

آزجھای ازجھای



10

شکسار ازجھ

فصل ششم (شمارش بدون شمارش)

سیدامیر مؤید

Telegram: @XY_Riazi

ارائه درسامه های فصل به فصل و بیان اشتباهات متداول

Instagram: @XY_Riazi

تمرینات و تنهای آموزشی، تمرین و ارزیابی

تت های آزمون های بین المللی، کنکور داخل و خارج کشور

VERSION DH 9.7

I ♥ MATH

ریاضی دهم

حل مسائل



شمارش بدون شمارش:

- شمارش

- بایگشت

- ترکیب



@XY_Riazi

دانلود از اپلیکیشن پادرس



| روز | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|------|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
| ۱ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| ۲ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| ۳ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| ۴ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| ۵ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| ۶ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| ۷ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| ۸ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| ۹ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| ۱۰ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| ۱۱ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| ۱۲ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| ۱۳ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| ۱۴ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| ۱۵ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| ۱۶ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| ۱۷ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| ۱۸ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| ۱۹ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| ۲۰ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| ۲۱ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| ۲۲ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| ۲۳ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| ۲۴ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| تیرم | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| پارس | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |



مقدمه ای کوتاه

پس از حدود ۱۰ سال تدریس ریاضی و دروس مهندسی در دانشگاه و مدارس برتر و شناخت نقاط ضعف و قوت دانش آموزان کنکوری در درس ریاضی، تصمیم گرفتم با تغییر کتاب های درسی جزوه ای کامل و جامع برای دانش آموزان عزیزم گردآوری نمایم. از آنجا که همواره به برابری آموزشی در کشور عزیزمان ایران اعتقاد داشتم مصمم شدم این جزوه را که انشالله به زودی به کتاب تبدیل خواهد شد از طریق فضای مجازی در دسترس تمام دانش آموزان علاقمند کشورم قرار بدهم.

افتخار من تربیت و همراهی شاگردانی با رتبه های برتر کنکور و همچنین دانشجویانی قوی و تملیکر است که همه آنها را اکنون دوستان خود می دانم. امروز نیز هرکسی از این دست نوشته استفاده نماید به گروه بزرگ دوستان من اضافه خواهد شد.

هرگز فراموش نکنید که شما میتوانید، فقط باید با تمام وجود بنواهید...

سیدامیر میرموید

تابستان ۱۳۹۶

Telegram: @XY_Riazi

A hero is no
braver than an
ordinary man,
but he is just
Five Minutes Longer.



ویلیا یتیمین فرزند از ۲۲ فرزند خانم و آقای رادلف بود که نابهنگام ، فقط با ۴۵۰ گرم وزن و نارس و بیمار ضعیف به دنیا آمد. به همین دلیل مادر ویلیا و قشش را به مدت چند سال صرف پرستاری از ویلیا برای بهبود بیماریهای پی در پی اش از قییل سرخک ، اریول ، مخملک ، آبله مرغان و دوبار ذات الریه کرد. چون آنها بیمار فقیر بودند اینکار را در خانه انجام می داد. اما سرانجام زمانی که متوجه شد ساق پای ویلیا بیمار ضعیف و بد شکل شده است مجبور شد او را به دکتر ببرد. به او گفته شد که دخترش فلج اطفال دارد. نوعی بیماری فلج که درمانی ندارد. دکتر به خانم رادلف گفت ویلیا هرگز نمی تواند راه برود. اما خانم رادلف در مورد ویلیا تسلیم نشد.

"دکترها به من گفتند که هیچ گاه راه نمی روم ، اما مادرم گفت که من راه می روم و من حرف مادرم را باور کردم."

او دریافت که دخترش می تواند در کالج پزشکی سیاه پوستان درمان شود. اگر چه تا آنجا چندین کیلومتر راه بود. مادر ویلیا او را دوبار در هفته به مدت دو سال به آنجا می برد. تا زمانی که او قادر شد با کمک یک تمه فلزی به نام بریس راه برود . سپس دکتر به خانم رادلف یاد داد که چگونه تمرین های فیزیوتراپی را در خانه انجام دهد. همه برادرها و خواهرهایش هم کمک می کردند و هر کاری برای تشویق او می کردند تا قوی بماند و سخت تلاش کند تا بهتر شود. سرانجام در

سن ۱۲ سالگی او توانست بطور معمولی راه برود، بدون عصا، بریس، و کفش های مخصوص. و بعد از آن بود که او تصمیم گرفت یک قهرمان بشود.

اولین دستاورد او زنده ماندن و بهتر شدن بود. در دبیرستان او در ابتدا یک ستاره بکتبال شد، کسی که رکورد امتیازات را شکست و تیمش را به قهرمانی ایالت رساند. سپس به یک دهنده تبدیل شد و به اولین مابقات المپیکش در سال ۱۹۵۶ در سن ۱۶ سالگی رفت. او یک مدال برنز در روی امدادی بدست آورد.

در هفتم سپتامبر ۱۹۶۰ در المپیک رم ایتالیا، ویلما رادلف اولین زن آمریکایی شد که ۳ مدال طلا را در یک المپیک برد. او در ۱۰۰ متر با مانع، ۲۰۰ متر با مانع، و ۴۰۰ متر امدادی مدال طلا کسب کرد. در حالی که به او گفته بودند که هیچ وقت نمی تواند راه برود...

زندگی ویلما رادلف یک داستان در باره موفقیت در مقابل نابرابری هاست. او خواست شد... یقین بدانید شما هم بخواهید و برای خواسته خود بجنگید خواهد شد...

فهرست خواسته های خود را بنویسید و بگویید چگونه برای بدست آوردن آن میجنگید...
من میخواهم.....

میرموید

درس اول: شمارش

در آنالیز ترکیبی یا ترکیبات با شمارش سروکار داریم اما نه شمارش معمولی. در واقع شمارش در اینجا حالت تخصصی ترکی به خود می‌گیرد و تحت شرایط خاص و شروط مشخص انجام می‌شود تا بتوانیم بدون شمردن متقیم تعداد دقیق را حدس بزنیم.

نمودار درختی

اگر بخواهیم که همه حالت‌ها را بنویسیم و سپس بشماریم یکی از روش‌ها رسم نمودار درختی است که به ازای هر حالت ممکن در هر مرحله یک شاخه اضافه می‌شود. مثلاً حالت‌های پرتاب سه سکه را میتوان با نمودار درختی دید و شمرد. و اگر لازم شد تعداد حالت‌های مطلوب همچون حالتی که حداقل دو سکه رو بیاید را شمرد.

میر مویک

اصل جمع

برای مثال یک آدم بی پول به رستوران رفته است. در منوی این رستوران ۴ نوع غذا، ۳ نوع نوشیدنی و ۵ نوع سالاد وجود دارد. این شخص میخواهد برای خود فقط یک چیز سفارش بدهد (یا غذا، یا نوشیدنی یا سالاد). فکر می کنید این شخص به چند طریق میتواند این عمل را انجام دهد؟

بدلیل استفاده از کلمه "یا" شخص مورد نظر نباید هم غذا، هم نوشیدنی و هم سالاد برای خود انتخاب کند. یعنی بدلیل استفاده از کلمه «یا» میتواند فقط یکی از سه مرحله را انجام دهد.

با انتخاب یک چیز کار تمام استو کار من نمیرسد؛ ریگه چی؟

$$۱۲ = ۴ + ۳ + ۵ = ۵ \text{ یا } ۳ \text{ یا } ۴ = \text{تعداد حالتها}$$

بنابراین اگر عملی را بتوان به دو روش فکر جداگانه انجام داد طوری که با انجام هر کدام به تنهایی نیز کار تمام شود از اصل جمع استفاده میکنیم.

مثال: شخصی برای سفر از اهواز به مشهد در یک روز معین تابستان، متوجه شد در این روز ۴ قطار متفاوت و ۳ پرواز متفاوت هواپیما برای عزیمت به مشهد وجود دارد. تعداد حالت هایی که این شخص میتواند انتخاب کند را حساب کنید.

میرموید

تعمیر اصل جمع

اگر یک کار را بتوان به k روش انجام داد، به طوری که در روش اول m_1 انتخاب، در روش دوم m_2 انتخاب... و در روش k ام m_k انتخاب وجود داشته باشد، برای انجام کار مورد نظر $m_1 + m_2 + \dots + m_k$ روش وجود دارد.

نکته: توجه کنید که نه تنها هر ار است کار مورد نظر فقط با یکی از شیوه ها انجام شود و در مایل اصل جمع، انجام شدن یک مرحله هیچ ارتباطی به مراحل قبلی خود ندارد.

اصل ضرب

برای مثال یک آدم پولدار به همان رستوران رفته است. در منوی این رستوران ۴ نوع غذا، ۳ نوع نوشیدنی و ۵ نوع سالاد وجود دارد. این شخص میخواهد برای خود سرویس کامل سفارش بدهد (غذا، نوشیدنی و سالاد). فکر می کنید این شخص به چند طریق میتواند این عمل را انجام دهد؟

بدلیل استفاده از کلمه "و" شخص مورد نظر باید هم غذا، هم نوشیدنی و هم سالاد برای خود انتخاب کند، یعنی بدلیل استفاده از کلمه « و » هر سه مرحله را بطور وابسته باید انجام دهد.

$$60 = 4 \times 3 \times 5 = 5 \text{ و } 3 \text{ و } 4 = \text{تعداد حالتها}$$

بنابراین اگر کاری از چند مرحله مختلف تشکیل شده باشد که برای کامل شدن آن کار همه مراحل باید انجام گیرد از اصل ضرب استفاده می شود.

تعمیر اصل ضرب

اگر انجام کاری دارای k مرحله باشد، به طوری که برای انجام مرحله اول m_1 روش، برای انجام مرحله دوم m_2 روش... و برای انجام مرحله k ام m_k روش وجود داشته باشد (با فرض اینکه در هر مرحله انتخاب تمام روش های آن مرحله ممکن باشد)، کار مورد نظر با $m_1 \times m_2 \times \dots \times m_k$ روش قابل انجام است.

نکته: در اصل ضرب تمامی مراحل به یکدیگر وابسته و چند مرحله ای میباشند.

مثال: شخصی می خواهد از تهران به اصفهان برود. او قصد دارد که از قم عبور کند. اگر از شهر تهران به قم ۲ مسیر

(به نام های a و b) و از قم به اصفهان ۳ مسیر (به نام های z و y و x) وجود داشته باشد. این شخص به چند طریق می تواند از تهران به اصفهان سفر کند؟

تذکر بسیار مهم: تکنیک به کار رفته در حل بسیاری مسئله‌ها، استفاده از اصل متمم است. گاهی اوقات شمارش خاصیت ذکر شده در مسئله ای به مراتب مشکل تر از شمارش اعضای است که خاصیت ذکر شده را ندارند. در این حالت بهتر است آنهایی که آن ویژگی معین را ندارند (متمم) شمارش شده و از کل اعضای مجموعه اصلی کم شوند.

مثال: با ارقام ۵ و ۸ و ۷ چند عدد سه رقمی می توان نوشت (به طوری که تکرار ارقام مجاز باشد)؟

چند عدد سه رقمی می توان نوشت به طوری که تکرار ارقام مجاز نباشد؟

به چند حالت میتوان این اعداد را کنار هم قرار داد؟

مثال: با ارقام ۷ و ۸ و ۹ و ۰ و ۶ چند عدد سه رقمی بدون تکرار ارقام می توان نوشت؟

مثال: چند عدد چهار رقمی با ارقام متمایز و فرد، بزرگتر از ۳۰۰۰ وجود دارد؟

میر مویک

مثال: به چند روش می توان با حروف کلمه‌ی «سازندگی» کلمه‌های ۴ حرفی ساخت (بدون توجه به معنی و

بدون تکرار حروف) که حرف اول آنها نقطه دار نباشد.

مثال: با حروف کلمه « COMPUTER » چند کلمه ۸ حرفی با معنی و بی معنی بدون تکرار حروف می توان

نوشت، الف) به شرط اینکه حروف U و P کنار هم باشند.

ب) به شرط اینکه حروف U و P به شکل « PU » کنار هم باشند.

نکته مهم: در بسیاری موارد از ترکیب اصل جمع و ضرب استفاده می شود.

مثال: با ارقام ۷ و ۳ و ۰ و ۲

الف) چند عدد سه رقمی می توان نوشت؟

ب) چند عدد سه رقمی با ارقام غیر تکراری می توان نوشت؟

ج) چند عدد سه رقمی فرد با ارقام غیر تکراری می توان نوشت؟

د) چند عدد سه رقمی زوج با ارقام غیر تکراری می توان نوشت؟

مثال: رمزی از سه حرف تشکیل شده است. هر کدام از حروف مربوط به این رمز از حروف فارسی یا حروف کوچک

انگلیسی می باشند. اگر حروف کنار هم از یک زبان نباشند، حساب کنید که برای این رمز چند حالت وجود دارد؟

تمرینات درس یک

۱- تعداد حالت های ممکن برای رمز یک دستگاه را در حالت های زیر به دست آورید. مشخص کنید برای این کار از اصل جمع استفاده می شود یا از اصل ضرب یا از هر دو.

الف) این رمز از یک گزینش تشکیل شده، که یک عدد یا یک حرف اجدایی فارسی است.

ب) این رمز از دو گزینش تشکیل شده است که گزینش اول یک عدد و گزینش دوم یک حرف اجدایی فارسی است.

پ) این رمز از دو گزینش تشکیل شده است که یکی از گزینش های عدد و گزینش دیگر یک حرف اجدایی فارسی است.

ت) این رمز از دو گزینش تشکیل شده است که یا هر دو گزینش عددند یا هر دو گزینش حروف اجدایی اند.

ث) این رمز از ۴ گزینش تشکیل شده است که دو گزینش اول اعداد غیر تکراری و دو گزینش دوم حروف اجدایی غیر تکراری اند.

۲- در یک شهرک صنعتی ۵ بلوار اصلی و در هر بلوار، بین ۸ تا ۱۰ خیابان، و در هر خیابان بین ۱۰ تا ۱۲ کوچه و در هر کوچه بین ۲۰ تا ۳۰ کارخانه وجود دارد. حداقل و حداکثر تعداد کارخانه هایی که ممکن است در این شهرک وجود داشته باشد، چند است؟

۳۳- در یک شهرک صنعتی ۵ بلوار اصلی و در هر بلوار، بین ۸ تا ۱۰ خیابان، و در هر خیابان بین ۱۰ تا ۱۲ کوچه و در هر کوچه بین ۲۰ تا ۳۰ کارخانه وجود دارد. حداقل و حداکثر تعداد کارخانه‌هایی که ممکن است در این شهرک وجود داشته باشد، چند است؟

۳۴- می‌خواهیم رأس‌های مثلث زیر را با دو رنگ قرمز و آبی رنگ کنیم.

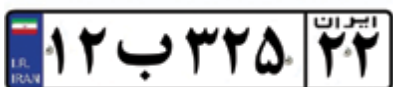
الف) به چند طریق این کار امکان پذیر است؟

ب) به چند طریق می‌توان این رنگ آمیزی را انجام داد، به گونه‌ای که رأس‌هایی که به هم وصل‌اند، هم رنگ نباشند.

پ) هر دو قسمت (الف) و (ب) را در حالتی که از سه رنگ مختلف استفاده می‌کنیم، بررسی کنید.

۳۵- با پلاک‌هایی به صورت زیر که عدد دو رقمی سمت راست آنها از مجموعه A انتخاب شوند و سایر ارقام از مجموعه B

انتخاب شود، و حرف استفاده شده در آن از مجموعه C انتخاب شوند چند ماشین را می‌توان شماره گذاری کرد؟



$$A = \{11, 22, \dots, 99\}$$

$$B = \{1, 2, \dots, 9\}$$

$$C = \{ک, ه, و, ن, م, ل, ق, ط, ص, س, ر, ج, ب\}$$

۳- در یک کشور نوعی اتومبیل در ۵ مدل ، ۱۰ رنگ ، ۳ حجم موتور مختلف و ۲ نوع دنده (اتوماتیک و غیر اتوماتیک) تولید می شود.

الف) چند نوع مختلف از این اتومبیل تولید می شود؟

ب) اگر یکی از رنگ های تولید شده مشک باشد ، چند نوع از این اتومبیل با رنگ مشک تولید می شود؟

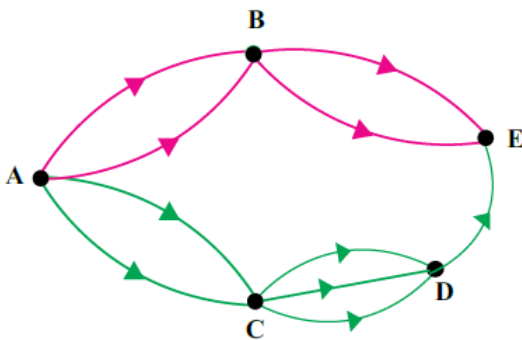
پ) چند نوع از این اتومبیل مشک دنده اتوماتیک تولید می شود؟

۲- یک آزمون چندگزینه ای شامل ۱۰ سؤال ۴ گزینه ای و ۵ سؤال ۲ گزینه ای (بله - خیر) است. فردی قصد دارد به سؤال ها به صورت تصادفی جواب دهد. او به چند روش می تواند این کار را انجام دهد اگر:

الف) اگر مجبور باشد به همه سؤال ها جواب دهد؟

ب) بتواند سؤال ها را بدون جواب هم بگذارد؟

۸- اگر شکل مقابل نشان دهند جاده های بین شهرهای A و B و C و D و E باشد و همه جاده ها یک طرفه باشند ، به چند طریق می توان از شهر A به شهر E رفت؟





میر موید

مقداریک تابع (فدایه داری خانم...)

مقدار یک تابع یعنی اینکه به ازای انتخاب یک عدد (خانم x) از دامنه و جاگذاری آن کدام عدد بدست می آید (آقای y چه کسی می شود).

نکته: یک قرار داد مهم اینست که اگر در تابع با نام f، زوج مرتب (a و b) وجود داشته باشد یا برای a از دامنه یک b از برد وجود داشته باشد در این صورت می توانیم بنویسیم:

$$f(a) = b$$

نکته: در یک تابع مقدار تابع به ازای هر چیز خواسته شده فقط یک جواب باید داشته باشد و اگر دو جواب مختلف بدست آمد آن رابطه، تابع نیست و تنها یک رابطه است.

۱- نمایش جدولی

در این حالت عددی از ردیف پایین را که در زیر آن عدد دامنه داده شده قرار دارد مقدار تابع در آن نقطه می گوئیم.

| | | | | | | |
|----------|---|---|---|---|----|----|
| ردیف اول | ۳ | ۴ | ۷ | ۸ | ۱۰ | ۲۰ |
| ردیف دوم | ۴ | ۵ | ۸ | ۸ | ۱۰ | ۱۲ |

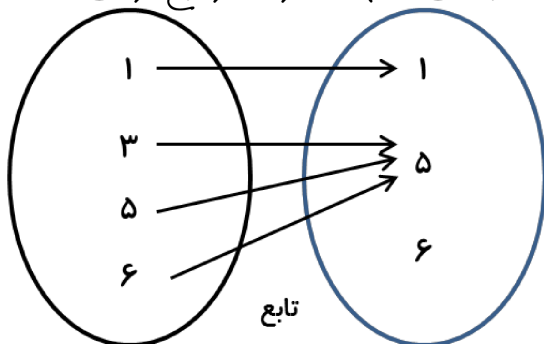
$$f_{(7)} =$$

$$f_{(f_{(3)})} =$$

$$f_{(f_{f_{\dots f_{(7)}}})} =$$

۲- نمایش نموداری

در این حالت عددی که انتهای فلش خارج شده از عدد داده شده به آن ختم شده را مقدار تابع در آن نقطه می گوئیم.



$$f_{(1)} =$$

$$f_{(f_{(3)})} =$$

$$f_{(f_{f_{\dots f_{(6)}}})} =$$

میرمویید

۱۲ / تابع

دانلود از اپلیکیشن پادرس



۳- نمایش زوج مرتب

در این حالت موفه دوم (y) زوج مرتبی که موفه اول آن (x) عدد داده شده می باشد را مقدار تابع در آن نقطه می گوئیم.

$$f = \{(1, 3), (2, 3), (3, 5), (5, 5)\} \quad f_{(f_{(1)})} =$$

مثال: حاصل $f_{(6)}$ را بدست آورید و بگوئید برای کدام عوض دامنه مقدار تابع ۲۶ می شود.

$$f = \{(5, 25), (10, 24), (6, 24), (12, 26)\}$$

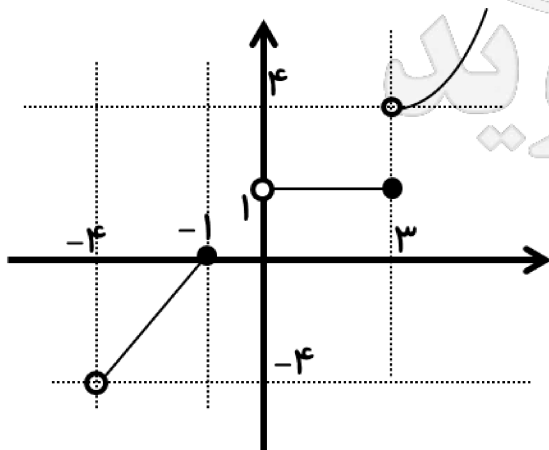
$$D_f = \{5, 10, 6, 12\}$$

$$R_f = \{25, 24, 26\}$$

$$f_{(6)} =$$

۴- نمایش شکلی

در این حالت یک خط عمودی در نقطه ای که به طول داده شده (x) رسم میکنیم. این خط در صورت قطع کردن فقط یک نقطه را قطع می کند (شرط تابع بودن) که عرض مختصات آن نقطه را مقدار تابع در آن نقطه می گوئیم (مختصات نقطه توپر به طول x را در صورت وجود می یابیم).



نکته: همیشه از داخلی ترین f شروع میکنیم و به ترتیب آنها را پیدا می کنیم.

همانطور که گفته شد رابطه بین دامنه و برد $(x و y)$ را می توان به صورت یک عبارت ریاضی نوشت که در آن حرف انگلیسی x نشان دهنده دامنه تابع و حرف انگلیسی y نشان دهنده برد تابع می باشد. اینگونه نمایش را نمایش جبری تابع می گویند. برای نشان دادن تابع به صورت جبری باید دامنه و برد آنرا هم نشان داد.

نکته: (اگر دامنه و برد هر دو اعداد حقیقی باشند دیگر لازم به نوشتن نیست)

$$f = \{(1 و 3), (2 و 5), (3 و 8), \dots, (n و 2n+1)\}$$

$$\begin{cases} f: N \rightarrow R \\ x \rightarrow 2x+1 \end{cases}$$

یا

$$\begin{cases} f: N \rightarrow R \\ y = 2x+1 \end{cases}$$

در حالت کلی ضابطه (رابطه) تابع را به شکل زیر نمایش میدهند که در آن A دامنه تابع و B مجموعه ای که برد تابع زیر مجموعه آن می باشد است (هم دامنه). یعنی x فقط باید در محدوده A باشد. در نهایت $f(x)$ را قانون یا ضابطه تابع می گویند که به معنی آنست که تابع داریم با متغیر x .

$$\begin{cases} f: A \rightarrow B \\ x \rightarrow f(x) \end{cases}$$

یا

$$\begin{cases} f: A \rightarrow B \\ y = f(x) \end{cases}$$

در واقع حرف y مثل نام کوچک تابع می باشد. اگر بخواهیم دقیقتر آنرا معرفی کنیم و بگوییم از کدام خانواده است باید از $f(x)$ استفاده کنیم که نشان میدهد از خانواده x است و این حرف در آن خانواده تغییر میکند.

$$f(x) = x^3 + 2x^2 + 4$$

$$g(a) = a^2 x^3 + 2a^2 y + 4a$$

$$h(x) = y^2 x^3 + 2x^2 y + 4y$$

نکته: برای مقدار دهن تابع، هر مقداری که قرار است به جای متغیر قرار بگیرد به جای x در رابطه $f(x)$ قرار میدهیم بدون اینکه اصلاً قدر کنیم که چرا. بنابراین $f(3)$ یعنی به جای x تابع عدد ۳ بگذاریم.

$$f(a) = a^2 x^3 + 2a^2 y + 4a$$

$$f_{\text{(کلثوم)}} = (\text{کلثوم})^2 x^3 + 2(\text{کلثوم})^2 y + 4(\text{کلثوم})$$



میرمویک

توابعی که بتوان آنها را به صورت $y = ax + b$ نوشت را توابع خطی می‌گویند که می‌توان مثل معادله خط با آن رفتار کرد.

مثال: اگر در یک تابع خطی $f_{(1)} = 7$ و $f_{(3)} = 15$ باشد آنگاه ضابطه تابع را بدست آورید.

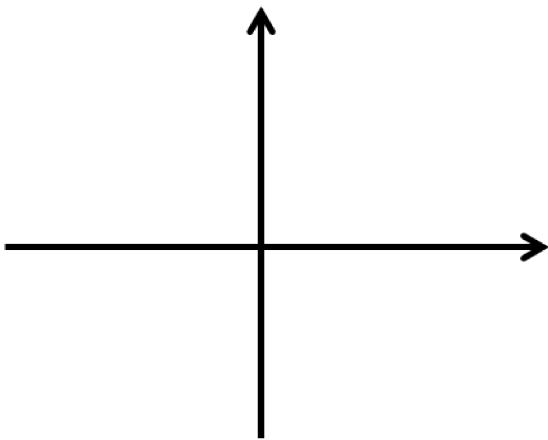
$$y = ax + b$$

$$\begin{cases} f_{(1)} = a(\quad) + b = \\ f_{(3)} = a(\quad) + b = \end{cases} \rightarrow \begin{cases} a + b = 7 \\ 3a + b = 15 \end{cases} \rightarrow$$

رسم تابع خطی با دامنه مشخص

برای رسم توابع خطی که دامنه آنها به صورت تعدادی عدد جدا می‌باشد هر یک از اعداد را جایگذاری کرده تا برد یا همان عرض نقاط بدست آید اما اگر دامنه به صورت بازه ای باشد اعداد حدود بازه را با توجه به باز یا بسته بودن آن قرار می‌دهیم.

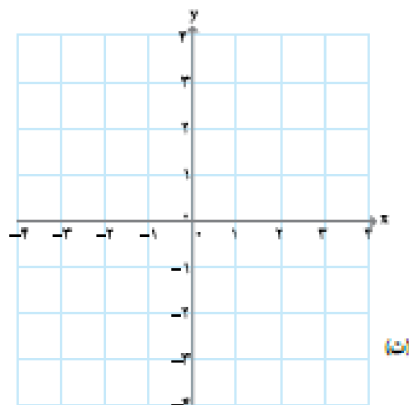
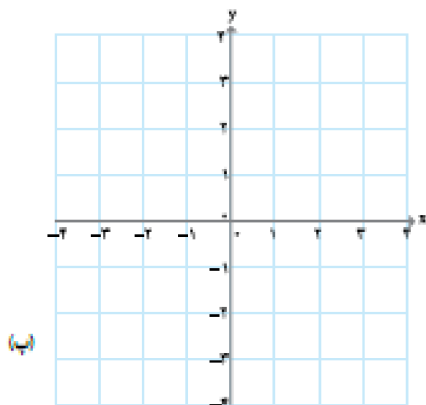
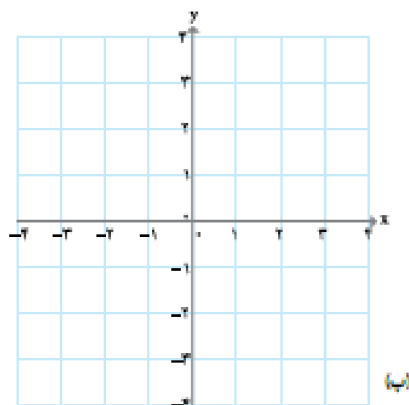
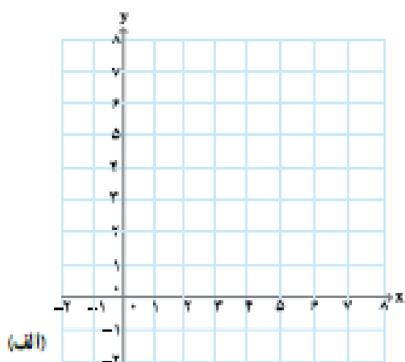
مثال: تابع خطی $f(x) = 3x - 4$ با شرط $D_f = (2, +\infty)$ را رسم نمایید و برد آنرا مشخص نمایید.



نکته: اگر در تابع خطی دامنه برابر اعداد حقیقی R باشد آنگاه برد هم اعداد حقیقی خواهد بود. در صورتی که دامنه بخشی از اعداد حقیقی باشد آنگاه برد را از قرار دادن حدود دامنه در تابع بدست می‌آوریم. یعنی اگر دامنه را از هر طرف محدود نماییم برد هم از همان طرف محدود می‌شود.

مثال: توابع زیر را در دامنه خودشان رسم کنید و برد آنها را مشخص کنید.

| | الف | ب | ج | ت |
|-------|------------------|-----------------|-----------------|--------------------|
| تابع | $f(x) = 3x - 2$ | $f(x) = 3x - 2$ | $f(x) = 3x - 2$ | $f(x) = 3x - 2$ |
| دامنه | $\{0, 1, 2, 3\}$ | R | $[0, 2)$ | اعداد حقیقی نامنفی |
| برد | | | | |



تمرینات درس دوم

۱- در یک لیگ فوتبال ۱۸ تیم قرار دارند. در پایان این لیگ تیم های اول تا سوم به چند حالت مختلف می توانند مشخص شوند؟

۲- از بین تعدادی کتاب مختلف می خواهیم سه کتاب را انتخاب کنیم و در قفسه ای بچینیم. اگر تعداد حالت های مختلف برای این کار ۲۱۰ تا باشد، تعداد کتاب ها چند تاست؟

۳- در یک نوع ماشین حساب کوچک که دارای ۲۰ کلید است، برای انجام یک دستور خاص باید سه کلید مشخص با ترتیبی مشخص فشار داده شوند. اگر فردی نداند سه کلید مورد نظر کدام اند و بخواهد به طور تصادفی این کار را انجام دهد و فشار دادن هر سه کلید ۲ ثانیه زمان بخواهد، این فرد حداکثر (در بدترین حالت) در چه زمانی می تواند دستور مورد نظر را اجرا کند؟

۴- با حروف کلمه "گل پیرا" و بدون تکرار حروف

الف) چند کلمه ۶ حرفی می توان نوشت؟ چند تا از آنها با "گل" شروع می شود؟

ب) چند کلمه ۴ حرفی می توان نوشت؟

پ) چند کلمه ۴ حرفی می توان نوشت که در آنها دو حرف "پ" و "ر" در کنار هم آمده باشند؟

ت) چند کلمه ۵ حرفی می توان نوشت که در آنها حروف کلمه "پیرا" کنار هم آمده باشند؟



میر موید

درس سوم: ترکیب

تعداد جایگشت های r تایی از n شیء متمایز که در آنها ترتیب قرار گرفتن مهم نباشد یا به عبارتی به هر زیرمجموعه r تایی از یک مجموعه n عضوی یک ترتیب r تایی از n شیء می گویند، که با $C(n, r)$ و یا $\binom{n}{r}$ نمایش می دهیم و مقدار آن از دستور زیر محاسبه می شود که در آن تکراری های غیر مهم با تقسیم حذف شده اند:

$$C(n, r) = \binom{n}{r} = \frac{n!}{(n-r)! \times r!}$$

چند عبارت مفید در ترکیبات

$$\binom{n}{0} = 1 \quad \binom{n}{1} = n \quad \binom{n}{2} = \frac{n(n-1)}{2}$$

$$\binom{n}{r} = \binom{n}{n-r} \quad \binom{n-1}{r-1} + \binom{n-1}{r} = \binom{n}{r}$$

$$\binom{n}{0} + \binom{n}{1} + \binom{n}{2} + \dots + \binom{n}{n} = 2^n$$

مثال: از میان شش کتاب مختلف

الف: به چند طریق می توانیم چهار کتاب را در یک قفسه کنار هم بچینیم؟

ب: به چند طریق می توانیم چهار کتاب را برای هدیه دادن به یک نفر انتخاب کنیم؟

مثال: در یک دوره مباحثه کشتی از بین ۴ داور ایرانی، ۳ داور ژاپنی و ۲ داور روسی قرار است کمیته ای از داوران تشکیل شود. به چند روش می توان این کار را انجام داد؟

الف) کمیته ۴ نفره باشد؟

ب) کمیته ۳ نفره باشد و از هر یک از سه کشور یک نفر در کمیته باشد؟

پ) کمیته ۵ نفره باشد و دقیقاً دو داور ایرانی داشته باشد؟

ت) کمیته ۵ نفره باشد و حداقل ۳ داور ایرانی داشته باشد؟

ث) کمیته ۷ نفره باشد و شامل ۳ داور ایرانی، ۲ داور ژاپنی و ۲ داور روسی باشد؟

ج) کمیته ۵ نفره باشد و حداقل یک داور ایرانی داشته باشد؟

مثال: از بین دو مدرس ریاضی، دو مدرس فیزیک و دو مدرس شیمی، قرار است یک کمیته دو نفره انتخاب شود. به گونه ای که دو نفر انتخاب شده هم رشته نباشند. چند حالت برای انجام این کار وجود دارد؟

مثال: در کیمیا ۵ مهره سفید و ۴ مهره سیاه و ۳ مهره قرمز وجود دارد. به چند طریق می توان از این کیمه ۳ مهره

انتخاب کرد که حداقل ۲ مهره سیاه باشد؟

جایگشت باتکرار

گاهی اوقات اشتباهی که باید از آنها استفاده کنیم تکراری است. مثلاً تعداد کلمات ۱۱ حرفی که با حروف کلمه $M ssi ssi ppi$ میتوان ساخت تحت تاثیر s و p تکراری این کلمه قرار میگیرد و حذف کلمات یکبار ایجاد شده سبب کاهش تعداد بدست آمده می شود.

بین تعداد اشتباه تکراری و تعداد کل جواب مثلث رابطه ای وجود دارد. فرض کنید m_1 شیء از نوع a_1 و m_2 شیء از نوع a_2 و الی آخر و m_k شیء از نوع a_k داریم که $m_1 + m_2 + \dots + m_k = n$. در اینصورت هرچیدن این n شیء را یک جایگشت باتکرار می نامیم. تعداد این جایگشت ها برابر است با:

$$\text{جایگشت باتکرار} = \frac{n!}{m_1! \times m_2! \times \dots \times m_k!}$$

مثال: با حروف کلمه success چند کلمه هفت حرفی مختلف میتوان نوشت.

میر مویک

نکته: مهمترین بخش این فصل اینست که با توجه به ماه خودتان بفهمید از کدامیک از اصول جمع، ضرب،

تبدیل و ترکیب باید استفاده کنید و این توانایی فقط با تمرین زیاد بدست می آید.

تهرینات جرس سوم

۱- یک فروشنده تنقلات در فروشگاه خود، پسته، بادام، گردو، تخمه کدو، تخمه ارپنج، نخودچی و کشمش دارد. از نظر او در یک آجیل حداقل پنج نوع از تنقلات فوق باید وجود داشته باشد. او با تنقلات موجود در فروشگاهش چند نوع آجیل می تواند درست کند؟

۲- یک اداره دارای ۱۸ عضو است. این اداره دارای ۱ رئیس، ۳ معاون، ۲ حیدار، ۶ کارشناس اداری، ۳ کارمند کارگزینی و ۳ کارشناس امور حقوقی است. این اداره ماهانه باید جله ای ۵ نفره جهت بررسی و تصویب آخرین طرح های پیشنهادی برگزار کند. به چند طریق این گروه ۵ نفره می تواند انتخاب شود، هرگاه:

الف) رئیس و دقیقاً یک کارشناس امور حقوقی در جله باشند؟

ب) رئیس و دقیقاً یک معاون و یک کارشناس امور حقوقی در جله باشند؟

پ) رئیس و دقیقاً یک معاون، یک حیدار و یک کارشناس امور حقوقی در جله باشند؟

۳- در یک کلاس تعدادی از دانش آموزان که همگی دارای شرایط علمی خوبی اند، داوطلب حضور در مباحثات علمی مدرسه هستند. معلم قصد دارد ۲ نفر را به تصادف انتخاب کند. او این دو نفر را به ۲۸ روش می تواند از بین داوطلبان انتخاب کند. تعداد داوطلبان چند نفر بوده است؟

۴- گل فروش در فروشگاه خود ۱۰ نوع گل مختلف دارد. او در هر دسته گل از ۳ تا ۵ شاخه گل متمایز قرار می دهد. او چند دسته گل مختلف می تواند درست کند؟

۵- یک نقاش قوطی های از ۴ رنگ قرمز، آبی، زرد و مشکی دارد. اگر او با ترکیب دو یا چند قوطی از رنگ های متمایز بتواند دقیقاً یک رنگ جدید به دست آورد، او چند رنگ می تواند داشته باشد؟ چرا با اینکه در کارهای هنری فقط از همین ۴ رنگ استفاده می شود، اما تعداد رنگ های حاصل بیشتر از جواب شماست؟

۶- هفت نقطه A, B, C, D, E, F, G روی محیط یک دایره قرار دارند. چند مثلث مختلف می توان کشید که رئوس آن از این هفت نقطه انتخاب شده باشند؟

۷- یک آشپزده نوع ادویه دارد. او با استفاده از هر ۳ تا از این ادویه ها یک طعم مخصوص درست می کند. این آشپز چند طعم می تواند درست کند هرگاه

(الف) هیچ محدودیتی در استفاده از ادویه ها نداشته باشد؟

(ب) دو نوع ادویه هستند که با هم نمی توانند استفاده شوند؟

(پ) سه ادویه هستند که نباید هر سه با هم استفاده شوند؟

(ت) ادویه ها به ۲ دسته ۵ تایی تقسیم می شوند که هیچ یک از ادویه های دسته اول با هیچ یک از ادویه های دسته دوم سازگاری ندارند؟

تست‌های کنکور:

۱- با ارقام ۹، ۷، ۵، ۳، ۱ چند عدد سه رقمی با شرط (رقم صدگان < رقم دهگان < رقم یکان) می‌توان نوشت؟ (ریاضی ۹۱)

۸ (۱) ۹ (۲) ۱۰ (۳) ۱۲ (۴)

۲- از بین ۵ دانش آموز تجربی و ۳ دانش آموز ریاضی به چند روش می‌توان سه نفر برای کار در یک آزمایشگاه انتخاب کرد، به طوری که حداقل دو نفر از آن‌ها دانش آموز تجربی باشد؟ (تجربی خارج ۹۰)

۲۵ (۱) ۳۰ (۲) ۳۵ (۳) ۴۰ (۴)

۳- از هر یک از ۸ مدرسه علاقمند ۶ نفر برای بازی تنیس ۴ نفری (۲ نفر در مقابل ۲ نفر) انتخاب شده‌اند. به چند روش این بازی ممکن است انجام شود به طوری که هر دو نفر هم یار به هم از یک مدرسه باشند؟ (ریاضی خارج ۹۲)

۴۲۰۰ (۱) ۵۴۰۰ (۲) ۵۶۰۰ (۳) ۶۳۰۰ (۴)

۴- از ۱۰ پرسش موجود به چند روش می‌توان ۸ پرسش را جهت پاسخگویی انتخاب کرد به شرط آنکه حداقل ۴ پرسش از ۵ پرسش اول انتخاب شود. (ریاضی ۸۹)

۲۵ (۱) ۳۲ (۲) ۳۰ (۳) ۳۵ (۴)

۵- چند زیرمجموعه از مجموعه $\{a, b, \{b, a\}, \{a, b\}\}$ عضو $\{a, b\}$ را ندارد؟ (ریاضی ۹۱)

۴ (۱) ۶ (۲) ۸ (۳) ۱۲ (۴)

۶- چند عدد سه رقمی وجود دارد که در آن‌ها هر یک از رقم‌های ۳ و ۶ حداقل یکبار تکرار شده باشند؟ (ریاضی ۸۸)

۵۴ (۱) ۵۲ (۲) ۴۸ (۳) ۵۶ (۴)

۷- با ارقام ۹۵۱ به چند روش می توان یک عدد پنج رقمی ساخت به طوری که درست دو رقم آن زوج باشد؟
(ریاضی ۹۴)

۳۵ (۴)

۳۰ (۳)

۳۲ (۲)

۲۵ (۱)

۸- از هر یک از مدارس A, B, C, D و E چهار نفر به اردوی دانش آموزی دعوت شده اند. به چند روش می توان سه دانش آموز که دو به دو غیر هم مدرسه باشند انتخاب کرد؟ (تجربیه ۹۲)

۶۴۰ (۴)

۴۸۰ (۳)

۳۲۰ (۲)

۱۶۰ (۱)

۹- از هر یک از ۶ منطقه شهری، ۱۵ دانش آموز به اردوگاه فرهنگی دعوت شده اند. به چند روش می توان ۳ دانش آموز از بین آنها (دو به دو غیر هم منطقه ای هتند) انتخاب کرد؟ (ریاضی ۹۲)

۷۶۵۰۰ (۴)

۷۵۶۰۰ (۳)

۶۷۵۰۰ (۲)

۵۷۶۰۰ (۱)

۱۰- با ارقام ۹۵۱ به چند روش می توان اعداد چهار رقمی ساخت به طوری که فقط یکی از ارقام آن زوج باشد؟
(ریاضی خارج ۹۴)

۹۶۰ (۴)

۷۸۰ (۳)

۷۲۰ (۲)

۶۴۰ (۱)

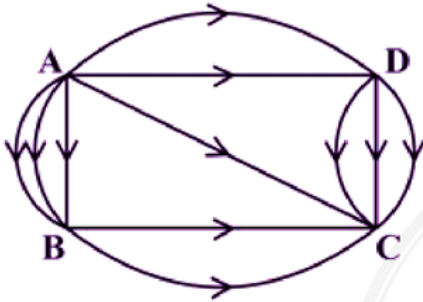


میر موید

۱ یک سالن آمفی‌تئاتر ۱۰ در دارد. به چند طریق می‌توان از یک در وارد سالن شد و از در دیگر خارج شد؟

- (۱) ۱۰۰
(۲) ۹۰
(۳) ۹
(۴) ۱۰

۲ باتوجه به شکل زیر، به چند طریق می‌توان از A به C رفت؟ (مسیرها یک‌طرفه هستند)



- (۱) ۳
(۲) ۱۲
(۳) ۱۳
(۴) ۳۶

۳ فردی در یک آزمون شامل ۱۰ سؤال ۵ گزینه‌ای و ۵ سؤال ۲ گزینه‌ای شرکت می‌کند. اگر بتواند سؤال‌ها را بدون جواب هم بگذارد، به‌طور تصادفی به چند طریق می‌تواند آزمون بدهد؟

- (۱) 35×6^{10}
(۲) 25×5^{10}
(۳) $10^6 \times 5^3$
(۴) $5^2 \times 10^5$

۴ حاصل عبارت زیر کدام است؟

$$\frac{12 \times (13! + 12!)}{13! - 12!}$$

- (۱) ۱۲
(۲) ۱۳
(۳) ۱۴
(۴) ۱۱

۵ در چند جایگشت از حروف کلمه *karaj*، بین حروف *k* و *r* دقیقاً یک حرف قرار دارد؟

- (۱) ۱۲
(۲) ۶
(۳) ۱۸
(۴) ۲۴

۶ در چند جایگشت از اعداد ۱, ۲, ۳, ۴, ۵, ۶ اگر ۲۵ دیده شود، ۳۶ دیده نخواهد شد؟

- (۱) ۹۶
(۲) ۱۱۴
(۳) ۶۹۶
(۴) ۶۰۰

۷ با حروف کلمه "پردیس" چند کلمه ۳ حرفی با حروف غیرتکراری می‌توان نوشت؟

- (۱) 4^3
(۲) 3^4
(۳) ۲۴
(۴) ۶۰

۸ از بین ۶ کتاب متمایز فیزیک و ۴ کتاب متمایز شیمی، به چند طریق می‌توان ۴ کتاب به فردی هدیه داد به طوری که حداقل ۳ کتاب فیزیک، در میان هدایا باشد؟

- (۱) ۸۰
(۲) ۹۵
(۳) ۱۰۰
(۴) ۱۴۰

۹ اگر ۳ سیب و ۴ پرتقال داشته باشیم و بخواهیم در طول هفت روز، روزی یکی از این میوه‌ها را مصرف کنیم، چند حالت مختلف ممکن است؟

- (۱) ۳۰
(۲) ۳۵
(۳) ۷۰
(۴) ۱۰۵

۱۰ ۷ نفر را به چند طریق می‌توان به یک تیم ۴ نفره و یک تیم ۳ نفره تقسیم کرد؟

- (۱) ۲۱
(۲) ۳۵
(۳) $(۳۵)^۲$
(۴) ۲۱۰

۱۱ چند عدد سه‌رقمی می‌توان نوشت که مجموع ارقام آن‌ها ۶ باشد؟ (تکرار ارقام مجاز است)

- (۱) ۱۸
(۲) ۲۰
(۳) ۲۱
(۴) ۲۴

۱۲ چند عدد چهاررقمی با ارقام متمایز و فرد، بزرگ‌تر از ۳۰۰۰ وجود دارد؟

- (۱) ۷۲
(۲) ۸۴
(۳) ۹۶
(۴) ۱۰۸

۱۳ حاصل $A = \frac{۸! + ۷!}{۸! - ۷!}$ کدام است؟

- (۱) ۱۵
(۲) $\frac{۹}{۷}$
(۳) ۶!
(۴) ۱۵!

۱۴ تعداد جایگشت‌های حروف کلمه SYSTEM به طوری که S ها کنار هم نباشند کدام است؟

- (۱) ۱۸۰
(۲) ۲۱۶
(۳) ۲۴۰
(۴) ۳۶۰

۱۵ با اعداد ۱، ۲، ۳، ۴ و ۵ چند عدد چهاررقمی می‌توان نوشت به طوری که در آن‌ها حداقل دو رقم مانند هم باشند؟

- (۱) ۶۲۵
(۲) ۵۰۵
(۳) ۱۲۰
(۴) ۶۰۵

۱۶ از هریک از ۶ منطقه کشوری ۱۵ دانش‌آموز به یک اردوگاه فرهنگی دعوت شده‌اند. به چند طریق می‌توان ۳ دانش‌آموز از بین آن‌ها که دو به دو غیر هم منطقه‌ای هستند انتخاب نمود؟

- (۱) ۵۷۶۰۰
(۲) ۶۷۵۰۰
(۳) ۷۵۶۰۰
(۴) ۷۶۵۰۰

۱۷

از بین ۵ دانش‌آموز تجربی و ۳ دانش‌آموز ریاضی، به چند طریق می‌توان ۳ نفر را برای کار در آزمایشگاه انتخاب کرد به طوری که لااقل ۲ نفر از آن‌ها دانش‌آموز تجربی باشند؟

- (۱) ۲۵
(۲) ۳۰
(۳) ۳۵
(۴) ۴۰

۱۸

در یک آپارتمان ۸ زوج زندگی می‌کنند. قرار است یک شورای ۶ نفره تشکیل شود. به چند طریق می‌توان این شورا را انتخاب کرد به طوری که فقط ۲ زوج زن و شوهر در شورا حضور داشته باشند؟

- (۱) ۱۶۸۰
(۲) ۸۰۰۸
(۳) ۴۰۰۴
(۴) ۱۸۴۸

۱۹

از هریک از ۳ کلاس پایه چهارم یک دبیرستان، ۲ دانش‌آموز انتخاب شده‌اند تا به همراه مدیر و مشاور پایه در جلسه‌ای شرکت کنند. اگر آن‌ها دور یک میز گرد بنشینند، در چند حالت مختلف ممکن است دو دانش‌آموز هر کلاس، کنار یکدیگر باشند؟

- (۱) ۱۲۰
(۲) ۱۴۴
(۳) ۱۸۰
(۴) ۱۹۲

۲۰

با ارقام ۰ و ۱ و ۲ و ۳ و ۴ و ۵ و بدون تکرار ارقام چند عدد زوج سه‌رقمی بزرگتر از ۴۰۰ می‌توان نوشت؟

- (۱) ۲۴
(۲) ۳۲
(۳) ۳۰
(۴) ۲۰



میرموید

پاسخ برگ تست

۱ ۲ ۳ ۴

۱ ۲ ۳ ۴

۱ ۲ ۳ ۴

۱ ۲ ۳ ۴

۱ ۲ ۳ ۴

۱ ۲ ۳ ۴

۱ ۲ ۳ ۴

۱ ۲ ۳ ۴

۱ ۲ ۳ ۴

۱ ۲ ۳ ۴

پاسخبرگ تست

۱ ۲ ۳ ۴

۱ ۲ ۳ ۴

۱ ۲ ۳ ۴

۱ ۲ ۳ ۴

۱ ۲ ۳ ۴

۱ ۲ ۳ ۴

۱ ۲ ۳ ۴

۱ ۲ ۳ ۴

۱ ۲ ۳ ۴

۱ ۲ ۳ ۴

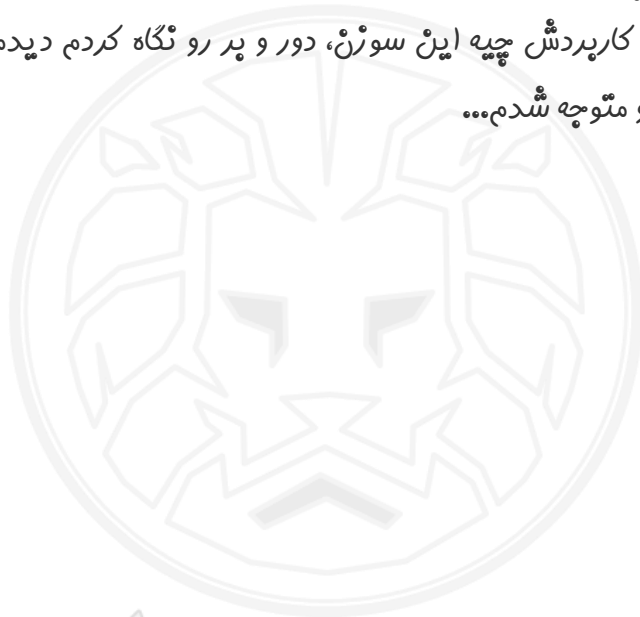
خاطره کنکوری...

پرا پار اول که کنکور شرکت کردم ، موقع ورود به سالن دیدم که به همه سوژن ته گرد میدن و به منم دادن، رفتم نشستم رو صندلی، آنقدر استرس داشتم که نگاه بغل دستیم نکردم و کارت امتحان رو تو چیپم گذاشتم و سوژن ته گرد دستم موند تا آخر کنکور،

اما این سوال تو ذهنم بود چرا این سوژن ته گرد کاربردی نداره، وقتی که بلند شدم خواستم پرگه رو تحویل بدم، گفتم سوال کنم ببینم کاربرکش چیه این سوژن، دور و پر رو نگاه کردم دیدم همه کارت امتحان به لباس زدن چرم، تازه کاربرکش رو متوجه شدم...

شما کاربرکشو بدوئید...

ادامه دارد...



میرموید