

فصل چهارم

مثلثات

❖ درس اول:

واحدهای اندازه گیری زاویه

❖ درس دوم:

روابط تکمیلی بین نسبت های مثلثاتی

❖ درس سوم:

توابع مثلثاتی

بارم فصل ۴:

شهریور ادی	نوبت دوم	نوبت اول
۳	۳	۲ (تاص ۷۶)

فصل ۴ درس ۱: واحدهای اندازه گیری زاویه

پیش نیازهای درس ۱:

- تشخیص زاویه مرکزی و کمان روبه روی آن
- شناخت واحد اندازه گیری درجه
- درک عدد π
- شناخت دایره مثلثاتی و جهت مثلثاتی

اهداف درس ۱:

- معرفی رادیان به عنوان واحد دیگری برای اندازه گیری زاویه و اهمیت آشنایی با این واحد
- رابطه بین طول کمان روبه روی یک زاویه مرکزی و اندازه یک زاویه بر حسب رادیان با توجه به شعاع
- رابطه بین واحدهای اندازه گیری درجه و رادیان

مثالت:

مثلثات روابط میان طول اضلاع و زاویه های مثلث را بررسی می کند.

دایره مثلثاتی:

دایره ای است به شعاع واحد و مرکز مبدا مختصات که جهت مثبت آن برخلاف گردش عقربه های ساعت است. به این جهت، جهت مثلثاتی می گوئیم.

واحد های اندازه گیری زاویه (درجه و رادیان):

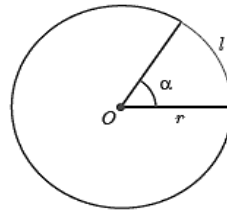
درجه: اگر محیط دایره ای را به ۳۶۰ کمان مساوی تقسیم کنیم، اندازه زاویه مرکزی روبه روبه هر کمان یک درجه است رادیان: یک رادیان برابر است با اندازه زاویه مرکزی که طول کمان روبه روی آن، برابر شعاع دایره باشد. بنابراین:

طول کمان روبه رو زاویه = اندازه یک زاویه بر حسب رادیان

شعاع دایره

$$\alpha = \frac{l}{r}$$

l , r هم واحدند



(تمرین ۴ ص ۷۶)

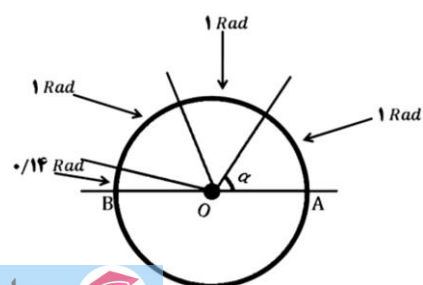
④ دایره ای به شعاع ۱۰ سانتی متر مفروض است. اندازه زاویه مرکزی مقابل به کمانی به طول ۸ سانتی متر از این دایره

چند رادیان است؟ حل:

$$\alpha = \frac{l}{r} = \frac{8}{10} \text{ رادیان}$$

✓ نکته: نسبت محیط هر دایره به قطر آن عددی ثابت است که آن را با π (عدد پی) نمایش می دهند مقدار تقریبی این عدد ۳/۱۴ است. بنابراین با توجه به شکل اندازه زاویه مرکزی مقابل به کمان نیم دایره

برابر است با: $\pi = 180^\circ$ رادیان



رابطه درجه و رادیان:

$$\frac{D}{180^\circ} = \frac{R}{\pi} \rightarrow \begin{cases} D \xrightarrow{\times \frac{\pi}{180}} R \\ R \xrightarrow{\times \frac{180}{\pi}} D \end{cases}$$

مثال:

الف) رادیان برابر با چند درجه است؟

ب) ادرجه برابر با چند رادیان است؟

(کاردرگلاسی ۱ و ۲ ص ۷۵)

① مطابق نمونه هریک از زاویه ها را از درجه به رادیان تبدیل کنید:

$$30^\circ \xrightarrow{\times \frac{\pi}{180}} \frac{\pi}{6} \quad 36^\circ \xrightarrow{\times \frac{\pi}{180}}$$

$$45^\circ \xrightarrow{\times \frac{\pi}{180}} \quad 60^\circ \xrightarrow{\times \frac{\pi}{180}}$$

$$90^\circ \xrightarrow{\times \frac{\pi}{180}} \quad 180^\circ \xrightarrow{\times \frac{\pi}{180}}$$

② کامل کنید.

D	5°		24°		120°	
R	$\frac{\pi}{36}$	$\frac{\pi}{7}$		$\frac{2\pi}{5}$		$\frac{2\pi}{5}$

تمرین ۱ و ۲ و ۳ و ۴ ص ۷۶: Homework:

① هر یک از زاویه های زیر را به رادیان تبدیل کنید، سپس روی دایره مثلثاتی بیابید.

$$315^\circ \xrightarrow{\times \frac{\pi}{180}} \quad 36^\circ \xrightarrow{\times \frac{\pi}{180}}$$

$$105^\circ \xrightarrow{\times \frac{\pi}{180}} \quad -12^\circ \xrightarrow{\times \frac{\pi}{180}} -\frac{\pi}{15}$$

$$72^\circ \xrightarrow{\times \frac{\pi}{180}} \quad 360^\circ \xrightarrow{\times \frac{\pi}{180}}$$

الف) اگر زاویه بین دو ساق مثلث متساوی الساقینی ۱ رادیان باشد، آنگاه اندازه قاعده این مثلث کوچک تر از اندازه هر یک از ساق های آن است.

ب) در دایره ای به شعاع ۱ سانتی متر طول کمان روبه روی زاویه π رادیان تقریباً برابر با $3/14$ سانتی متر است.

پ) انتهای کمان زاویه $\frac{6\pi}{5}$ رادیان در ربع دوم دایره مثلثاتی قرار دارد.

ت) زاویه های $\frac{2\pi}{3}$ ، $\frac{\pi}{9}$ ، $\frac{7\pi}{36}$ رادیان، زوایای یک مثلث را تشکیل می دهند.

کاربرد عملی از مفهوم رادیان:

(فعالیت ص ۷۶)

ایستگاه فضایی بین المللی را مطابق شکل مقابل در نظر بگیرید که در فاصله تقریبی ۴۰۰ کیلومتری بالای سطح کره زمین قرار دارد. اگر این ایستگاه توسط ایستگاه زمینی از نقطه A تا نقطه B که با مرکز زمین زاویه 45° می سازند، رصد شود، این ایستگاه چه مسافتی را در مدار خود از A' به B' پوشش می دهد؟ شعاع تقریبی کره زمین را ۶۴۰۰ کیلومتر فرض کنید. حل:

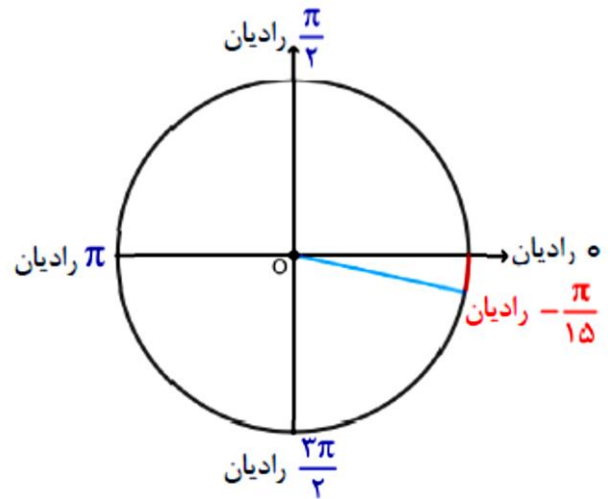
با استفاده از زاوی مرکزی 45° کمان $A'B'$ را می یابیم:

$$45^\circ \xrightarrow{\times \frac{\pi}{180}} \frac{\pi}{4}$$

$$\alpha = \frac{l}{r} \rightarrow \frac{\pi}{4} = \frac{A'B'}{\underbrace{6400 + 400}_{6800}}$$

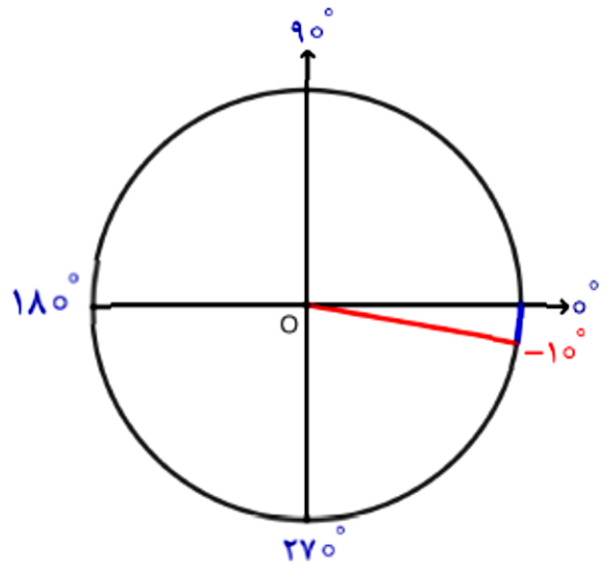
$$\frac{3}{14}$$

$$\rightarrow A'B' = \frac{6800 \pi}{4} = 5338 \text{ km}$$



② هر یک از زاویه های زیر را به درجه تبدیل کنید، سپس روی دایره مثلثاتی بیابید.

$$\begin{array}{l} \frac{\pi}{18} \xrightarrow{\times \frac{180}{\pi}} \rightarrow -10^\circ \\ \frac{7\pi}{8} \xrightarrow{\times \frac{180}{\pi}} \rightarrow \\ \frac{2\pi}{5} \xrightarrow{\times \frac{180}{\pi}} \rightarrow \\ \frac{3\pi}{4} \xrightarrow{\times \frac{180}{\pi}} \rightarrow \\ \frac{6\pi}{5} \xrightarrow{\times \frac{180}{\pi}} \rightarrow \\ \frac{7\pi}{5} \xrightarrow{\times \frac{180}{\pi}} \rightarrow \end{array}$$



③ زاویه D برابر با $\frac{\pi}{20}$ رادیان است. اندازه این زاویه چند درجه است؟

⑤ درستی یا نادرستی هر یک از جملات زیر را با ذکر دلیل بررسی کنید.