

بخش اول: خلاصه خالص از کل درس اکمار و دسازي

① تعاریف و حقیقتات (از ج پ ا ح)

- * مدل سازی: بیان سازه‌های ریاضی، مدل مناسب: ابتدای دساز و تقسیم به پدیده مورد نظر نزدیک
- * اندازه گیری: برای مدل سازی عدد در رقم لازم است و اندازه گیری از این کام برای رسیدن به اطلاعات عددی، قابل تغییر نیست و مقدار داده دارد.
- * خطای اندازه گیری: مقدار واقعی منهای مقدار اندازه گیری شده. $|E| < 1$ و از جملات E^2 به بالا فقط نظر کنیم چون ممکن!
- * جامعه اکمار: مجموعه ای از افراد یا اشیا که خواص در موردشون موضوع مطالعه کنیم. به تعداد اعضا این اندازه جامعه که متناهی است!
- * نمونه اکمار: بدلیل مشکلات سرشمارا در بررسی کل جامعه که خطای این شماره کنیم؛ زیرا مجموعه ای از جامعه است که ما نمی‌توانیم مطالعه خصوصاً
- * سرشمارا: اگر تمام اعضای جامعه رو مورد مطالعه قرار بدیم و نمونه گیری کنیم در واقع سرشمارا کردیم. اندازه جامعه = اندازه نمونه
- * مشکلات سرشمارا: بود در تن نبودن تمام اعضای جامعه، وقت گیر بودن، مقرون به صرفه نبودن، از بین رفتن بعضی از اعضا از آنجا که نمونه‌های دورتر هستند؛ امکان پذیر بودن آنها سبب حضور از جامعه، اعضا دارا شدن میان جهت انتخاب
- * روش که جمع کرده داده: استفاده از داده‌ها، پرسش یا مشاهده، مصاحبه، ثبت وقایع انجام گرفته‌اش. قبل از جمع‌گیری باید روش مورد سوال داشته
- * پرسشنامه: سازماندهی سؤالات، هدف، مهارت، سوالات واضح و ساده و کتب علمه ای عدم جمع‌گیری از اطلاعات، دستور العمل
- * متغیرهای تعریفی: به موضوع یا موضوعات مورد مطالعه مسئله و وزن در بحث دساز و ... که برود است کمی و کیفی تقسیم شده
- * متغیرهای کمی: قابل اندازه گیری \rightarrow بیوسیت: وزن، قد، طول، میزان آلودگی هوا، معدل \rightarrow متغیر
- * متغیرهای کیفی: قابل اندازه گیری نیستن \rightarrow اسل، گروه خونی، R_{44} ، رنگ مو، رنگ پوست، نوع آلودگی \rightarrow متغیر
- * اوسین‌ها! : دوسین نام جهت رسیدن به اطلاعات عددی از اندازه گیری، اوسین نام در بر روی جامعه داده‌ای، دسته بندی
- * مهم ترین بخش اکمار: محل نمونه گیری که باید به اندازه کافی بزرگ باشد و در جامعه کوچک باشد سرشمارا بجز
- * ادوهای اکمار: اگر چه بین نتایج دو نمونه گیری تعریف مناسب شده است. نتایج دو نمونه گیری هرگز دقیقاً مساوی نیستن
- * مطالعه متغیرها: در مطالعه متغیرها کما حد در اول فرادان بودن دسته بندی دلی اریوسیت، باشد این روش علمی نیست. داده‌ها باید
- * روش تعیین اعداد تعاضی: RAN روش مجلس قرار دادن نام در تعداد اعضای نمونه ضرب کنیم در اوسین برای اوسین

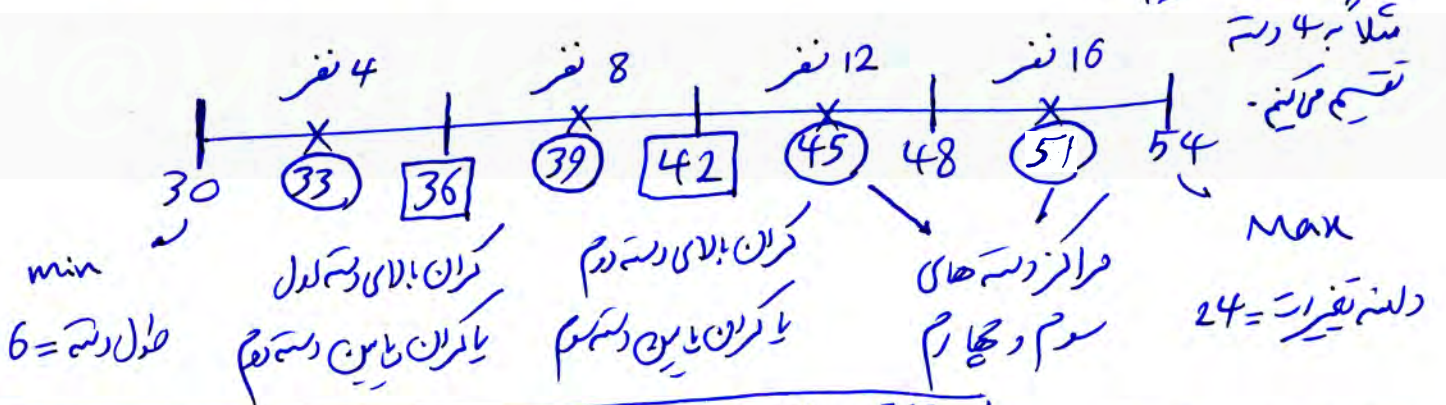
② دسته بندی داده ها و انواع فراداتی و نمودارهای آماری

اولاً برای حل سوالات دسته بندی کنیم. ابتدا نیاز داریم به حفظ اهرم فرودی نداریم. مثلاً هر کدام یک سوال ضرب وضع از دسته بندی داده ها برات حل کنه. بعد طبق فرودان تخصصی و تجربی توسط آقای خایسباف در تهران افتتاح شده!! در 40 روز رشد تخصصی از 30 تا 54 ساله در این طبقه انتقال زایل شده. بریم سراغ داده های مربوط به این زیرگروه عزیزان.

برگه

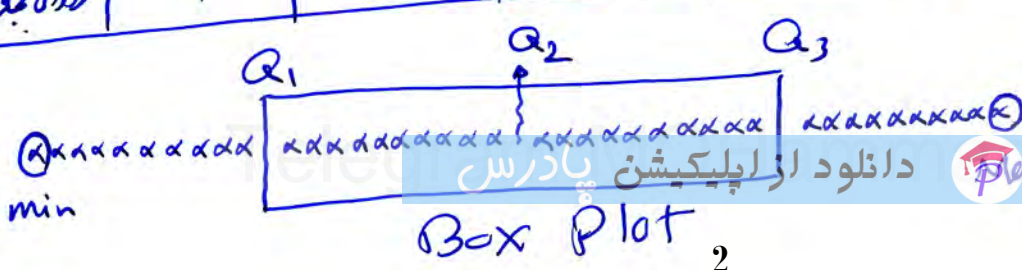
ساله														
3	0	1	2	5	6	7	7	8	8	8	9	9		
4	2	2	2	3	3	4	5	5	5	5	6	6	8	8
5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	2	3	4	4

* اولین قدم برای بررسی و کار آماری دسته بندی - پس 5 محور می کشیم :



محدوده	30-36	36-42	42-48	48-54
مرکز دسته	33	39	45	51
فرادان مطلق	4	8	12	16
فرادان نسبی	4/40	8/40	12/40	16/40
درصد	1/10	1/20	1/30	1/40
زاویه	36°	72°	108°	144°
فرادان نسبی	4	12	24	40

حالا به جدول فرودانی کامل براساس تنظیم می کنیم :

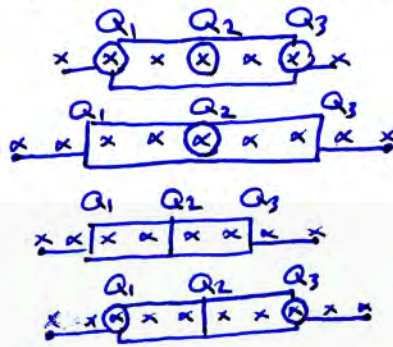
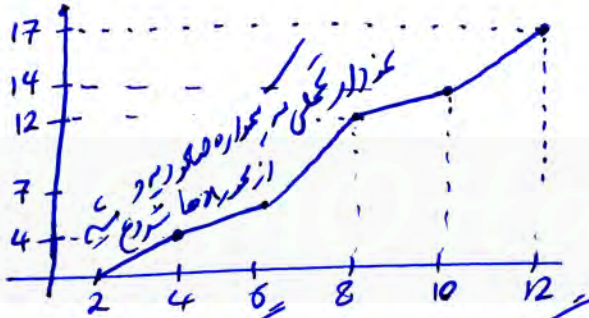


P.3

* آنکه توزیع سلیه ها در توصیفه ای به هم وصل نیست صید بر فراوانی است میاد روی کامل نیست

برای کامل شدن از مرکز دسته اول به اندازه طول دسته بعدی و از مرکز دسته آخر به اندازه طول دسته قبل در هم و مقدار صید بر سافته شده . با این تغییر سطح زیر منحنی بر دست خطی بهم برابرگاشن . یک مثال صید

حدود	2-4	4-6	6-8	8-10	10-12
وزن	3	5	7	9	11
فراوانی	4	3	5	2	3
تجمع	4	7	12	14	17



مقدار فرد : $\bar{x} = 7$
 مقدار زوج : $\bar{x} = 9$
 مقدار فرد : $\bar{x} = 8$
 مقدار زوج : $\bar{x} = 10$

③ شاخص های مرکزی :
 Mean ← میانگین
 Mode ← داده وسطی / موز
 Median ← میانگین زوج
 میانگین لاده وسطی

۱- روش میانگین حدس

برای داده هایی که فراوانی ندارند بهترین راه . لول یک عدد که تقریباً وسطه حدس می زنیم و به میانگین نزدیک است انتخاب کنیم . بعد انحرافات از لول عدد رو با هم جمع می کنیم و آخرت تقسیم بر تعداد .
 تعداد وزن منگین بفرهه بده و واحد

- 12, 15, 16, 18, 18, 19, 19, 19, 20, 20

شاخص می زنیم علامت صیده ؟ به 12 دره 7 تا 18, 19, 20 . بین عددش بیشتره بعه 18 بهر باشه

من حدس می زنم 18 ! لول 18 رو می نویسم و بعد لونه لونه از 18 کم می کنیم . به اعداد که بهر میاد

کامن انحراف از میانگین که از میانگین حدس درست باشه جمع لونا حتماً صفر باشه !

$$\begin{array}{r}
 12-18 \quad 15-18 \quad 16-18 \quad 18-18 \quad 19-18 \quad 20-18 \\
 \uparrow \quad \uparrow \quad \uparrow \quad \uparrow \quad \uparrow \quad \uparrow \\
 -6 \quad -3 \quad -2 \quad +0 \quad +0 \quad +1 \quad +1 \quad +2 \quad +2 \\
 18 + \frac{-6-3-2+0+0+1+1+2+2}{10} = 17.6
 \end{array}$$

در 17 هم حدس می زنم برافانه 6 . می شه ره همین عدد بهر بشود

2- روش میانگین جدولی

مقدار داده ها فرد و دلاله ها با از نیمه
 یا می از دو داده وسط کم می
 یا میانگین داده وسط

در آن جدول فردان به ما داده می شود در حالت وجود داده
 میانگین 18

	-12	-6	0	6	12
x_i	110	116	122	128	134
f_i	5	8	15	12	10

	-6	2	2	6
x_i	12	16	20	24
f_i	1	2	4	3

	-6	-3	0	3
x_i	12	15	18	21
$\% P_i$	15	30	25	30

مقدار داده وسط 122
 مستون اول را از پایین: 12×10 , 12×5
 مستون دوم را از پایین: 6×12 , 6×8
 مستون سوم را از پایین: 4×6 , 4×24

مقدار داده وسطی
 که چون از جدول از نیمه داده
 18 را به کم کردیم
 مستون اول را از پایین: 6×12
 مستون دوم را از پایین: 2×24

این دو عدد فردان از هم کم
 نیاز به تقسیم بر کل نیست
 در وقت نیند میانگین 15, 18, 21
 می شود 16.5 اولاً آنها - سانی
 که 18 تا از هم کم کنیم مستون دوم
 و اگر کاملاً فرسوده می شود و با هم هر دو

$$122 + \frac{60+24}{50} = 122 + \frac{84}{50}$$

$$= 122 + \frac{168}{100} = 122 + 1.68 = 123.68$$

$$\bar{X} = 18 + \frac{12+4}{10}$$

$$\bar{X} = 19.6$$

$$\bar{X} = 17.1 : -6 \times \frac{15}{100} - 0.9$$

3- روش میانگین ساده و برابری

اگر داده ها بر خلاف دوین نمودار ساده و برابری مستون اعشاری باشد صورت سوال به این موضع اشاره می کند
 دل از فرقی که تلفت یک - ده گانه. اگر این برای اعشاری دادن سال 84 بود. برای ما سه میانگین تو این

سال	8	9	10
بر	0 0 1 2 2 5 6 7	1 1 2 3 3 4 5 5	1 1 2 2

حالت یک - سه داده ها جدولی ساده و برابری جدا:
 مثلاً تو نمودار جدولی 8 تا 8, 8 تا 9, 9 تا 4 و 10 داریم

که در مجموع سه 64 + 72 + 40 یعنی 176. حالا وقتش که برگردیم به سوال 5 تا 10.1
 داریم همیشه 10.5, 5, 2.0 داریم از 11. روتا 0.3, 0.4 که لوگم می 11. 3 تا
 0.5 که می 1.5. اگر این هم به 0.6 ربه 0.7 که می 1.3 و جمع همه اعشاری 5.3 که در

$$\begin{array}{r} 181.3 \\ 180 \\ \hline 130 \\ 120 \end{array}$$

- 4) شاخص های پراکندگی
- 1- دامنه تغییرات (R) ← بردار از خود به چپ (م) و به راست (م) در P.5
 - 2- واریانس (σ^2) ← حوزۀ وسیع و آتشکال دراره!
 - 3- انحراف معیار (σ) ← به آتشکال دراره!
 - 4- ضریب تغییرات (CV) ← آتشکال دراره!!

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}}$$

روش تعیین واریانس: میانگین → کلاً هر شاخصی روی نمودار لول \bar{x} در حساب نمی آید. $(x_1 - \bar{x}) + \dots + (x_n - \bar{x})$

روش دوم: روزی در ده ها همکار میانگین
روش سوم: به بالای آن مجموع از طرف راست میانگین در چون صفر است بر اثر آن 2!
روش چهارم: تقسیم بر مقدار. اگر فردان داشتیم است هر انتر فردان است و اگر تقسیم بر کل!

اصول واریانس: 1- نمونه هم مجبوریم بتوانیم 2 بر روی هم بعد با معیار تغییرات نسبت به صفر می کنیم که در بعضی موارد
2- تقسیم بر میانگین می کنیم تا ضریب تغییرات! (ب) انحراف معیار

x_i	-2	-1	10	11	12
f_i	3	2	12	6	1

1, 2, 3, 4, 5

$$\sigma^2 = \frac{(1-3)^2 + (2-3)^2 + (4-3)^2 + (5-3)^2}{5} = 2$$

$$\bar{x} = 10 + \frac{-4 + 4}{24} = 10$$

$$\sigma = \sqrt{2} \rightarrow CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{\sqrt{2}}{10}$$

$$\sigma^2 = \frac{3(8-10)^2 + 2(9-10)^2 + 6(11-10)^2 + 1(12-10)^2}{24} = 1$$

* در مجموع مربعات یا مجموع مجزورات یا میانگین سافت دارد واریانس انحراف معیار است:

$$\sigma^2 = \frac{\text{مجموع مربعات}}{\text{تعداد}} - (\bar{x})^2 = \text{میانگین سافت}$$

5) اثر تغییرات بر شاخص

هر بلایی که بر سر داده که ببارد بر شاخص های مرکز هم می بارند یعنی همه داده که a برابر است با b جمع شدن میانگین و میان و در هم همین است ولی در همه! تابع σ^2 که تغییرات کم است فقط a برابر است σ^2 ؛ a^2 برابر است σ^2 ؛ a برابر CV هم برابر CV هم برابر CV است.

$$\text{ضریب تغییرات جدید به قدیم} = \frac{CV_{\text{new}}}{\frac{\sigma'}{\bar{x}'}}$$

P.1

بخش اول: خلاصه حاصل از کل مبحث کامپوزیشن و احتمال
(مرجع پ.1)

① مفاهیم اولیه لازم از کامپوزیشن

* فاکتوریل: تعدادات کنیم قرار گرفتن n شیء متمایز در یک صف، ریف $n!$ باشد.
 $1! = 1, 2! = 1 \times 2, 3! = 1 \times 2 \times 3, 4! = 1 \times 2 \times 3 \times 4, \dots$

* ترکیب: r از n $\binom{n}{r}$ یعنی انتخاب r شیء متمایز از بین n شیء دیگر که چون ترتیب در یک انتخاب کردن هم نیست تعداد ترکیبها بدون تعداد زیر مجموعه است. یعنی وقتی $\binom{n}{0}$ یعنی همتا $\binom{n}{1}$ یعنی تعداد زیر مجموعه های n عضو که از یک مجموعه n عضو که n عضو و وقتی $\binom{n}{n}$ یعنی تعداد زیر مجموعه های n عضو که n عضو $\binom{n}{n-1}$ و $\binom{n}{n}$ تعداد زیر مجموعه های $n-1$ عضو و $\binom{n}{0}$ هم

$$\binom{n}{0} \quad \binom{n}{1} \quad \dots \quad \binom{n}{n-1} \quad \binom{n}{n}$$

حالات در وسط صفر $\binom{n}{2}$ و $\binom{n}{3}$ و ...

$$\binom{n}{2} = \frac{n(n-1)}{2}, \quad \binom{n}{3} = \frac{n(n-1)(n-2)}{3!}, \quad \binom{n}{4} = \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)}{4!}$$

$$\binom{n}{r} = \binom{n}{n-r} \rightarrow \binom{7}{5} = \binom{7}{2}, \quad \binom{10}{7} = \binom{10}{3}, \dots$$

$$\binom{n}{r} + \binom{n}{r+1} = \binom{n+1}{r+1} \rightarrow \binom{8}{3} + \binom{8}{4} = \binom{9}{4}$$

کل ترکیبها برای یک مجموعه n عضو داشته کل زیر مجموعه ها: $\binom{n}{0} + \binom{n}{1} + \dots + \binom{n}{n} = 2^n$

تذکر: وقتی تعداد زیر مجموعه های شامل یک عضو مشخص را می خواستیم همیشه باید لون رو انتخاب شده بدو و شمارنداری!

P.2

* اصل ضرب و اصل جمع : این و لادن ← (X)

این یا لادن ← (+)

$(5) \times (4)$

مثال: بزین 5 تجربه، 4 راضی می خورم 3 نفر در انتخاب کنیم 2 تجربه دیگر راضی:

$(5) + (4)$

ما داریم تو این سائل حد لادن و حد اکثر داریم وارد کنیم:

1 ✓ - حد لادن 2 تجربه: یعنی یا دو تجربه دیا 3 تجربه: هر سه تجربه → $(5) + (4) \times (2)$

2 ✓ - حد اکثر 1 تجربه: یعنی یا یک تجربه و یا هیچی: هر سه راضی → $(5) \times (2) + (4)$

3 ✓ - حد لادن یک تجربه: چون حالتهاش ضعیف تر از حالتهاست از تقسیم تمام لایحه همیشگی: $n(A') = (5) \times (4) \times (3)$

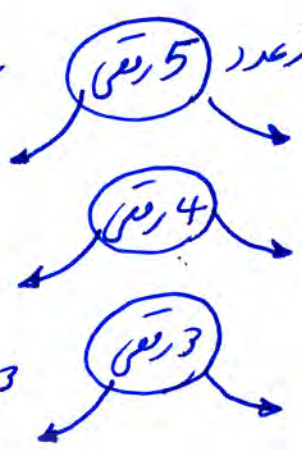
4 ✓ - حد اکثر 2 تجربه: چون حالتهاش ضعیف تر از تقسیم تمام همین هر سه تجربه: $n(A) = (5) \times (3) = 10$

بین همون نظریه در مورد حالتها 3 و 4 چون ضعیف تر از این میشد از تقسیم راضی را عرض از کل حالتها کم میکنیم.

* از نوع جایگشت: تقسیم n شیء متمایز به n حالت ممکن کندهم قرار بدین. حالاته
 رتبه یا ارقام یا لغز یا صوفی بخوان کندهم قرار بدین اونها رو به Box یا یک شیء در نظر
 میگیریم.

* جایگشت یک درمیان
 مقدار برابر: $m = n \Rightarrow m! \times n! \times 2$
 به تفاوت: $m = n + 1 \Rightarrow m! \times n!$

* با ارقام 5، 4، 3، 2، 1 چند عدد 5 رقمی
 $5! = 120$



$\frac{5!}{2! \cdot 3!} = 10$

همین 10

$(5) \times 3! = 10 \times 6 = 60$

3 صوفی 1 ، 2 صوفی 1 یا 2 صوفی 2 ، 2 صوفی 1 یا 2 صوفی 2 ، 2 صوفی 1 یا 2 صوفی 2

$\frac{122}{3! \cdot 2!} = (3)$ $\frac{112}{3! \cdot 2!} = (3)$

② تعریف احتمال و ایزام فضای نمونه ای

تعداد حالات مطلوب

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

فضای نمونه ای
یعنی کل نتایج ممکن در یک تجربه تصادفی

- ① تولید ایزام پرتاب سکه و تاس → ایزامی
- ② انتخاب ها → ترتیبی
- ③ حالت های کنونی بیم خریدن → جایشتی
- ④ سؤال عدد بازی در حالات مختلف → عددی

۱- فضا های ایسامی

اولاً بچه می خواد برنیاید در ایسام پسر بودن یا جفته ؟ $\frac{1}{2}$ و دختر بودن ؟ $\frac{1}{2}$. به این ایسام که
تویم جعبه 3 تا کیک داریم دو تا قرضی یکی برون $\frac{3}{5}$ و قرض بودن $\frac{2}{5}$.
حالاتی ضایم از این جعبه 2 تا کیک به صورت یک کیک یا یک کیک یا استوال خارج کنیم . احتمال اینکه
هر دو کیک $\frac{3}{5} \times \frac{2}{4}$ ؛ هر دو قرض ؛ $\frac{2}{5} \times \frac{1}{4}$ ؛ یکی کیک و یکی قرض ؛ $\frac{3}{5} \times \frac{2}{4}$
یکی قرض و یکی کیک ؛ $\frac{2}{5} \times \frac{3}{4}$ ؛ یکی قرض و یکی کیک ؛ $\frac{3}{5} \times \frac{2}{4} + \frac{2}{5} \times \frac{3}{4}$.
از این ایسام با جا بیداری بود فضا کاندیدی ایضاً تا به ترتیب می روند . مثلاً هر دو کیک کاشه ؛ $\frac{3}{5} \times \frac{3}{5}$!
نکنیم ایسام پسر بودن یعنی $\frac{1}{2}$ و دختر بودن هم همین . اگر ترتیب بچه ها دو خانواد معلوم باشه
از زمین روش بالا یعنی ضرب کرها ایسامی استقانه کنیم و ایسام معلوم نباشه مجبوریم بریم سراغ
فضای نمونه ای . مثلاً ما دو کیک خانواد ای سرفزنی با کلام ایسام فزنی لول دردم پسر و سولای قرض ؟!
جواب هاشه $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$ چون ترتیب ذکر شده و ایسام به دو کیک خانواد سرفزنی با کلام ایسام
دو فزنی پسر و یکی دختر هسنه مضموع فزنی کاشه . دیکه ترتیب هاش معلوم نیست پس باید از ترتیب استقانه
کنیم . دو تا پسر هیم (2) که هاشه 3 حالت . ضرب معلوم که لون کیم هم دختره دیکه . پس
کار ای با هاش فزنی . چون خانواد سرفزنی فضا نمونه ای
هاش $2^3 = 8$. $\frac{3}{8}$ مجاز فزنی پسر یا دختر ؛
دانلود از اپلیکیشن پادرس

$$P(A) = \frac{\binom{3}{2}}{2^3} = \frac{3}{8}$$

P.4

نکته ضمیمه ①: کلاً تو احتمال اگر در مورد موضوعی صحبتی نکردی یعنی انکار افغانی نیافاده مثلاً اگر تو جعبه 4 تا آبی و 3 تا قرمز داشته باشی احتمال این بودن 4/7 هست. حالا اگر بدون اینم دیره باشی 5 تا مهره از جعبه خارج کنیم باز هم احتمال اینه شش تا آبی باشه همین 4/7 هست.

نکته ضمیمه ②: الان بختون گفتیم که گفت می می می یا می در پی یا متوالی از ضرب که حالتان می کنیم و می که در بی موقع که در برداشته که زیاد بود و ترتیب هم ذکر نشده بود ما تو هم فرض کنیم که ما هم خارج شدن و از ترتیب استفاده کنیم.

سوال ①: در زمانیکه 6 مرش سالم و 4 دیابتی داریم. سه مرش بطور متوالی خارج می کنیم. باید نام احتمال

الف) هر سه سالم
ب) در سالم و یک دیابتی
ج) اول در دو سالم و بعدی دیابتی

$$\frac{6}{10} \times \frac{5}{9} \times \frac{4}{8}$$

$$\frac{\binom{6}{2} \binom{4}{1}}{\binom{10}{3}}$$

سوال ②: در یک خانواده 4 فرزند می باشد احتمال؟

الف) 3 فرزند اول پس

ب) فقط 3 فرزند اول پس

$$\frac{\binom{4}{3}}{2^4} = \frac{4}{16} = \frac{1}{4}$$

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$$

سوال ③: در ترتیب دو سکه باید نام احتمال

الف) دو رو

ب) صد تکی دو رو

$$\frac{\binom{2}{2}}{2^2} = \frac{1}{4}$$

$$\frac{\binom{2}{2} + \binom{2}{1}}{2^2} = \frac{1+2}{4} = \frac{3}{4}$$

ج) هیچ صد تکی و هیچ صد تکی

$$P(A) = \frac{\binom{3}{0}}{2^3} = \frac{1}{8} \Rightarrow P(A) = \frac{7}{8}$$

سوال ④: سکه ای را آنقدر پرتاب می کنیم تا چهارمین رو ظاهر شود. باید نام احتمال در 7 پرتاب بر این نتیجه می رسم؟

یعنی در 6 پرتاب اول 3 بار رو و 3 بار پرتاب هفتم به چهارمین رو

$$\frac{\binom{6}{3}}{2^6} \times \left(\frac{1}{2}\right)$$

دانلود از اپلیکیشن

Free

2- فضاهای ترکیبی

هر وقت بحث انتخاب کردن بین لذت‌های کمی؛ مطرح بود ترکیب که همه ذکر شده بود تو خارج کسر احتمال می‌دادی سرخ ترکیب.

سوال 1: در ظرف 5 مهره با شماره‌های 1 تا 5 داریم. دو مهره با هم بیرون می‌آوریم با کدام احتمال؟

الف) مجموع زوج	ب) مجموع فرد	ج) مجموع کمتر از 5
$\frac{\binom{2}{2} + \binom{3}{2}}{\binom{5}{2}}$	$\frac{\binom{2}{1} \times \binom{3}{1}}{\binom{5}{2}}$	$\frac{2}{\binom{5}{2}} = \frac{2}{10}$

دسته‌های مجبوریم حتماً دو داشته‌ها بگیریم:

تذکره: مجموع سه عدد $\left\{ \begin{array}{l} \text{دو مهره سرخ} \\ \text{یا دو مهره زرد} \end{array} \right\}$ جمع زوج \leftarrow جمع زوج
 $\left\{ \begin{array}{l} \text{دو مهره سرخ} \\ \text{یا یک مهره زرد} \end{array} \right\}$ جمع فرد \leftarrow جمع فرد

3- فضاهای جایگشتی

در مسائل طعم سازی عدد سازی این حالت‌ها بسیار رایج است و بحث کنار هم قرار گرفتن بسیار مهمه. اگر بتواند از این قسمت سوال بیاریم حتماً جایگشت با هم در هم داریم.

تذکره: اگر 4 پسر و 3 دختر داشته باشیم \rightarrow هیچ در پسرها کنار هم نباشد: $4! \times 3!$
 پسر 4! جایگشت فرقی فرقی \rightarrow هیچ دو دختری کنار هم نباشد: $3! \times \binom{5}{3}$
 $0b0b0b0b0$

4- فضاهای عددی

در مسائل عدد سازی بحث مفروضه گفته که اگر عضو بیشتر جامعه بود لازم حالتهای شامل صفر رو جدا کنیم. مثلاً در زوج بودن و گسلی‌ها بر 5 چنین حالتی بسیار البته مهمه به طایر زوج بودن در $\binom{p}{k}$ اختلافه اینم و پلیکیشن یادرس

③ اعمال بریت‌ها و ریتم‌های مستقل

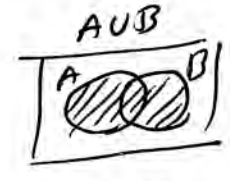
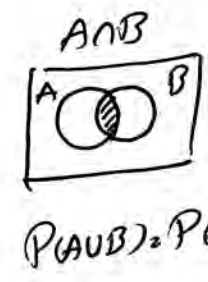
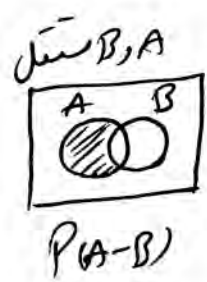
اول از همه باید بدوین دریت‌ها مستقل تعریف کنیم این‌که ربطی بین برداشته شدن هر دو نوع می‌تواند بر روی یکدیگر نداشته باشد. در این حالت

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$$

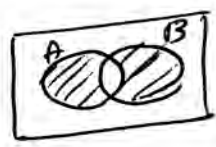
$$P(A - B) = P(A) - P(A \cap B)$$

$$= P(A) - P(A)P(B) = P(A)(1 - P(B))$$

$$= P(A) \cdot P(B') = P(A \cap B')$$



$(A - B) \cup (B - A)$
or
 $P(A \cup B) - P(A \cap B)$



$P(A \cap B) = 0$ ← نیاز به A و B →

نکته مهم: نحوه تشخیص استقلال ریتم‌ها
یا با توجه به هر ربط بودن ریتم‌ها از صورت مسئله
یا با محاسبه $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$
تولدها، برت‌ها، برداشته شدن ریتم‌ها، یا ربطی بین مستقل از نگاه روایات غیر از
صورت مسئله این موضوع را تشخیص دارد. مثل مثال زیر:
مثال: دو تاس را با هم برت‌ها کنیم. برت‌ها A, B, C رو تعریف می‌کنیم:

$A =$ عدد تاس اول 4 ، $B =$ عدد تاس اول 5 ، $C =$ مجموع تاس 7

$\{(4,1), \dots, (4,6)\}$ ، $\{(5,1), \dots, (5,6)\}$ ، $\{(1,6), (2,5), (3,4), (4,3), (5,2), (6,1)\}$

$P(A) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$ ، $P(B) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$ ، $P(C) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$

$A \cap B = \emptyset \Rightarrow$ نیاز به A و B

$A \cap C = \{(4,3)\} \rightarrow P(A \cap C) = \frac{1}{36} = P(A) \times P(C) \Rightarrow$ مستقل A, C

$B \cap C = \{(5,2)\} \rightarrow P(B \cap C) = \frac{1}{36} = P(B) \times P(C) \Rightarrow$ مستقل B, C

حالات ریتم D در تاس $\{(5,6), (6,5)\} \rightarrow P(D) = \frac{2}{36}$ داریم:

$P(A \cap D) = 0$ ، $P(B \cap D) = \frac{1}{36} = P(B) \times P(D)$ → $B \cap D = \{(5,6)\}$

شروط استقاره
 ۱۱ یا مدد مستعمل باش
 ۱۲ جاشدن معلم باش

* فرشته سحر علی دوت غزیم درجه پنجم بازمین تیم فوتبال استلال از هر ۵ شوت که در فاصله ۳۵ متری دروازه پرسید پس به سمت دروازه شلیک میکنه ۴ تا شوت میزنه

پس احتمال پیروزی دارانش فرشته $\frac{4}{5}$ یا $\frac{8}{10}$ یا ۸۰ درصد. حالا فراره ۳ تا شوت بزنه

الف) هر شوت شش $\frac{8}{10} \times \frac{8}{10} \times \frac{8}{10}$
 ب) دو تا گل اول شش $\frac{8}{10} \times \frac{8}{10}$
 ج) فقط دو تا گل اول شش $\frac{8}{10} \times \frac{8}{10} \times \frac{2}{10}$
 د) در شش شش $\frac{2}{10} \times \left(\frac{8}{10}\right)^2 \times \frac{2}{10}$

و حالا سوال مهم: دانش علی آنگاه که سفید بیان به فرشته سر تا فرشته فرشته میزنه تا به گل بزنه

$$P(A) = \frac{8}{10} + \frac{2}{10} \times \frac{8}{10} + \frac{2}{10} \times \frac{2}{10} \times \frac{8}{10}$$

* محتر بود به جای این کارا از تقسیم میزنیم در احتمال گل شدن هیچکدوم از تری ها در کاسه دواز
 یک کاسه میزنیم:

$$P(A') = \frac{2}{10} \times \frac{2}{10} \times \frac{2}{10} = \frac{8}{1000} \Rightarrow P(A) = 0.992$$

مثال: آنگاه یان روحانی، مجامیری، هاشمی طباطبائی، میر سلیم، رئیس و قالیباز کاندید اهلای دوازدهمین دوره انتخابات ریاست جمهوری در کشور عزیزمون هستن. با کلام (معمال) ...

ج) هیچ در نفری در یک ماه سولدند ده ماه شسته.

$$\frac{12}{12} \times \frac{11}{12} \times \frac{10}{12} \times \frac{9}{12} \times \frac{8}{12} \times \frac{7}{12} = \frac{P(12,6)}{12^6} = \frac{P(11,5)}{12^5}$$

الف) همه تیری $\left(\frac{1}{12}\right)^6$
 ب) همه در یک ماه $12 \left(\frac{1}{12}\right)^6 = \left(\frac{1}{12}\right)^5$
 استلال $\left(\frac{1}{12}\right)^6 + \dots + \left(\frac{1}{12}\right)^6$
 $\frac{1}{12} \times \frac{1}{12} \times \dots \times \frac{1}{12}$

هر وقت از آخر به سمت لول ضرب میزنیم و به بر نمائیم:

$$6 \times 5 \times 4 = P(6,3), \quad 10 \times 9 \times 8 \times 7 = P(10,4)$$

مسائل تانس و احتمال شرطی و متغیر تصادفی

پرتاب دو تاس از هم جداگانه. فضای نمونه این $6^2 = 36$ است. متغیر تصادفی حاصله: حاصله

① سطر بردنهای نمونه ای

- $(1,1), (1,2), \dots, (1,6)$
- $(2,1), \dots, (2,6)$
- $(3,1), \dots, (3,6)$
- $(4,1), \dots, (4,6)$
- $(5,1), \dots, (5,6)$
- $(6,1), \dots, (6,6)$

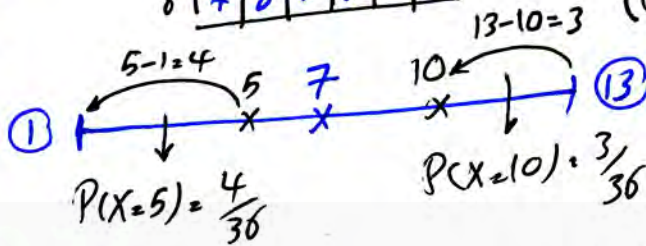
② سطر بر جدول مجموع

	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

③ سطر جدولی از جدول

	1	2	3	4	5	6
1	1	2	3	4	5	6
2	2	4	6	8	10	12
3	3	6	9	12	15	18
4	4	8	12	16	20	24
5	5	10	15	20	25	30
6	6	12	18	24	30	36

اگر X رو تعریف کنیم



مجموع رو تانس داریم:

به این تانس جدول توزیع احتمال که جمع احتمالات همیشه یک است!

X	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$P(X)$	$\frac{1}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{6}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{1}{36}$

مسئله: با کدام احتمال حاصله در تانس 5: رو 5 و ستون 5 منتهی می شود؟
 5: رو 3 و ستون 6: $24 - 4 = 20$

احتمال شرطی

بدون درس قبلیه! با این تفاوت که فضای نمونه ای تغییر می کنه. به عنوان مثال در همین پرتاب دو تاس احتمال داره سوال شرطی مطرح بشه به این شکل:

مسئله ①: دو تاس را با هم پرتاب می کنیم. اگر مجموع 7 باشد با کدام احتمال یکی از آنها 5 است؟

و در صورت سوال هر مجموع 7 یعنی داریم: $\{(1,6), (2,5), (3,4), (4,3), (5,2), (6,1)\}$
 پس جواب داشته $\frac{2}{6}$ یا $\frac{1}{3}$

مسئله ②: در یک خانواده 4 فرزند فرزند اول پسر است. با کدام احتمال این خانواده در آن 3 دختر است؟

دانش آموز: اگر اولی پسر باشه، بقیه می تونه هر چیزی باشه.
 که احتمال هر یه پسر یا دختر $\frac{1}{2}$ است.
 $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$

P.9

سوال 3: در یک خانواده 4 فرزند یکی از فرزندان پسر است. بابت ام احتمال این خانواده

در راه 3 دختر است؟ اینجاست هم میگویم که نه. فقط فضای نمونه ای 4 فرزند از 16 حالت به 15 حالت تقلیل پیدا می کند چون حالت هر 4 فرزند دختر حذف می شود.

$$S_{\text{new}} = \{ (bbbb), (bbbg), (bbgg), (bggg) \}$$

$$P(A) = \frac{4}{15}$$

$$\binom{4}{3} = 4$$

تذکره: البته احتمال شرطی را در بعضی موارد که از صورت سوال روابط بین پسران دارد در نظر باید داشت استفا کنیم در غیر این صورت نیازی به این کار نیست

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

$\Rightarrow P(A|B) = P(A)$ متساوی A, B
 $\Rightarrow P(A|B) = 0$ نامساوی A, B
 می کنیم احتمال A بر شرط B

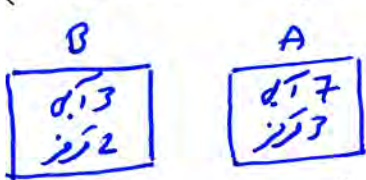
5 احتمال کل

غیر احتمال تولد به احتمال پسر - بچه ها حواد بین بیاید. سرع کاس یا پسر یا دختر. هر کدام به احتمال $\frac{1}{2}$. حالا که اگر پسر باشد احتمال بیمار بودنش 30٪ درگاه دختر باشد 10٪. بابت ام احتمال

این بچه سالمه؟! شما کاس یا پسر سالم و یا دختر سالم

$$\frac{1}{2} \times \frac{70}{100} = 35\%$$

$$\frac{1}{2} \times \frac{90}{100} = 45\%$$



سوال مهم: دو صبیبه داریم

مدل اول: از هر صبیبه نمره ای خارج می کنیم. بابت ام احتمال A: اگر B: فرزند؟ $\frac{7}{10} \times \frac{2}{5} = \frac{28}{100}$

مدل دوم: از هر صبیبه نمره ای خارج می کنیم. بابت ام احتمال A: اگر B: فرزند؟ $\frac{7}{10} \times \frac{2}{5} + \frac{3}{10} \times \frac{3}{5} = \frac{46}{100}$

$$\frac{\binom{7}{2}}{\binom{10}{2}} \times \frac{\binom{3}{2}}{\binom{5}{2}}$$

مدل سوم: از هر صبیبه 2 نمره خارج می کنیم. بابت ام
 احتمال در نهایت 2 نمره از هر صبیبه که 10٪

P.10

حل چهارم: یکی از جعبه‌ها را به تعداد انتخاب و مهره‌های خارج می‌کنیم. باید اطمینان حاصل کنیم؟

$$A \searrow \frac{1}{2} \times \frac{7}{10} = \frac{7}{20} \quad \oplus \Rightarrow \frac{13}{20} = 0.65$$

$$B \swarrow \frac{1}{2} \times \frac{3}{5} = \frac{3}{10} = \frac{6}{20}$$

حل پنجم: یکی از جعبه‌ها را به تعداد انتخاب کرده و مهره‌های انتخاب می‌کنیم. باید اطمینان حاصل کرده‌ایم؟

$$A \searrow \frac{1}{2} \times \frac{\binom{7}{2}}{\binom{10}{2}} = \dots \rightarrow \text{جمع می‌کنیم}$$

$$B \swarrow \frac{1}{2} \times \frac{\binom{3}{2}}{\binom{5}{2}} = \dots$$

* تذکر: اگر سه تا جعبه بود
برگرددیم یک بار محاسبه
و در احتمال خودش ضرب می‌شد!

حل ششم: یک مهره از A خارج و به B می‌انزایم. حال از B مهره‌ای خارج می‌کنیم. باید اطمینان حاصل کنیم؟

$$A \text{ مهره از } A \rightarrow \begin{matrix} B_{\text{new}} \\ 2 & 4 \\ 2 & 4 \end{matrix} \times \frac{4}{6} = \frac{28}{60} \quad \oplus \quad \frac{37}{60}$$

$$B \text{ مهره از } B \rightarrow \begin{matrix} B_{\text{new}} \\ 3 & 3 \\ 3 & 3 \end{matrix} \times \frac{3}{6} = \frac{9}{60}$$

حل هفتم: در مهره از A، یک مهره از B برداشته و ظرف C انقضای دو سیس مهره‌ها از C خارج می‌کنیم. احتمال آن چقدر است؟

روش اول:

$$A \text{ از } C = \frac{2}{3} \times \frac{7}{10} = \frac{14}{30} \quad \oplus \quad \frac{20}{30} = \frac{2}{3}$$

$$B \text{ از } C = \frac{1}{3} \times \frac{3}{5} = \frac{6}{30}$$

از مجموع اول هم می‌توانستیم دو ظرف را با هم جمع کنیم که می‌شود 10 تا آبی و 5 تا قرمز یعنی 15 تا مهره که چون 15 تا آبی است احتمال آن چقدر است؟ $\frac{10}{15}$ = $\frac{2}{3}$ = $\frac{2}{3}$ می‌شود!

6 توزیع در جعبه‌ها

می‌خواهم در مورد حالت «د» تمشای قرشید بهات صحبت کنم. جایزه پرسیم باید اطمینان داشته‌ایم که کل داشته؟! سوال مطرح شده تر ذهن توانسته که دم 2 تا؟! جوابی:

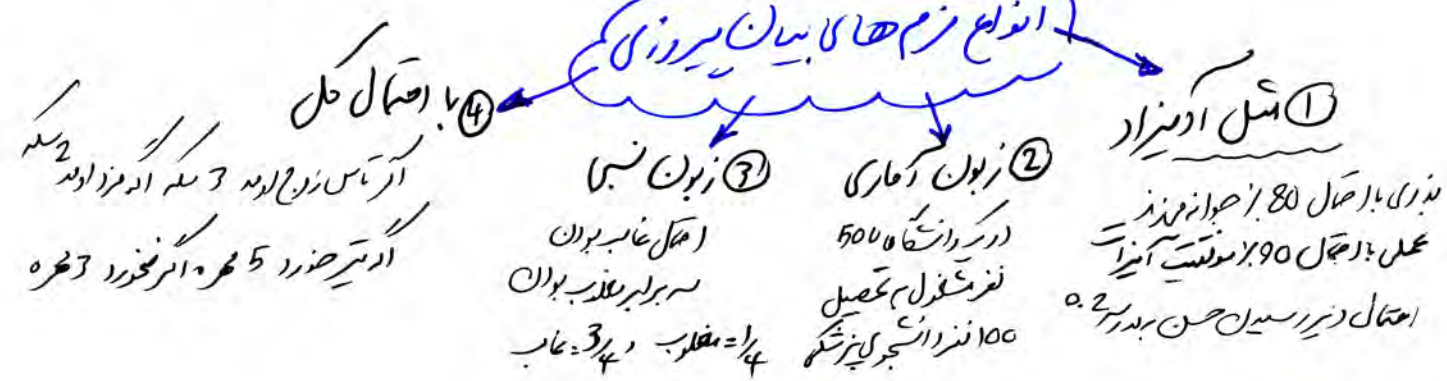
2 تا از 3 تا یعنی (2P) دانلود از آپلیکیشن در گوگل پلی استور
 $p = 9$ پسند
 $9 > 9$ بیشتر

P. 11

سوال 1: 140 عدل یکن گنده R_H خون سفید از با کدام احتمال در یک خانواده 3 فرزند

$$P_{RH^-} = \text{مادر سفید} \times \text{پدر سفید} = 140 \times 140 = 16 \Rightarrow P_{RH^+} = 184$$

الف) 2 فرزند اول سفید با احتمال 16/100
ب) فقط دو فرزند اول سفید با احتمال 16/100 × 16/100 × 84/100
ج) دو فرزند سفید با احتمال 16/100 × 16/100 × 84/100 × 2



سوال 2: از جعبه‌ای شامل 7 مهره یکی در دوز بطور متوالی 5 مهره خارج کنیم.

با کدام احتمال - الف) 3 تاش آبی؟! - اولاً این دو تا فرقی ندارند. ثانیا چون گفته متوالی یعنی بدون جایگزینی از این تهر برداشت و قضا که نمودن آن تعیین کننده در توزیع در جمله است. و لا حول و لا قوة الا بالله ذکر شده ما کنیم فرض کنیم که با هم خارج می‌شوند و یک تاش

$$\frac{\binom{7}{3} \binom{2}{2}}{\binom{9}{5}}$$

ج) اگر این آزمائش را با جایگزینی انجام دهیم با کدام احتمال 3 مهره یکی خارج می‌شود؟
تو این حالت چون آزمائش با جایگزینی و هر دفعه مهره خارج شده به جعبه برمی‌گردد شرایط آزمائش در هر برداشت می‌شود و ما تو نیم از سیروزی است استفاده کنیم.
تو این مشکل سیروزی یعنی آبی بودن 7/9 و سفت یعنی فریب بودن 2/9!

تعداد آزمائش 5 باره (چون 5 مهره خارج می‌شود) و انتظار داریم یعنی 3 بار سیروزی

$$\binom{9}{2}^3 \left(\frac{7}{9}\right)^3 \left(\frac{2}{9}\right)^2 = \binom{5}{3} \binom{7}{9}^3 \binom{2}{9}^2$$