

## فصل ۴ درس ۳: آهنگ تغییر

⑧ گنجایش ظرفی ۴۰ لیتر مایع است. در لحظه  $t = 0$  سوراخی در ظرف ایجاد می‌شود. اگر حجم مایع باقی مانده در ظرف پس از  $t$  ثانیه از رابطه  $V = 40 \left(1 - \frac{t}{100}\right)^2$  به دست آید: الف) آهنگ تغییر متوسط حجم مایع در بازه زمانی  $[0, 1]$  چقدر است؟

ب) در چه زمانی، آهنگ تغییر لحظه‌ای حجم برابر آهنگ تغییر متوسط آن در بازه  $[0, 100]$  می‌شود؟

① جدول زیر درجه حرارت  $T$  (سانتی‌گراد) را در شهری از ساعت ۸ تا ۱۸ در یک روز نشان می‌دهد.

ساعت $h$	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶	۱۷	۱۸
درجه حرارت $T$	۱۱	۱۳	۱۴	۱۷	۱۹	۱۸	۱۷	۱۵	۱۳	۱۰	۹

آهنگ تغییر متوسط درجه حرارت نسبت به زمان را: الف) از ساعت ۸ تا ساعت ۱۲ به دست آورید.

ب) از ساعت ۱۲ تا ساعت ۱۸ به دست آورید.

پ) پاسخ‌ها را تفسیر کنید.

### آهنگ تغییر متوسط:

\* آهنگ تغییر متوسط با شیب خط قاطع برابر است و رابطه آن به صورت زیر است:

$$\text{آهنگ تغییر متوسط} = \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$$

### آهنگ تغییر لحظه‌ای:

\* آهنگ تغییر لحظه‌ای با مقدار مشتق و شیب خط مماس در آن نقطه برابر است و رابطه آن به صورت زیر است:

$$\text{آهنگ تغییر لحظه‌ای} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$$

(تقریباً ۱۰۰ و ۹۹)

④ معادله حرکت متحرکی به صورت  $f(t) = t^2 - t + 10$  است. در کدام لحظه سرعت لحظه‌ای با سرعت متوسط در بازه زمانی  $[0, 5]$  با هم برابرند؟

⑦ یک توده باکتری پس از  $t$  ساعت دارای جرم  $m(t) = \sqrt{t} + 2t^2$  گرم است.

الف) جرم این توده باکتری در بازه زمانی  $3 \leq t \leq 4$  چند گرم افزایش می‌یابد؟

ب) آهنگ رشد جرم توده باکتری در لحظه  $t = 3$  چقدر است؟

۵) توپیی از یک پُل به ارتفاع ۱۱ متر به هوا پرتاب می‌شود. نشان دهنده فاصله توپ از سطح زمین در زمان  $t$  است. براساس جدول کدام یک از مقادیر زیر می‌تواند سرعت توپ را هنگامی که در ارتفاع نظیر زمان  $۰/۴$  ثانیه، است نشان دهد؟

$t$	ثانیه s	۰	۰/۱	۰/۲	۰/۳	۰/۴	۰/۵	۰/۶
$f(t)$	متر m	۱۱	۱۲/۴	۱۳/۸	۱۵/۱	۱۶/۳	۱۷/۴	۱۸/۴

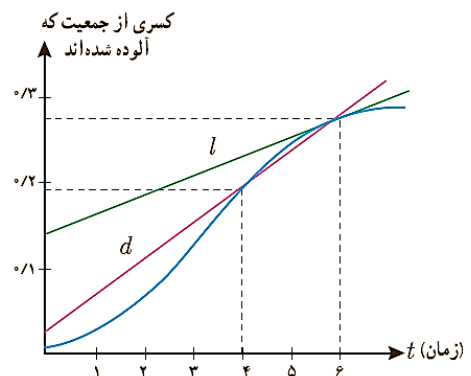
الف)  $۱/۲۳ m/s$       ب)  $۱۴/۹۱ m/s$   
 پ)  $۱۱/۵ m/s$       ت)  $۱۶/۰۳ m/s$

۲) کسری از جمعیت یک شهر که به وسیله یک ویروس آلوده شده‌اند بر حسب زمان ( هفته ) در نمودار زیر نشان داده شده است.

الف) شیب‌های خطوط  $l$  و  $d$  چه چیزهایی را نشان می‌دهند.

ب) گسترش آلودگی در کدام یک از زمان‌های  $t = ۱$  ,  $t = ۲$  یا  $t = ۳$  بیشتر است؟

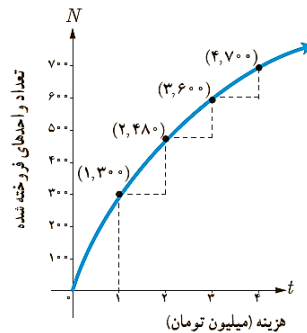
پ) قسمت ب را برای  $t = ۴$  ,  $t = ۵$  و  $t = ۶$  بررسی کنید.



۳) نمودار روبه‌رو نمایش میزان فروش تعداد نوعی کالا ( $N$ ) پس از صرف  $t$  میلیون تومان هزینه برای تبلیغ است.

الف) آهنگ تغییر  $N$  بر حسب  $t$  را وقتی از ۰ تا ۱، ۱ تا ۲، ۲ تا ۳ و ۳ تا ۴ تغییر می‌کند

به دست آورید.



ب) به نظر شما چرا آهنگ تغییرات، وقتی که مقادیر  $t$  افزایش می‌یابند، در حال کاهش است؟

۶) کدام یک از عبارات زیر درست و کدام یک نادرست است؟  
 الف) آهنگ تغییر متوسط تابعی مانند  $f$  در بازه  $[۰, ۱]$  همیشه کمتر از شیب آن منحنی در نقطه است.

ب) اگر تابعی صعودی باشد، آهنگ تغییر متوسط آن، همواره صعودی است.

پ) تابعی وجود ندارد که برای آن هم  $f'(a) = ۰$  و هم  $f(a) = ۰$