یعنی $y = a\,x + b$

بسته به اینکه شیب خط یعنی a مثبت باشه یا منفی ، نمودار به دو صورت رسم میشه:





برای اینکه ببینیم نمودار کجا محور طول ها رو قطع می کنه؟! معادله $y = ۰$ رو حل می کنیم:

$$y = ۰ \Rightarrow a\,x + b = ۰ \Rightarrow a\,x = -b \Rightarrow \boxed{x = \frac{-b}{a}}$$

تعیین علامت چندجمله ای درجه اول $y = ax + b$:

x	$x < \frac{-b}{a}$	$\frac{-b}{a}$	$x > \frac{-b}{a}$
$y = ax + b$	مخالف علامت a	۰	موافق علامت a

ریشه عبارت

مثال ۱۹: عبارت $y = ۴(x) - ۱۶$ را تعیین علامت کنید.

ابتدا ریشه عبارت رو تعیین می کنیم:

$$y = ۰ \Rightarrow ۴(x) - ۱۶ = ۰ \Rightarrow ۴x = ۱۶ \Rightarrow x = ۴$$

x	$x < ۴$	۴	$x > ۴$
$y = ۴x - ۱۶$	$-$	۰	$+$

نکته: برای تعیین علامت عبارت های که از تقسیم یا ضرب دو یا چند عبارت درجه اول ایجاد شدن ، از این مطلب استفاده می کنیم که حاصلضرب دو عدد مثبت یا دو عدد منفی ، همیشه مثبته و حاصل ضرب دو عدد با علامت های مختلف همیشه منفی است.

نکته: در حالت کلی برای تعیین علامت عبارت هایی که از ضرب یا تقسیم دو یا چند عبارت درجه اول به وجود آمده اند، مراحل زیر رو طی می کنیم:

۱-ریشه های هر کدام از عبارت های درجه اول را به دست می آوریم.

۲-یک جدول تعیین علامت رسم می کنیم و ریشه ها رو از چپ به راست به صورت صعودی (از کوچک به بزرگ) می نویسیم.

۳-هر ردیف جدول مربوط به تعیین علامت یکی از عبارت های درجه اول است.

۴-ردیف آخر مربوط به تعیین علامت کل عبارت است.

۵-هر ردیف را تعیین علامت می کنیم.

۶-با ضرب علامت های هر ستون در همدیگر ، عبارت نهایی را تعیین علامت می کنیم.

۷-در نهایت به ازای ریشه های **صورت** (۰) و به ازای ریشه های مخرج (**نامعین یا به اختصار «ن»**) قرار می دهیم.

مثال ۲۰: عبارت $y = (۲x - ۱)(x + ۱)$ را تعیین علامت کنید.

ابتدا ریشه دو عبارت رو تعیین می کنیم:

$$۲x - ۱ = ۰ \Rightarrow ۲x = ۱ \Rightarrow x = \frac{۱}{۲} \quad \& \quad x + ۱ = ۰ \Rightarrow x = -۱$$

x	$x < -۱$	-۱	$-۱ < x < \frac{۱}{۲}$	$\frac{۱}{۲}$	$x > \frac{۱}{۲}$
$۲x - ۱$	$-$		$-$	۰	$+$
$x + ۱$	$-$	۰	$+$		$+$
$y = (۲x - ۱)(x + ۱)$	$+$	۰	$-$	۰	$+$

نکته: علامت عبارت $(a\,x+b)^{\text{فرد}}$ با علامت $a\,x+b$ یکی است.

نکته: علامت عبارت $(a\,x+b)^{\text{زوج}}$ همیشه مثبته ، به جز نقطه $x=\frac{-b}{a}$ که عبارت صفر است.

نکته: علامت عبارت $|a\,x+b|$ همیشه مثبته ، به جز نقطه $x=\frac{-b}{a}$ که عبارت صفر است.

مثال ۲۱: عبارت زیر را تعیین علامت کنید.

$$p(x)=\frac{(x+۱)^{۲}(x-۴)^{۵}}{|x-۲|(x-۱)}$$

x		-۱		۱		۲		۴	
$(x+۱)^{۲}$	+	۰	+		+		+		+
$(x-۴)^{۵}$	−		−		−		−	۰	+
$\|x-۲\|$	+		+		+	۰	+		+
$(x-۱)$	−		−	۰	+		+		+
$p(x)$	+	۰	+	ن	−	ن	−	۰	+

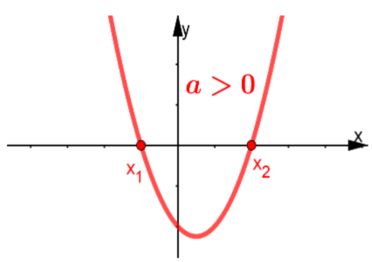
۲-۱-۳ تعیین علامت چندجمله ای درجه دوم

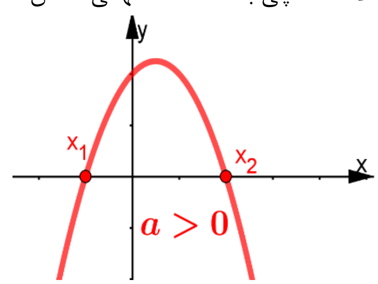
چندجمله ای درجه دوم $p(x)=a\,x^{۲}+b\,x+c$ رو در نظر بگیرید، بسته به اینکه Δ چه علامتی داشته باشه،سه حالت نسبت به محور طول ها قابل تصوره:

۱- نمودار $p(x)=a\,x^{۲}+b\,x+c$ محور طول ها رو در دو نقطه $x_۱$ و $x_۲$ قطع کند($x_۱<x_۲$) که این دو مقدار همون ریشه های حقیقی و متمایز معادله درجه دوم $a\,x^{۲}+b\,x+c=۰$ میشه، در این حالت می تونیم چندجمله ای داده شده رو به صورت زیر تجزیه کنیم:

$$p(x)=a\,x^{۲}+b\,x+c=a(x-x_۱)(x-x_۲)$$

حال بسته به اینکه علامت a چی باشه، دهانه سهمی ممکن است رو به بالا یا پایین باشه: $\Delta>۰$



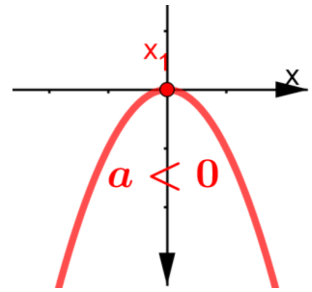


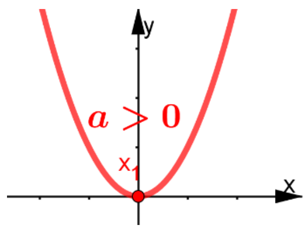
x	$x<x_۱$	$x_۱$	$x_۱<x<x_۲$	$x_۲$	$x>x_۲$
$p(x)=a(x-x_۱)(x-x_۲)$	موافق علامت a	۰	مخالف علامت a	۰	موافق علامت a

۲- نمودار $p(x) = a\,x^2 + b\,x + c$ بر محور طول ها در نقطه x_1 مماس باشه که این مقدار همون ریشه حقیقی ومضاعف معادله درجه دوم $a\,x^2 + b\,x + c = 0$ میشه، در این حالت می تونیم چندجمله ای داده شده رو به صورت زیر تجزیه کنیم:

$$p(x) = a\,x^2 + b\,x + c \ = a(x - x_1)^2$$

حال بسته به اینکه علامت a چی باشه، دهانه سهمی ممکن است رو به بالا یا پایین باشه: $\Delta = 0$





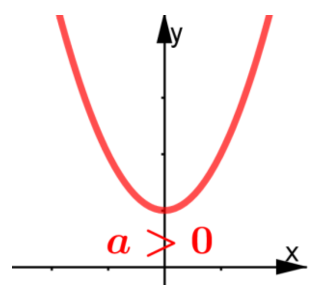
x	$x < x_1$	x_1	$x > x_1$
$p(x) = a(x - x_1)^2$	موافق علامت a	0	موافق علامت a

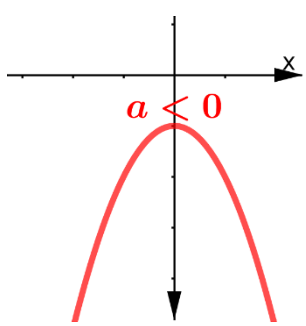
۲- نمودار $p(x) = a\,x^2 + b\,x + c$ محور طول ها رو اصلاً قطع نکنه ، یعنی معادله $a\,x^2 + b\,x + c = 0$ ریشه حقیقی نداره.
در این حالت می تونیم چندجمله ای داده شده رو به شیوه مربع کامل به صورت زیر بنویسیم:

$$p(x) = a\,x^2 + b\,x + c \ = a[\left(x + \frac{b}{2\,a}\right)^2 - \frac{\Delta}{4a^2}]$$

حواس تون هست که عبارت داخل کروشه همیشه مثبته(چرا؟؟) و در نتیجه علامت $p(x)$ به علامت a بستگی داره.

بسته به اینکه علامت a چی باشه، دهانه سهمی ممکن است رو به بالا یا پایین باشه: $\Delta < 0$





x	برای هر $x \in \mathbb{R}$
$p(x)$	موافق علامت a

مثال۲۲: عبارت درجه دوم $p(x) = -۳x^۲ + ۴\,x - ۱$ را تعیین علامت کنید.

چون مجموع ضرایب صفر است $p(x) = ۰ \Rightarrow x_۱ = ۱ \quad \& \quad x_۲ = \frac{-۱}{-۳} = \frac{۱}{۳}$

x	$x < \frac{۱}{۳}$	$\frac{۱}{۳}$	$\frac{۱}{۳} < x < ۱$	۱	$x > ۱$
$p(x) = -(x - \frac{۱}{۳})(x - ۱)$	$-$	۰	$+$	۰	$-$

مثال ۲۳: عبارت $p(x) = \frac{x^۲(x-۳)}{x^۲+۲\,x-۳}$ را تعیین علامت کنید.

ابتدا ریشه هر یک از عبارت ها رو تعیین می کنیم:

$x^۲ = ۰ \Rightarrow x = ۰ \quad * \; x - ۳ = ۰ \Rightarrow x = ۳ \quad * \quad x^۲ + ۲\,x - ۳ = ۰ \Rightarrow x = ۱ \;\&\; x = -۳$

x		-۳		۰		۱		۳	
$x^۲$	$+$		$+$	۰	$+$		$+$		$+$
$x - ۳$	$-$		$-$		$-$		$-$	۰	$+$
$x^۲ + ۲\,x - ۳$	$+$	۰	$-$		$-$	۰	$+$		$+$
$p(x)$	$-$	ن	$+$	۰	$+$	ن	$-$	۰	$+$

۲-۳ نامعادله

۱-۲-۳ نامعادله یک مجهولی درجه اول

یاد آوری از پایه نهم:

در سال گذشته با مفهوم معادله آشنا شدید.(فصل ۵-درس سوم)

اگر A و B دو عبارت جبری باشند، نامعادله هایی که با این دو عبارت ساخته می شوند، به صورت زیرند:

نامعادله	می خوانیم
$A < B$	A کوچکتر از B است.
$A \leq B$	A کوچکتر یا مساوی از B است.
$A > B$	A بزرگتر از B است.
$A \geq B$	A بزرگتر یا مساوی از B است.

برای حل یک معادله می تونیم از خواص زیر استفاده کنیم:

۱-خاصیت جمع:

برای عبارت های جبری A، B و C، اگر $A < B$ سپس $A + C < B + C$.

۲-خاصیت ضرب

الف) اگر $C > ۰$ و $A > B$ سپس $AC > BC$.

یعنی هرزمان دو طرف یک نامساوی یا نامعادله رو در عدد مثبتی ضرب کنیم، جهت نامساوی عوض نمیشه.

ب) اگر $C < ۰$ و $A > B$ سپس $AC > BC$.

یعنی هرزمان دو طرف یک نامساوی یا نامعادله رو در عدد منفی ضرب کنیم، جهت نامساوی عوض میشه. حواست باشه جهت نامساوی عوض میشه، یادت نره!!!!

نکته خیلی مهم : هدف نهایی در حل نامعادله یک مجهولی درجه اول این است که به یکی از عبارت های زیر برسیم:

$x \le a$ یا $x < a$ یا $x \ge a$ یا $x > a$

برای این کار ، باید با کمک خواص گفته شده در بالا ، x رو **تنها** کنیم.

مثال ۲۴: نامعادله یک مجهولی درجه اول $۳x - ۵ < ۴x + ۶$ را حل کنید.

همون طور که براتون گفتم هدف نهایی ما اینه که x رو **تنها** کنیم:

$$۳x - ۵ < ۴x + ۶ \Rightarrow ۳x - ۴x < ۶ + ۵ \Rightarrow -x < ۱۱ \Rightarrow x > -۱۱$$

حواست که هست در آخرین مرحله چون دو طرف نامعادله رو در -۱ ضرب کردیم ، جهت نامساوی عوض شد.

حالا می تونیم مجموعه جواب به دست اومده یعنی $x > -۱۱$ رو به صورت بازه نشون بدیم و بعدم نمایش هندسی شو روی محور اعداد حقیقی نشون بدیم:$(-۱۱.+\infty)$ یا $x > -۱۱$

۲-۲-۳ نامعادلات دوگانه

فرض کنید x متغیری باشد که هم زمان در دو نامعادله زیر صدق می کند:

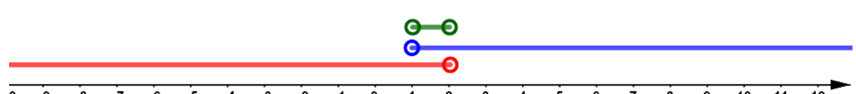
$$۲ < ۵x - ۳ \quad \text{و} \quad ۵x - ۳ < ۷$$

حال هر یک از نامعادله های فوق رو شبیه مثال ۲۴ بالا «جدا جدا» حل می کنیم:

$$۲ < ۵x - ۳ \Rightarrow ۵x - ۳ > ۲ \Rightarrow ۵x > ۵ \Rightarrow x > ۱$$

$$۵x - ۳ < ۷ \Rightarrow ۵x < ۱۰ \Rightarrow x < ۲$$

به خاطر «و» بین دو نامعادله ، **اشتراک** مجموعه جواب های به دست اومده رو محور اعداد نمایش میدیم:(۱.۲)=اشتراک



توجه: می تونیم نامعادله های داده شده رو با هم ترکیب کنیم و به شکل یک نامعادله دوگانه یا توام به صورت $۲ < ۵\,x - ۳ < ۷$ بنویسیم و با کمک خواص گفته شده در قسمت قبل ، نامعادله رو خیلی سریع تر حل کنیم:

$$۲ < ۵\,x - ۳ < ۷ \Rightarrow ۵ < ۵\,x < ۱۰ \Rightarrow ۱ < x < ۲ \Rightarrow (۱.۲)$$

نکته: نامعادله های فوق رو می تونیم در یک **دستگاه نامعادله** هم نشون بدیم ، یعنی اینکه:

$$\begin{cases} ۲ < ۵\,x - ۳ \\ ۵\,x - ۳ < ۷ \end{cases}$$

۳-۲-۳ نامعادلات یک مجهولی درجه دوم

برای حل یک نامعادله درجه دوم **دو** روش وجود داره: روش **جبری** و **هندسی**

۱-روش جبری: مراحل کار در ادامه تقدیم حضورتون میشه:

۱-همه جمله ها رو به یک طرف میاریم تا به صورت $a\,x^۲ + b\,x + c > ۰$ یا $a\,x^۲ + b\,x + c < ۰$ دربیاد.

۲-عبارت $a\,x^۲ + b\,x + c$ رو تعیین علامت می کنیم.

۳-با توجه به $a\,x^۲ + b\,x + c > ۰$ یا $a\,x^۲ + b\,x + c < ۰$ ، مقادیر مناسب x رو تعیین می کنیم.

مثال ۲۵: نامعادله $۵\,x^۲ - ۲\,x - ۱ < x + ۱$ را حل کنید.

$$۵\,x^۲ - ۲\,x - ۱ < x + ۱ \Rightarrow ۵\,x^۲ - ۳\,x - ۲ < ۰$$

$$۵\,x^۲ - ۳\,x - ۲ = ۰ \Rightarrow x = ۱ \quad \& \quad x = \frac{-۲}{۵}$$

x	$x < \frac{-۲}{۵}$	$\frac{-۲}{۵}$	$\frac{-۲}{۵} < x < ۱$	۱	$x > ۱$
$p(x) = ۵\,x^۲ - ۳\,x - ۲$	+	۰	−	۰	+

با توجه به $۵\,x^۲ - ۳\,x - ۲ < ۰$ ، مجموعه جواب $\frac{-۲}{۵} < x < ۱$ میشه!!!(چون در این محدوده علامت عبارت منفیه)

۲- روش هندسی:مراحل کار به صورت زیره:

۱- همه جمله ها رو به یک طرف میاریم تا به صورت $a\,x^۲ + b\,x + c > ۰$ یا $a\,x^۲ + b\,x + c < ۰$ دربیاد.

۲-$y = a\,x^۲ + b\,x + c$ رو رسم کن.

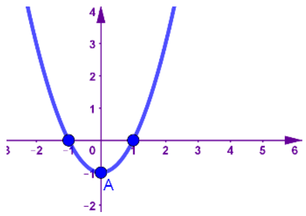
۳- اگر سوال گفته $a\,x^۲ + b\,x + c > ۰$ ، محدوده ای از x ها رو مشخص کن که علامت y مثبته و اگر هم سوال گفته

$a\,x^2 + b\,x + c < 0$ محدوده ای از x ها رو مشخص کن که علامت y منفیه.

مثال ۲۶: نامعادله $x^2 \le 1$ را به روش هندسی حل کنید.

ابتدا همه جمله ها رو به یک طرف میاریم.　　$x^2 \le 1 \Rightarrow x^2 - 1 \le 0$

حالا $y = x^2 - 1$ رو رسم می کنیم.



در نهایت با توجه به شکل باید محدوده ای از x ها رو مشخص کنیم که علامت y منفیه، یعنی $[-1.1]$

مثال ۲۷: برای چه مقادیری از m ، سهمی $y = x^2 + m\,x + 4$ همواره مثبت است؟

از جدول صفحه ۱۰ همین جزوه می دونیم اگر قراره یک سهمی همیشه **مثبت** باشه ، به روایت دیگه اگر قراره همیشه **بالای** محور طول ها باشه باید اولاً $a > 0$ و ثانیاً $\Delta < 0$.

خب شرط اول که برقراره چون $1 > 0$ ، پس می مونه شرط دوم رو بررسی کنیم!!!

$$\Delta > 0 \Rightarrow m^2 - 4(1)(4) < 0 \Rightarrow m^2 - 16 < 0 \Rightarrow m^2 < 16$$

حالا باید نامعادله درجه دوم بالا رو حل کنیم، یعنی باید تعیین علامت کنیم.

m	$m < -4$	-۴	$-4 < m < 4$	۱	$m > 4$
$m^2 - 16$	$+$	۰	$-$	۰	$+$

پس مجموعه جواب نامعادله فوق میشه:　　$-4 < m < 4$

۴-۲-۳ نامعادله های شامل عبارت های گویا

یادآوری تعریف عبارت گویا: یک کسر که صورت و مخرجش **چندجمله** ایه و مخرج هم نباید **صفر** باشه.

حالا با این حساب یک نامعادله شامل عبارت های گویا تعریفش چیه؟؟

تعریف نامعادله های شامل عبارت های گویا : نامعادله هایی که شامل یک یا چند عبارت گویا باشه ، یک نامعادله شامل عبارت گویا نامیده میشه.

برای حل یک نامعادله شامل عبارت گویا به صورت زیر عمل می کنیم:

۱-همه عبارت ها رو به یک طرف نامعادله میاریم.

۲-مخرج مشترک می گیریم و به صورت یک عبارت کسری می نویسیم.

۳-سپس عبارت رو تعیین علامت می کنیم.

مثال ۲۸: نامعادله $\frac{x^{۲}-۹}{۲x+۱} \geq ۰$ را حل کنید.

x		-۳		$\frac{-۱}{۲}$		۳	
$x^{۲}-۹$	$+$	۰	$-$		$-$	۰	$+$
$۲x+۱$	$-$		$-$	۰	$+$		$+$
$p(x)$	$-$	۰	$+$	ن	$-$	۰	$+$

با توجه به جدول تعیین علامت و خواسته مسئله ، مجموعه جواب عبارت است از : $[-۳.\frac{-۱}{۲}) \cup [۳, +\infty)$.

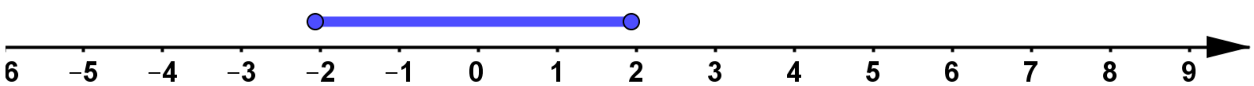
۵-۲-۳ نامعادله های قدرمطلقی

یادآوری تعریف قدرمطلق : $|x|$ فاصله عدد حقیقی x از مبدا است.

حالا با کمک تعریف قدرمطلق قصد داریم چند نامعادله قدرمطلقی ساده رو حل کنیم...

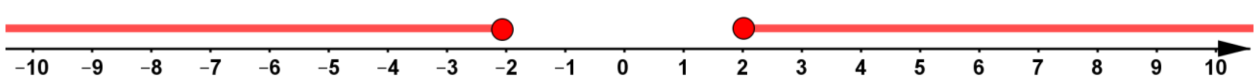
مثال ۲۹: نامعادله $|x| \leq ۲$ را حل کنید.

در حقیقت سوال از ما خواسته همه اعداد حقیقی که فاصله شون از مبدا کوچکتر یا مساوی ۲ هست رو پیدا کنیم، اگر از محور اعداد کمک بگیریم (روش هندسی) مجموعه جواب عبارت است از: $[-۲.۲]$



مثال ۳۰: نامعادله $|x| \geq ۲$ را حل کنید.

در اینجا سوال از ما خواسته همه اعداد حقیقی که فاصله شون از مبدا بزرگتر یا مساوی ۲ هست رو پیدا کنیم، اگر از محور اعداد کمک بگیریم (روش هندسی) مجموعه جواب عبارت است از:$(-\infty.-۲] \cup [۲.+\infty)$



جمع بندی: فرض کنیم a یک عدد حقیقی مثبت و u یک عبارت جبری باشد، در این صورت :

۱-اگر $|u| \leq a$ آن گاه $-a \leq u \leq a$

۲- اگر $|u| \geq a$ آن گاه $u \geq a$ یا $u \leq -a$.

توجه: در هر یک از این نامعادله ها ، اگر علامت مساوی وجود نداشته باشد ، هیچ کدام از جواب ها نیز علامت مساوی ندارند.

مثال ۳۱: نامعادله $|x+۱| \leq ۳$ را حل کنید.

$|x+۱| \leq ۳ \Rightarrow -۳ \leq x+۱ \leq ۳ \Rightarrow -۴ \leq x \leq ۲$

مثال ۳۲: نامعادله $|۲x-۳|\geq ۵$ را حل کنید.

$$|۲x-۳|\geq ۵ \Rightarrow \begin{cases} ۲x-۳\geq ۵ \Rightarrow ۲x\geq ۸ \Rightarrow x\geq ۴ \\ ۲x-۳\leq -۵ \Rightarrow ۲x\leq -۲ \Rightarrow x\leq -۱ \end{cases}$$

مجموعه جواب نامعادله فوق عبارت است از: $(-\infty. -۱] \cup [۴. +\infty)$

سخنی با دانش آموزان عزیز و دوست داشتنی

خب مباحث و مطالب مهم اصلی فصل ٤ کتاب رو براتون خط به خط خلاصه گفتم ، البته اگر به کتاب های کمک درسی سر بزنید، متوجه میشید که مطالب خیلی بیشتری وجود داره که من نگفتم که البته بعضی هاش زوده ما بگیم ، مثلا در درس اول ، کتابای کمک درسی مجموع ریشه ها، ضرب ریشه ها و یا حل معادلاتی که به معادله درجه دوم ختم میشه رو هم گفتن، خب اینا رو شاگل پسرا پایه یازدهم می خونید، اگر قرار بود پایه دهم گفته بشه خود مولف محترم زحمت گفتن شو می کشید و توی کتاب هم میومد، پس منم خیلی مطالب رو سنگین نکردم و فقط اصله کاری ها رو براتون گفتم و نوشتم...

امیدوارم این جزوه به دردتون بخوره، موفق و شاداب باشید...