

فصل ۲ درس ۳: اعمال بر روی توابع

اهداف درس ۳:

- آشنایی با تعیین دامنه در اعمال میان توابع؛
- آشنایی با اعمال میان توابع به کمک ضابطه توابع؛
- آشنایی با اعمال میان توابع به کمک زوج مرتب ها و رسم نمودار آنها؛

اعمال جبری روی توابع (جمع، تفریق، ضرب و تقسیم):

اگر f, g به ترتیب دو تابع با دامنه های D_f, D_g باشند، در این صورت جمع، تفریق، ضرب و تقسیم آنها را به صورت زیر تعریف می کنیم.

تابع	ضابطه	دامنه
$f + g$	$(f + g)(x)$	$D_f \cap D_g$
$f - g$	$(f - g)(x)$	$D_f \cap D_g$
$f \times g$	$(f \times g)(x)$	$D_f \cap D_g$
$\frac{f}{g}$	$\left(\frac{f}{g}\right)(x)$	$D_f \cap D_g - \{x / g(x) = 0\}$

- ✓ نکته: همواره دامنه را قبل از ساده کردن ضابطه آن محاسبه می کنیم
- ✓ جمع و تفریق دو تابع خطی، تابعی خطی است
- ✓ ضرب دو تابع خطی، تابعی سهمی است
- ✓ تقسیم دو تابع خطی، تابعی گویا است

۱) اعمال جبری روی نمودار جبری توابع:

(فعالیت ص ۴۹ و گاردردر کلاسی ص ۵۰)

اگر $f(x) = x^2 - 1$ و $g(x) = x + 1$ باشد ضابطه توابع

$$(f + g), (f - g), (g - f), (f \times g), \left(\frac{f}{g}\right), \left(\frac{g}{f}\right)$$

را به دست آورید.

$$\left. \begin{array}{l} D_f = R \\ D_g = R \end{array} \right\} \xrightarrow{\cap} R \quad \square \text{حل:}$$

$$D_{f+g} = R$$

$$f + g = x^2 - 1 - x - 1 = x^2 - x - 2$$

$$D_{f-g} = R$$

$$f - g = x^2 - 1 - x - 1 = x^2 - x - 2$$

$$D_{g-f} = R$$

$$g - f = x + 1 - x^2 + 1 = -x^2 + x + 2$$

$$D_{f \times g} = R$$

$$f \times g = (x^2 - 1) \times (x + 1) = x^3 + x^2 - x - 1$$

$$D_{\frac{f}{g}} = R - \{-1\}$$

$$\frac{f}{g} = \frac{x^2 - 1}{x + 1} = \frac{(x + 1)(x - 1)}{x + 1} = x - 1$$

$$\downarrow$$

$$x + 1 = 0 \rightarrow x = -1$$

$$D_{\frac{g}{f}} = R - \{\pm 1\}$$

$$\frac{g}{f} = \frac{x + 1}{x^2 - 1} = \frac{x + 1}{(x + 1)(x - 1)} = \frac{1}{x - 1}$$

$$\downarrow$$

$$x^2 - 1 = 0 \rightarrow x^2 = 1 \rightarrow x = \pm 1$$

$$D_{f-g} = \{3, 7\}$$

$$f - g = \left\{ \left(3, \underbrace{5 - (-1)}_6 \right), \left(7, \underbrace{-1 - 2}_{-3} \right) \right\}$$

$$D_{g-f} = \{3, 7\}$$

$$g - f = \left\{ \left(3, \underbrace{-1 - 5}_{-6} \right), \left(7, \underbrace{2 - (-1)}_3 \right) \right\}$$

$$D_{f \times g} = \{3, 7\}$$

$$f \times g = \left\{ \left(3, \underbrace{5 \times (-1)}_{-5} \right), \left(7, \underbrace{-1 \times 2}_{-2} \right) \right\}$$

$$D_{\frac{f}{g}} = \{3, 7\}$$

$$\frac{f}{g} = \left\{ \left(3, \frac{5}{-1} \right), \left(7, \frac{-1}{2} \right) \right\}$$

$$D_{\frac{f}{g}} = \{3, 7\}$$

$$\frac{f}{g} = \left\{ \left(3, \frac{-1}{5} \right), \left(7, \frac{2}{-1} \right) \right\}$$

① برای دو تابع $g(x) = x - 1$ و $f(x) = x + 1$

جدول داده شده ی زیر را کامل کنید.

تابع	ضابطه	دامنه
$f + g$		
$\bullet (f + g)(2)$		
$f - g$		
$f \times g$		
$\frac{f}{g}$		

• برای به دست آوردن مقدار تابع ابتدا در ضابطه تابع f, g به جای x مقدار مورد نظر را نوشته و حاصل را می یابیم سپس اعمال جبری بر روی توابع را محاسبه می کنیم

۲) اعمال جبری روی زوج مرتب تولید: (مثال ص ۴۸)

دامنه و ضابطه حاصل جمع، ضرب، تقسیم و تفریق دو تابع داده شده را بیابید.

$$f = \left\{ (1, 2), (-3, 4), (3, 5), (7, -1) \right\}$$

$$g = \left\{ (2, 1), (3, -1), (7, 2) \right\}$$

✓ حل: ابتدا دامنه هر تابع سپس اشتراک آنها را نوشته و

اعمال جبری را روی مولفه دوم (y) انجام می دهیم

$$\left. \begin{aligned} D_f &= \{1, -3, 3, 7\} \\ D_g &= \{2, 3, 7\} \end{aligned} \right\} \xrightarrow{\cap} \{3, 7\}$$

$$D_{f+g} = \{3, 7\}$$

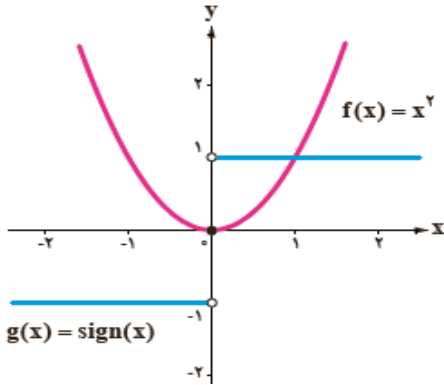
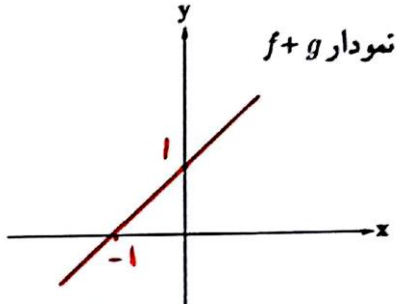
$$f + g = \left\{ \left(3, \underbrace{5 + (-1)}_4 \right), \left(7, \underbrace{-1 + 2}_1 \right) \right\}$$

(کار و کلاسی ص ۵۰)

دامنه و ضابطه حاصل جمع، ضرب، تقسیم و تفریق دو تابع داده شده را بیابید.

$$f = \{(2, 0), (4, -1), (-1, 3)\}$$

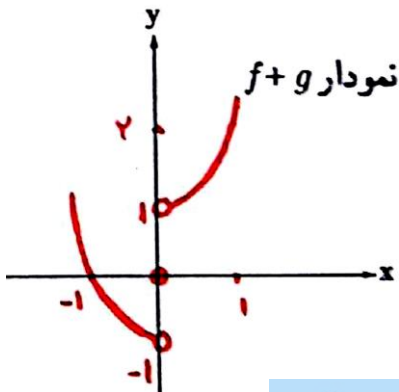
$$g = \{(2, 5), (3, -1), (-1, 2)\}$$



☑ حل:

$$f + g = x^2 + \begin{cases} 1 & x > 0 \\ 0 & x = 0 \\ -1 & x < 0 \end{cases}$$

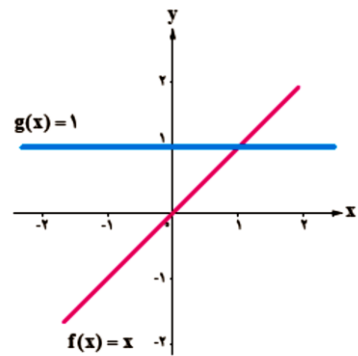
$$\rightarrow \begin{cases} x^2 + 1 & x > 0 \rightarrow \begin{array}{l|l} x & 0 & 1 \\ y & 1 & 2 \end{array} \\ x^2 & x = 0 \rightarrow (0, 0) \\ x^2 - 1 & x < 0 \rightarrow \begin{array}{l|l} x & 0 & -1 \\ y & -1 & 0 \end{array} \end{cases}$$



(۳) اعمال جبری روی نمودار توابع:

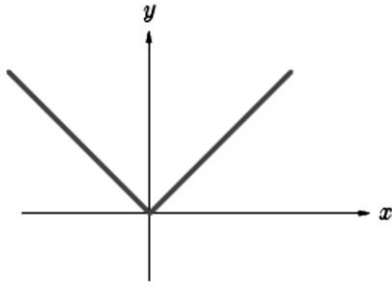
(فعالیت ص ۵۱)

با توجه به نمودار توابع f, g نمودار تابع $f + g$ را رسم کنید.



$$f + g = x + 1 \rightarrow \begin{array}{l|l} x & 0 & -1 \\ y & 1 & 0 \end{array}$$

☑ حل:



$$f(x) = |x|, g(x) = |x|$$

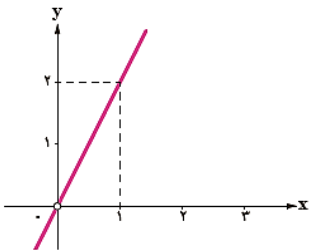
$$f \times g =$$

$$\frac{f}{g} =$$

(تمرین ۴ ص ۵۳)

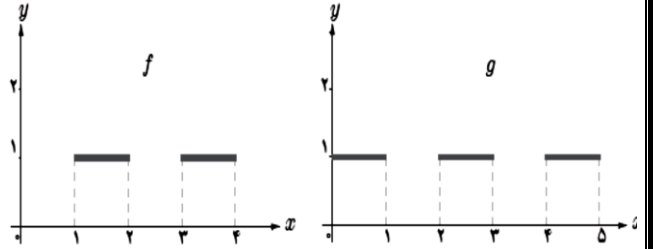
④ اگر $f(x) = x^2$ و تابع $\left(\frac{f}{g}\right)(x)$ به صورت نمودار

زیر باشد، ضابطه تابع $g(x)$ را به دست آورید.

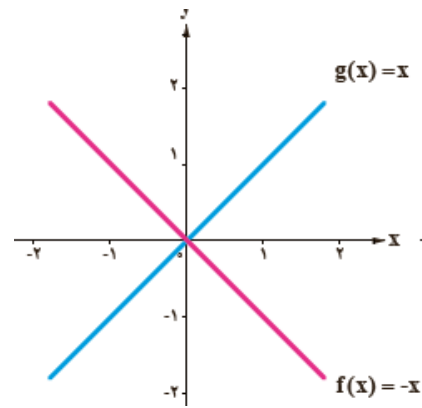


(تمرین ۱ و ۲ ص ۵۵ و ۵۵)

با توجه به نمودار توابع f, g نمودار تابع خواسته شده را رسم کنید. الف)



$$f + g =$$



$$f + g =$$